



كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الاولى

المادة : هندسة تحليلية

المحاضرة : الثانية / عملي /

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

كلية العلوم

3

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الدكتور: .....

المحاضرة:

الثانية - علي



القسم: الفيزياء

السنة: الأولى

المادة: هندسة تحليلية

التاريخ: / /

### A to Z Library for university services

تمرين 1: اوجد  $\vec{a} \wedge \vec{b}$  في الآتي التالية:

$$1) \vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(1+2) - \vec{j}(-3+2) + \vec{k}(6+1)$$
$$= 3\vec{i} + \vec{j} + 7\vec{k}$$

$$2) \vec{a} = 2\vec{i}, \vec{b} = 2\vec{k}$$

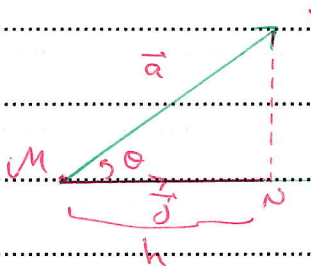
$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \vec{i}(0-0) - \vec{j}(4-0) + \vec{k}(0-0)$$
$$= -4\vec{j}$$

$$3) \vec{a} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \vec{i}(0+0) - \vec{j}(0-0) + \vec{k}(-1-1)$$
$$= -2\vec{k}$$

تمرين 2: ليكن  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  متجهين يعرضان أن  $\vec{a}$  شعاع الواحدة للشعاع  $\vec{b}$

برهن أن مسقط  $\vec{a}$  على  $\vec{b}$  هو  $\vec{a}$ .

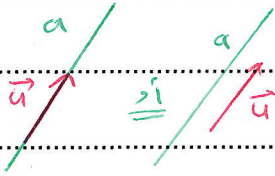


$$\vec{a} = h\vec{b}$$

$$\cos \theta = \frac{h}{|\vec{a}|} \Rightarrow h = |\vec{a}| \cos \theta$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$$

$$\Rightarrow h = |\vec{a}| \cdot \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} = \vec{a} \cdot \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \vec{a} \cdot \vec{j} = L_2$$



$$\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} = \vec{e}_u$$

× قاسي  $\vec{v}$  :

الارتفاع = ارتفاع الواسعة وهو شعاع طوله واحد وله نفس المنحني

تمرين 3 : إذا كانت  $\alpha, \beta, \gamma$  الزوايا التي يصنعها مستقيم  $d$  مع الجوانب

$$L_1 \quad \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2 \quad L_2$$

الكل : نعلم أن :

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$L_1 = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma$$

$$= 1 - \cos^2 \alpha + 1 - \cos^2 \beta + 1 - \cos^2 \gamma$$

$$= 3 - [\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma] = 3 - 1 = 2 = L_2$$

تمرين 4 : عين المتجه  $\vec{X}$  الذي يعامد كلاً من المتجهين  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$

$$\vec{X} \cdot \vec{C} = 6$$

$$\vec{A}(6, 3, 0), \vec{B}(1, 2, 2), \vec{C}(4, -4, -2)$$

الكل : نعرض  $X(a, b, c)$

$$\vec{X} \cdot \vec{A} = 0 \Rightarrow 6a + 3b = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$\vec{X} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow a + 7b + 2c = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$\vec{X} \cdot \vec{C} = 6 \Rightarrow 4a - 4b - 2c = 6 \quad \text{--- (3)}$$

نجمع (3) = (2)

$$5a + 3b = 6 \quad \text{--- (*)}$$

$$6a + 3b = 0 \quad \text{--- (1)}$$

ببطرح

$$-a = 6 \Rightarrow \boxed{a = -6}$$

نعوض في (1)

$$6(-6) + 3b = 0 \Rightarrow -36 + 3b = 0 \Rightarrow 3b = 36 \Rightarrow \boxed{b = 12}$$

نعوض في (3) عن b و a

$$4(-6) - 4(12) - 2c = 6 \Rightarrow -24 - 48 - 2c = 6$$

$$\Rightarrow 2c = -72 - 6 = -78 \Rightarrow \boxed{c = -39}$$

تمرين 5 : أوجد متجهه الواحدة العمودى على كل من المتجهين :

$$\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \quad , \quad \vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(1-4) - \vec{j}(-2-3) + \vec{k}(8+3)$$

$$\Rightarrow \vec{h} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + 11\vec{k}$$

$$|\vec{h}| = \sqrt{9 + 25 + 121} = \sqrt{155}$$

$$\Rightarrow \frac{\vec{h}}{|\vec{h}|} = \frac{-3}{\sqrt{155}}\vec{i} + \frac{5}{\sqrt{155}}\vec{j} + \frac{11}{\sqrt{155}}\vec{k}$$

تمرين 6 : عين m, n بحيث يتعامد  $\vec{V} (2, m, n)$  مع

$$\vec{V}_1 (-1, 4, 2) \quad , \quad \vec{V}_2 (3, 3, -1)$$

$$\vec{V} \cdot \vec{V}_1 = 0 \Rightarrow -2 + 4m + 2n = 0 \quad \text{--- (1)}$$

الكل :

$$\vec{V} \cdot \vec{V}_2 = 0 \Rightarrow 6 + 3m - n = 0 \quad \text{--- (2)}$$



$$n = 6 + 3m$$

من (2) نجد :

$$-2 + 4m + 2(6 + 3m) = 0$$

نعوض في (1) :

$$-2 + 4m + 12 + 6m = 0$$

$$10 + 10m = 0 \Rightarrow \boxed{m = -1}$$

نعوض في (2) :

$$6 + 3(-1) - n = 0$$

$$6 - 3 - n = 0 \Rightarrow 3 - n = 0 \Rightarrow \boxed{n = 3}$$

$$\Rightarrow \vec{V} (2, -1, 3)$$

**تمرين 7 :** نعرف أن  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  هما الزاوية بينهما  $60^\circ$

$$|\vec{a}| = 4, \quad |\vec{b}| = 5$$

$$\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$$

أوجد طول  $\vec{c}$

$$|\vec{c}|^2 = (\vec{c})^2 = \vec{c} \cdot \vec{c}$$

الكل :

$$= (2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + 3\vec{b})$$

$$= 4(\vec{a})^2 + 6\vec{a} \cdot \vec{b} + 6\vec{a} \cdot \vec{b} + 9(\vec{b})^2$$

$$= 4|\vec{a}|^2 + 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 9|\vec{b}|^2$$

لنوجد  $\vec{a} \cdot \vec{b}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \times 5 \cdot \cos 60^\circ = 4 \times 5 \times \frac{1}{2} = 10$$

$$|\vec{c}|^2 = 4(4)^2 + 12(10) + 9(5)^2$$

$$= 4 \times 16 + 120 + 9 \times 25 = 409$$

$$\Rightarrow |\vec{c}| = \sqrt{409}$$

تمرين ٤ : عين قيمة  $\alpha$  لتوازي المتجهات

$$\vec{a} = \alpha \vec{i} + (2\alpha - 4) \vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = -4 \vec{i} + (\alpha^2 + 1) \vec{k}$$

$$\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} = \frac{z}{z_1}$$

الشرط التوازي:

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{0} = \frac{2\alpha - 4}{-4} = \frac{1}{\alpha^2 + 1}$$

$$-4\alpha = 0 \cdot (2\alpha - 4)$$

من ① = ② نجد:

$$-4\alpha = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 0}$$

$$\alpha(\alpha^2 + 1) = 1 \quad (5)$$

من ① = ③ نجد:

$$\Rightarrow \alpha(\alpha^2 + 1) = 0$$

$$\text{إما } \alpha = 0 \text{ فصح}$$

$$\text{أو } \alpha^2 + 1 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = -1$$

معادلة متناقضة

انتهت المحاضرة