كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثالثة

المادة : تحليل عقدي2

المحاضرة : الاولى/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

أوجد رواسب الدالة في نقاطها الشاذة:

① $f(z) = \dfrac{e^z}{(z+1)^3(z-2)}$

نقاطها الشاذة: $z=-1$ (قطب من المرتبة الثالثة)

$z=2$ (قطب بسيط)

$$Res(f,2) = \lim_{z\to 2}(z-2)\frac{e^z}{(z+1)^3(z-2)} = \frac{e^2}{3^3} = \frac{e^2}{27}$$

$$Res(f,-1) = \frac{1}{(n-1)!}\frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}}\left((z-z_0)^n f(z)\right)\Big|_{z=z_0}$$

$$= \frac{1}{2!}\frac{d^2}{dz^2}\left[(z+1)^3\cdot\frac{e^z}{(z+1)^3(z-2)}\right]\Big|_{z=-1}$$

$$= \frac{1}{2!}\frac{d^2}{dz^2}\left(\frac{e^z}{z-2}\right)\Big|_{z=-1}$$

$$= \frac{1}{2!}\left[\frac{e^z(z-2)-e^z}{(z-2)^2}\right]\Big|_{z=-1}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{e^z(z-3)}{(z-2)^2}\right]\Big|_{z=-1}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{(e^z(z-3)+e^z)\cdot(z-2)^2 - 2(z-2)e^z(z-3)}{(z-2)^4}\right]\Big|_{z=-1}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{e^z(z-2)(z-2)^2 - 2(z-2)(z-3)e^z}{(z-2)^4}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{e^z(z-2)[(z-2)^2 - 2(z-3)]}{(z-2)^4}\right]_{z=-1}$$

$$\Rightarrow Res(f,-1) = \frac{1}{2}\left[\frac{\frac{1}{e}(-3)[9+8]}{81}\right]$$

$$= \frac{-3\times 17}{162e}$$

$$= \frac{-17}{54e}$$

(2) $f(z) = z^3 \sin\frac{1}{z^2}$ $\quad z=0$

$$f(z) = z^3\left[\frac{1}{z^2} - \frac{1}{3!z^6} + \cdots\right]$$

$$C_{-1} = 0$$

$$\Rightarrow Res(f,0) = 0$$

TEL:0931497960 — A to Z مكتبة

(3) $f(z) = \dfrac{e^{1/z}}{1-z}$

$z=1$ قطب بسيط

$z=0$ نقطة تفرعية

$$Res(f,1) = \frac{e^{\frac{1}{z}}}{-1}\Big|_{z=1} = -e$$

$$Res(f,0) = C_{-1}$$

$$f(z) = \frac{1}{1+z} \cdot e^{\frac{1}{z}}$$

$$= \left(1 + z + z^2 + \dots\right)\cdot\left(1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{2!z^2} + \dots\right)$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - مكتبة A to Z