كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثالثة**

المادة : الكتروديناميك

المحاضرة: الرابعة/نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

محاضرة الالكتروديناميك / عملي / نظري / 14

معيار كولوم - معيار لورنتز

لنأخذ معادلات الساكنة فابتدأنا معيار كولوم $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=0$

وبالتالي فإن المعادلة رقم (4) تصبح بالشكل الآتي: $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

وهي معادلة بواسون.

ونعطي حل هذه المعادلة (بوضع $V=0$ عند اللانهاية)

$$V(\vec{r},t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho(r',t)}{\mathscr{r}}\,d\tau'$$

حيث معرفة الحقل

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial A}{\partial t}$$

وتعتبر الحالة الساكنة من معيار كولوم

ببساطة حساب الكمون V لكن تكمن الصعوبة وفق معيار كولوم هي من حساب $\vec{A}$

وتصبح المعادلة رقم (5):

$$\nabla^2 A - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\mu_0 J + \mu_0\varepsilon_0 \vec{\nabla} \frac{\partial V}{\partial t}$$

يأتي السؤال لنذكر المعادلة 4 + 5 وفق معيار لورنتز كيف نبسطها

• يفترض معيار لورنتز

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial V}{\partial t} \quad ..(10)$$

ومع هذا المعيار للتخلص من الحد الثاني في المعادلة (5) حيث تصبح بالشكل الآتي:

$$\nabla^2 A - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{J} \quad ..(11)$$

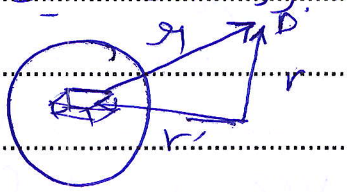
وتصبح المعادلة (4) وفق لورنتز مساوية

$$\nabla^2 V - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

يتميز هذا الاختيار بتحقيق تناظري ويطبق على كل معادلتين 4، 5
الواجب لعامل A و V على قدر المساواة ويمكننا أن نرمز للمؤثر

$$\nabla^2 - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (13)$$

بالرمز $\Box^2$ يسمى مؤثر دالمبر



$$\left.\begin{aligned} \Box^2 V &= -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \Box^2 A &= -\mu_0 J \end{aligned}\right\} \quad 14$$

التوزيع المستمر للشحنة :

الكمونات (الجهود) المتأخرة

تختزل المعادلات (14) في الحالة الساكنة إلى أربع نسخ معادلة بواسون في حالة :

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\nabla^2 A = -\mu_0 J$$

ونعطى بالصيغ الشهيرة :

$$\left.\begin{aligned} V(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{r}')}{\mathscr{r}}\, d\tau' \\ A(\vec{r}) &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{J(\vec{r}')}{\mathscr{r}}\, d\tau' \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

حيث $\mathscr{r}$ هو المسافة من نقطة المنبع المعنية r' إلى نقطة الحقل r التي نحسب عندها الحقل.

فإذا صدرت إشارة من المنبع عند لحظة t_r فإنها تصل إلى النقطة P عند لحظة t وبما أن الإشارة تنتقل بسرعة تساوي سرعة الضوء وهي تقطع مسافة تساوي $\mathscr{r}$ لتستغرق زمن $\frac{\mathscr{r}}{c}$

$$t_r = t - \frac{\mathscr{r}}{c} \quad \text{.......16}$$

وبالتالي يمكن تعميم المعادلتين في 15 من أجل المنابع غير مستقرة

$$V(r,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(r',t_r)}{\mathscr{r}}\, d\tau'$$

$$A(r,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{J(r',t_r)}{\mathscr{r}}\, d\tau' \quad 17$$

حيث $\rho(r',t_r)$ هي كثافة الشحنة المنتشرة عند نقطة r' في الوقت t_r المتأخر

وبما أن التكامل يحسب عند زمن التأخير نسمي بالكمونات المتأخرة

عند حساب لابلاس $\nabla \cdot V(r,t)\, V(r,t)$

$$\mathscr{r} = |\vec{r} - \vec{r}'|$$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \mathscr{r}$$

حيث أن $\vec{r}$ موجودة في المقادير $\rho(\vec{r}', t_r)$

بالتالي فإن تدرج الكمون

$$\nabla V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \left[\nabla\rho \frac{1}{\mathscr{r}} + \rho \vec{\nabla}\left(\frac{1}{\mathscr{r}}\right)\right] d\tau'$$

كل حد بشكل مستقل:

$$\nabla\rho = \frac{\partial\rho}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial\rho}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial\rho}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial z}\hat{z}$$

$$= \dot{\rho}\, \vec{\nabla} t_r = -\frac{1}{c}\dot{\rho}\, \vec{\nabla}\, \mathscr{r}$$

$$t_r = t - \frac{\mathscr{r}}{c} \Rightarrow \frac{d}{dt_r} = \frac{\partial}{\partial t} \quad \ldots (19)$$

$$\vec{\mathscr{r}} = \vec{r} - \vec{r}' \Rightarrow \mathscr{r} = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

$$\Delta \mathscr{r} = \frac{1}{2}\frac{2(x-x')\hat{x}}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}} + \frac{1}{2}\frac{2(y-y')\hat{y}}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}$$

$$+ \frac{1}{2}\frac{(2(z-z')\hat{z}}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}$$

$$= \frac{\vec{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}} = \hat{\mathscr{r}} \quad (20)$$

طلب اضير: $\nabla = \frac{1}{\mathscr{r}}$

$$\nabla\left(\frac{1}{\mathscr{r}}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y}\left[\quad\right]^{-\frac{1}{2}} + \frac{d}{dz}\left[\quad\right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$= -\frac{1}{\mathscr{r}^2}\hat{\mathscr{r}}$$

$$\vec{\nabla}\cdot V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\left[-\frac{\dot{\rho}}{c}\frac{\hat{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}} - \rho\frac{\hat{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}^2}\right]d\tau'$$

$$\vec{\nabla}\dot{\rho} = -\frac{1}{c}\ddot{\rho}\,\vec{\nabla}\mathscr{r} = -\frac{1}{c}\ddot{\rho}\,\hat{\mathscr{r}}$$

$$\nabla\left(\frac{\hat{r}}{r}\right) = \frac{1}{r}$$

$$\nabla\left(\frac{\hat{r}}{r^2}\right) = 4\pi\delta^3(r)$$

$$\delta^3(\vec{r}) = \delta x\,\delta y\,\delta z$$

$$\Rightarrow \nabla^2 V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\left[\frac{1}{c^2}\frac{\ddot{\rho}}{r} - 4\pi\delta^3(\vec{r})\right]d\tau'$$

$$= \frac{1}{c^2}\frac{d^2V}{dt^2} - \frac{\rho(\vec{r},t)}{\varepsilon_0}$$

ملاحظة: نطبق برهان السابق (للكمونات المتأخرة) على قسم المساواة من أجل المكونات

$$\left.\begin{aligned} V_a(r,t) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho(r',t_a)}{r}\,d\tau' \\ A(r,t) &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{J(r,t_a)}{r}\,d\tau' \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

تشير هذه الدراسة إلى الكمونات الكهربائية تعتمد على توزع الشحنة والتيار من وقت ما بالمستقبل أو إلى حدوث رغم أن كمونات متقدمة ذات أهمية نظرية إلا أنها لا تملك أي معنى فيزيائي