



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الاولى

المادة : تحليل متجهات

المحاضرة : الخامسة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

كلية العلوم

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

2026

4

القسم: الرياضيات

السنة: الأولى

المادة: تحليل متجهي

المحاضرة: الخاتمة نظري

النقطة الشاذة:

تعريف

نقطة $\vec{x} = \vec{x}(t)$

مختبئة في إفعال من الصنف C^m حيث $m \geq 1$

نقول $\vec{x}(t_0)$ نقطة شاذة في $t = t_0$ إذا حققت:

$$\vec{x}'(t_0) = 0$$

النقطة الشاذة في منحنيات مطارة بالمثل الرصني:

نقطة C مطارة بكل ضمنى

$$F(x, y) = C$$

وهي معادلة C في المتوى

أنه نقاط C الشاذة تحققت:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

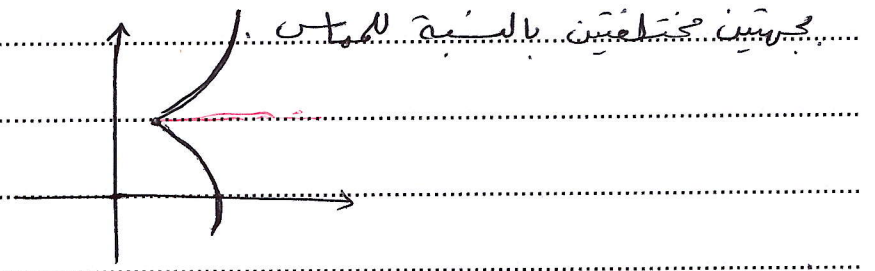
حيث $(x, y) \in C$

أنواع النقاط الشاذة:

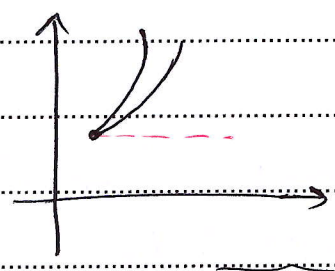
1- تراجع

ولها نوعان:

* تراجع من النوع الأول وهي نقطة تغير عندها اتجاهه فجأة ويتغير اتجاهه



* تراجم من النوع الثاني، يفسر هذا اننا هو فُجَاءة حيث يقع منحنيه بجهة واحدة بالنسبة للمحاور



2- النقطة الزائدة المتضاعفة

هي نقطة يمر منها عدة اقواس من C

3- النقطة المنزلة

وعند هذا هو لا يجوز ان يكون اى نقطة من C

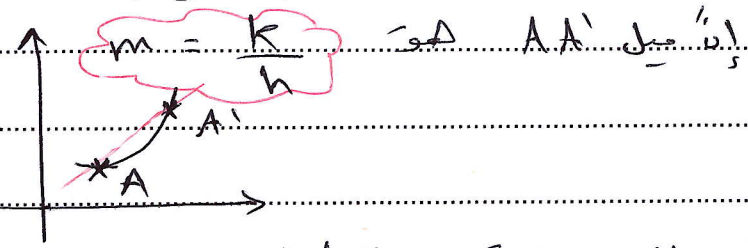
الدراسة الرياضية للتفاضل الزائدة:

يفرض $A(x, y)$ نقطة زائدة من C تحقق معادلتها

$$F(x, y) = 0$$

وفرض $A'(x+h, y+k)$

$$F(x+h, y+k) = 0$$



باقترب A' من A يتحول القاطع الى محاور



وهنا متسلسلة تايلور للدالة

$$F(x+h, y+k) = F(x, y) + h F_x + k F_y + \frac{1}{2} [h^2 F_{xx} + 2 F_{xy} h k + k^2 F_{yy}] + O_3$$

h → 0
k → 0

فروض

$$[h^2 F_{xx} + 2hk F_{xy} + k^2 F_{yy}] = 0$$

$$F_{yy} m^2 + 2 F_{xy} m + F_{xx} = 0$$

وهنا الحالات:

$$\Delta = F_{xy}^2 - F_{xx} F_{yy} > 0 \quad (1)$$

لدينا A نقطة مضاعفة لأن $\Delta > 0$ من

$$\Delta = 0 \quad (2)$$

نقطة تراجع

$$\Delta < 0 \quad (3)$$

لدينا A نقطة مفردة (مائل وهدية)

مثال

$$F(x, y) = y^2 - x^2 + x^3 = 0$$

أدرك السقاط التامة

الحل:

$$F_x = -2x + 3x^2 = 0$$

$$F_y = 2y = 0$$



$$y = 0 \quad \Leftarrow$$

$$x [3x - 2] = 0 \quad \Leftarrow$$

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x = \frac{2}{3}$$

$$(0, 0) \in C \quad \text{لدينا نقطة أصل}$$

$$\text{أو} \quad x = \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{2}{3}, 0\right) \notin C \quad \Leftarrow \text{لدينا نقطة ثانية}$$

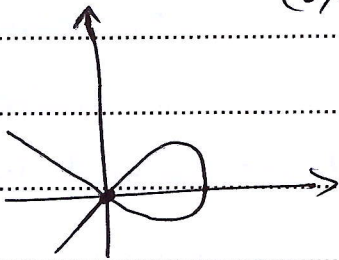
$$(0, 0) \text{ نقطة تقاطع}$$

دراسة تفرعية

$$F_{xx} |_{(0,0)} = -2 + 6x |_{(0,0)} = -2$$

$$F_{yy} |_{(0,0)} = 2$$

$$F_{xy} |_{(0,0)} = 0$$



$$\Delta = 4 > 0$$

\Leftarrow نوع النقطة متعرجة

المسألة 2

$$F(x_1, x_2) = (x_2 - 3)^2 - (x_1 + 2)^3 = 0$$

المسألة 2 النقطة الحرجة:

$$F_{x_1} = -3(x_1 + 2)^2 = 0$$

$$F_{x_2} = 2(x_2 - 3) = 0$$

$$x_2 = 3 \quad \Leftarrow$$



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

№ 3

النقطة تراجع من النوع الأول



مكتبة
A to Z