كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثالثة**

المادة : الكترودیناميك

المحاضرة: الخامسة/نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Z مكتبة

معادلات جيفمنكو:

انطلاقاً من الكمونات المتأخرة المعطاة بالمعادلتين:

$$V(\vec{r},t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho(r',t_r)}{\mathscr{r}}\,d\tau'$$

$$A(\vec{r},t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{J(r',t_r)}{\mathscr{r}}\,d\tau'$$

23

استنتج الحقلين الكهربائي والمغناطيسي:

يمكن من حيث المبدأ تعيين ببساطة (الحقلين الكهربائي والمغناطيسي)

من خلال 24

$$E=-\nabla V-\frac{\partial A}{\partial t}$$

$$B=\vec{\nabla}\times\vec{A}$$

لكن في الواقع الأمر ليس بهذه البساطة لأننا كما ذكرنا سابقاً فإن مقدار التكامل يعتمد على $\vec{r}$ من خلال

$$\mathscr{r}=|\vec{r}-\vec{r}'|$$

في المقام وفي البسط يعتمد على r ضمنياً من خلال زمن التأخير

$$t_r=t-\frac{\mathscr{r}}{c}$$

الاشتقاق من المحاضرة السابقة ∇V

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{J}(r',t_r)}{\mathscr{r}}\,d\tau' \quad \ldots (25)$$

$$E(\vec{r},t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\left[\frac{\rho(r',t)}{\mathscr{r}^2}\hat{\mathscr{r}}+\frac{\rho(r',t)}{\mathscr{r}}\hat{\mathscr{r}}-\frac{J(r',t_r)}{2\mathscr{r}}\right]d\tau'$$

يعتبر هذه المعادلة عن قانون كولوم العام المعتمد على الزمن ويمكن منه أن نحصل على قانون كولوم في الكهرباء الساكنة حيث ننعدم الحد الثاني والحد الثالث ويفقد الحد الأول اعتماده على الزمن

أما بالنسبة الحقل المغناطيسي فإن $\vec{\nabla}\times\vec{A}$ يتضمن محتوى أن:

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{1}{r}(\vec{\nabla}\times\vec{J}) - \vec{J}\times\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)d\tau'\right]$$

وذلك حسب القاعدة في التحليل المتجهي

$$\vec{\nabla}\times(f\vec{D}) = f\vec{\nabla}\times\vec{D} - \vec{D}\times\vec{\nabla}f$$

لحساب كل حد على حدى فيكون

$$(\vec{\nabla}\times\vec{J})_x = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{d}{dx} & \frac{d}{dy} & \frac{d}{dz} \\ J_x & J_y & J_z \end{vmatrix}$$

$$(\vec{\nabla}\times J_x) = \left(\frac{\partial J_z}{\partial y} - \frac{\partial J_y}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial J_z}{\partial y} = \frac{\partial J_z}{\partial t_r}\cdot\frac{\partial t_r}{\partial y} \qquad \underline{\dot{J}}$$

$$\frac{\partial J_y}{\partial z} = \frac{\partial J_y}{\partial t_r}\cdot\frac{\partial t_r}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \frac{dJ_z}{dy} = J_z\left(-\frac{1}{c}\frac{dr}{\partial y}\right),$$

$$\frac{dJ_z}{dy} = -\frac{1}{c}J_z\frac{dr}{\partial y}$$

$$\Rightarrow \nabla\times J_x = -\frac{1}{c}\left(J_z\frac{dr}{dy} - J_y\frac{dr}{\partial z}\right)$$

$$= \frac{1}{c}\left[\vec J' \times (\vec\nabla \mathscr{R})\right]_x$$

$$\nabla \mathscr{R} = \hat{\mathscr{R}}$$

$$\vec\nabla \times \vec J = \frac{1}{c}\, \vec J' \times \hat{\mathscr{R}} \quad \text{(27)}$$

$$\nabla\left(\frac{1}{\mathscr{R}}\right) = -\frac{\hat{\mathscr{R}}}{\mathscr{R}^2}$$

نستنتج أن الحقل المغناطيسي

$$B = \vec\nabla \times \vec A = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \left[\frac{\vec J(r',t_r)}{\mathscr{R}} + \frac{\vec J'(r',t_r)}{\mathscr{R}}\right] \hat{\mathscr{R}}\, d\tau' \quad \text{(28)}$$

يعبر عن معادلة بيو ـــ سافار.

تسمى معادلتي 26 و 28 بمعادلتي جيفيمنكو.

التمرين: