كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الرابعة**

المادة : امثليات عددية

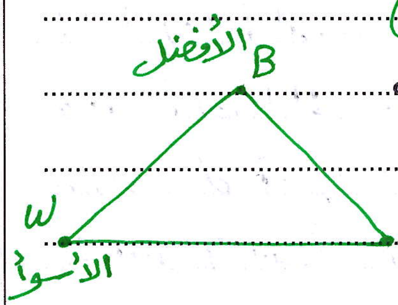
المحاضرة : الرابعة /نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

- طريقة نيلدر ميد Neldar Mead لحل المسألة Min f حيث $f(x)$ ؛ $X = \binom{x}{y}$:

تعد هذه الطريقة من طرائق هندسية نوضحها من أجل دالة الهدف $f(X)$ ومتغيرين فقط $X = \binom{x}{y}$ تسمى بطريقة سيمبلكس والسيمبلكس في حالة هذه الدالة هو مثلث يدعى بالمثلث الطائر. يتم البحث عن الحل الأمثل بمقارنة قيم الدالة في رؤوس المثلث، يُحذف الرأس الأسوأ (قيمة الدالة عنده هي الأكبر) ويستبدل برأس جديد لمثلث جديد (قيمة الدالة عنده أفضل من الرأس الأسوأ)

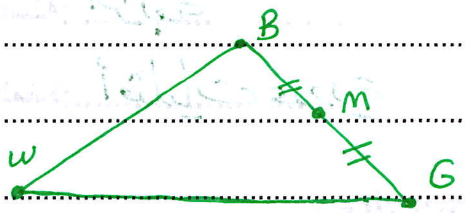


تستمر الطريقة وفق متتالية من عمليات الانتقالات والاختزالات للمثلث وستتوقف الطريقة عندما تكون المسافة بين رأسين من هذا المثلث أصغر من ε

الطريقة: ليكن لدينا ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة $V_k(x_k, y_k)$ حيث $k = 1, 2, 3$ تشكل رؤوس المثلث الابتدائي $\overset{\triangle}{BGW}$ و $Z_k = f(V_k)$; $k = 1, 2, 3$

بحيث يكون $Z_1 \leq Z_2 \leq Z_3$ عندئذٍ نستخدم الترميز الآتي:

- $B(x_1, y_1)$ الرأس الأفضل قيمة الدالة عنده هي الأقل
- $G(x_2, y_2)$ ثاني أفضل رأس قيمة الدالة عنده هي ثاني أقل قيمة
- $W(x_3, y_3)$ الرأس الأسوأ قيمة الدالة عنده هي الأكبر



• M منتصف الضلع الأفضل

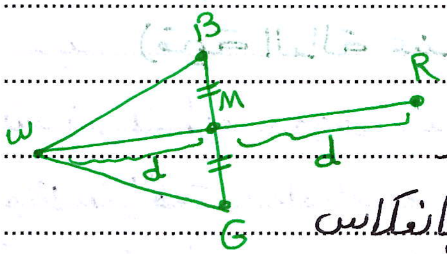
إن الضلع الأفضل في المثلث $\triangle BGW$ هو الضلع BG لأنه يمر من الرأسين الافضلين

$$M = \frac{1}{2}(B+G)$$
$$= \frac{1}{2}(x_1+x_2 , y_1+y_2)$$

ملاحظة: إن النقطة M لا يمكن استبدالها بـ W لأن رؤوس المثلث تصبح على استقامة واحدة وهذا يخالف الفرض (كون الشكل مثلث).

• الانعكاس باستخدام نقطة R:

من الواضح أن الدالة تتناقص عند التحرك من W إلى B ثم من W إلى G وبالتالي من المتوقع أن تأخذ الدالة قيم أصغر في الاتجاه المعاكس للنقطة W عبر الضلع الأفضل BG



فإذا رمزنا للمسافة من W إلى M بـ d ومددنا هذا المستقيم من M إلى نقطة R تبعد مسافة d أيضاً نكون قد حصلنا على ما يسمى بانعكاس الرأس الأسوأ W يمكن بسهولة حساب R

$$R = M + d$$
$$R = M + (M - W) \Longrightarrow \boxed{R = 2M - W}$$

نناقش احتمالات عدة فقد تكون النقطة R أفضل من W ولكن ربما سنحصل على نقطة أفضل من R إذا مددنا المستقيم المار من M و R إلى نقطة جديدة E تبعد عن R مسافة d تدعى تمديد.

• التمديد باستخدام نقطة E:

اذا كانت $f_R < f_W$ من المحتمل الحصول على نقطة أفضل من R تدعى E:

$E = R + d = 2M - W + (M - W) = 2M - W$

أو $E = R + (R - M) = 2R - M$

نناقش احتمالين:

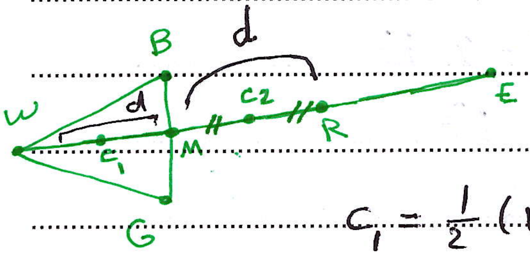
- الاحتمال الأول: إذا كان $f_E < f_R$ عندئذٍ نستبدل W بـ E

(أي نحذف W ونختار E).

- الاحتمال الثاني: $f_E > f_R$ نحذف W ونختار $R \Leftarrow W = R$

• التقليص باستخدام نقطة C:

عند حساب النقطة R قد تكون أسوأ من W ($f_R > f_W$) أو تساويها في السوء في هذه الحالة من الحقل أن نحصل على نقاط أفضل في المنطقة المجاورة لـ M



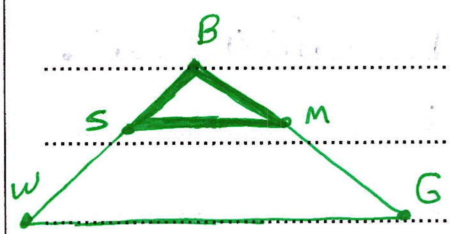
لتكن C_1 و C_2 منتصفي الضلعين (WM) وَ (MR) على الترتيب، يمكن حسابهما بالشكل:

$C_1 = \frac{1}{2}(W + M)$, $C_2 = \frac{1}{2}(M + R)$

$$C = \begin{cases} C_1 & ; \ f(C_1) \le f(C_2) \\ C_2 & ; \ f(C_1) > f(C_2) \end{cases}$$

، إذا كان $f(C) < f(W)$ نحذف W وندخل C بالتالي يكون $W = C$ ، وما عدا ذلك (أي عندما $f(C) > f(W)$) نذهب للاختزال.

• اختزال المثلث $\widehat{BGW}$ باتجاه الرأس الأفضل.



اذا كان $f(C) \geq f(W)$ فنأخذ النقطتين M و S منتصفي الضلعين (GB) و (WB)

على الترتيب: $S = \frac{1}{2}(B + W)$

$M = \frac{1}{2}(B + G)$

في هذه المرحلة نحذف نقطتين من المثلث هما W و G وندخل S و M.

شرط التوقف: في كل تكرار لهذه الطريقة سيتم استبعاد الرأس الأسوأ W وإدخال رأس جديد أفضل منه وفي مرحلة الاختزال (كحالة خاصة) حيث رأسين ويستبدلان برأسين جديدين ، ولكن في بداية كل تكرار يتم ترتيب الأفضليات في رؤوس المثلث ستتوقف عن التكرار عندما تكون المسافة بين نقطتين B و G أصغر من ε أي $\|B-G\|<\varepsilon$

مثال: استخدم طريقة نيلدر ميد لحل المسألة $Min f(x)$ حيث:
$f(x,y)=(2x-y)^2+(y+1)^2$ حيث رؤوس المثلث الابتدائي هي:
$V_1=(1,2)$, $V_2=(2,2)$, $V_3=(2,3)$

الحل:

$f(V_1)=f(1,2)=(2-2)^2+(3)^2=9$

$f(V_2)=f(2,2)=(4-2)^2+(3)^2=4+9=13$

$f(V_3)=f(2,3)=(4-3)^2+(4)^2=17$

$B=V_1$, $G=V_2$, $W=V_3$

$B=(1,2)$	$G=(2,2)$	$W=(2,3)$
$f_B=9$	$f_G=13$	$f_W=17$

نحسب M منتصف الضلع الأفضل

$M=\frac{1}{2}(B+G)=\frac{1}{2}(3,4)=(\frac{3}{2},2)$

نحسب الانعكاس R:

$R=2M-W=2(\frac{3}{2},2)-(2,3)=(1,1)$

$f_R=(2-1)^2+(2)^2=1+4=5<f_W=17$

النقطة أفضل نذهب باتجاه التمديد:

$E=2R-M=2(1,1)-(\frac{3}{2},2)=(\frac{1}{2},0)=(0.5,0)$

$f_E = 2 < f_R = 5 \implies$ نستبدل الأسوأ W ب E

■ التكرار الثاني:

$G = (1,2)$	$W = (2,2)$	$B = (0.5, 0)$
$f_G = 9$	$f_W = 13$	$f_B = 2$

نحسب M منتصف الضلع الأفضل

$M = \frac{1}{2}(B+G) = \frac{1}{2}(1.5, 2) = (0.75, 1)$

$R = 2M - W$ نحسب الانعكاس R

$= 2(0.75, 1) - (2,2) = (-\frac{1}{2}, 0)$

$f_R = 2 < f_W = 13$

نذهب باتجاه التمديد

$E = 2R - M = 2(-\frac{1}{2}, 0) - (0.75, 1) = (-1.75, -1)$

$f_E = [2(-1.75)+1]^2 + [-1+1]^2 = 6.25 > f_R$

نحذف W وندخل R

■ التكرار الثالث:

$B = (0.5, 0)$	$G = (1,2)$	$W = (-0.5, 0)$
$f_B = 2$	$f_G = 9$	$f_W = 2$

نحسب M منتصف الضلع الأفضل

$M = \frac{1}{2}(B+G) = (0,0)$

$R = 2M - W = (-1, -2)$ نحسب الانعكاس R

$f_R = 1 < f_W$

$E = 2R - M = (-2, -4)$ نحسب التمديد E

$f_E = 9 > f_R = 1$

نستبدل W ب E

• التكرار الرابع :

$G=(0.5,0)$	$W=(-0.5,0)$	$B=(-1,-2)$
$f_G=2$	$f_W=2$	$f_B=1$

نحسب M منتصف الضلع الأفضل $M=\frac{1}{2}(B+G)=(-0.25,-1)$

نحسب الانعكاس R

$$R=2M-W=(-0.5,-2)-(-0.5,0)=(0,-2)$$

$$f_R=5>f_W=2$$

الانعكاس أسوأ نذهب باتجاه التقليص:

$$\begin{cases} c_1=\frac{1}{2}(W+M)=\frac{1}{2}(-0.75,-1)=(-0.375,-0.5) \\ c_2=\frac{1}{2}(M+R)=\frac{1}{2}(-0.25,-3)=(-0.125,-1.5) \end{cases}$$

$$f(c_1)=0.3125 \quad , \quad f(c_2)=1.8125$$

$$f_{c_1}<f_{c_2} \implies c=c_1=(-0.375,-0.5)$$

$$f_c=f_{c_1}=0.3125<f_W$$

التقليص سليم نحذف W ونستبدل ب c ونتابع

وظيفة : استخدم خوارزمية نيلدر ميد لحل مسألة Minf حيث

$$f(x,y)=x^2-4x+y^2-y-xy$$

$$V_1=(0,0) \quad , \quad V_2=(1.2,0) \quad , \quad V_3=(0,0.8)$$

ومكتفياً ب 4 تكرارات

انتهت المحاضرة