



كلية العلوم

القسم : الكيمياء

السنة : الاولى

المادة : رياضيات عامة 3

المحاضرة : الرابعة / نظري /

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

كلية العلوم

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

2026





السنة الأولى

المادة: رياضيات عامة 3 المحاضرة: نظرية الاحتمال (3)

الفرع: الكيمياء

بعض مفاهيم التغير المتوالي:

ليجاء أنه يكون موجب $F(x) > 0$ (تأثير كائن) اما تابع التوزيع الاحتمالي فهو تابع متزايد

دائماً متعة تابع التوزيع عند $+ \infty$ حاصره متناهية عند $-\infty$ تكون (0) ليعز

أي أنه من تابع التوزيع في صورة (a, b)

أنواع التحويلات المتوالية:

أ) مفضل وتأخذ أمثلة عليه ثلاثة:

1) توزيع برنولي

2) توزيع هوائي (ثنائي)

3) توزيع بواسون

2) متغير واثري متردسون تأخذ عليه مثال واحد هو التوزيع الأسّي وتوزيع غاوس

(التوزيع الصغرى)

مثال: عينة متعة المتابعة c لا يكون التابع التالي تأثير كائن:

$$f(x) = \begin{cases} cx & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{علاوة} \end{cases}$$

$x \in [0, 2]$

2) ادمه تابع التوزيع الاحتمالي

3) ادمه الاحتمال $P(1 < x < 2)$

الحل: شرط 1) $f(x) > 0$

$$c > 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \text{شرط 2)}$$



$$\int_0^2 c x \cdot dx = 1$$

$$\left[\frac{c x^2}{2} \right]_0^2 = 1 \Rightarrow$$

$$2c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

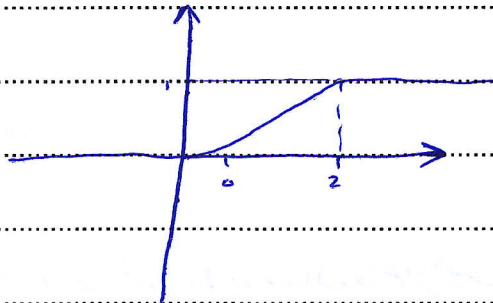
كثافة الاحتمال

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

$$F(x) = \frac{x^2}{4} \quad [0, 2]$$

$$1 \quad [2, \infty]$$

$$\int_0^x \frac{1}{2} t dt = \left[\frac{t^2}{4} \right]_0^x = \frac{x^2}{4}$$



$$P(1 < x \leq 2) = \int_1^2 \frac{1}{2} x dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{4} \right]_1^2 = F(2) - F(1)$$

$$F(2) = 1 \quad = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$F(1) = 0$$

تمرين (2): (كثافة الاحتمال المتطابق)

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in [a, b] \\ 0 & x \notin [a, b] \end{cases}$$



نلاحظ أن مشتق تابع التوزيع (F)

$$F(x) = F(x) \frac{d}{dx}$$

على المجال $[a, b]$

مثال على التوزيع الاحتمالي المنتظم حيث x متغير عشوائي مستقل:

$$F(x) = \frac{1}{b-a}$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$k = \frac{1}{b-a}$$

أثبتنا أنه تابع احتمالي تابع منتظم

$$\sum_{i=1}^k \frac{1}{k} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k 1$$

$$\frac{1}{k} (1 + 1 + \dots + 1) = \frac{k}{k} = 1$$

نمط الرقائبات على التغيرات المتكررة

التوقع الرياضي ونميزه بالرمز $E(X)$ يميز القيمة:

إذا كان x منتظم فالتوقع الرياضي:

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p(x=x_i)$$

مقدم في صيغة التوزيع

ما هي إمكانية الخارج مع الزمن

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$$

الأخرى المتغير

مثال عن التوزيع الاحتمالي المنتظم للتغير العشوائي السابق

$$E(x) = \int_a^b x \cdot \frac{1}{b-a} dx$$



$$\left[\frac{x^2}{2(b-a)} \right]_a^b = \frac{b^2 - a^2}{2(b-a)} = \frac{b+a}{2}$$

* عناصر التوزيع الرياضي

① $E(cX) = cE(X)$

يمكن اضافة عدد (c) خارج (X).

مجموعة متغيرات عشوائية هيكله متشابهة

② $E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)$

التوقع الرياضي للعدد الثابت هو نفسه

③ $E(b) = b$

التباين: مقياس لتوسطه للقيم

لتوزيع الرياضي X

$$\begin{aligned} \text{④ } V_{ax}(X) &= E(X - \mu)^2 = \mu E(X) \\ &= E(X^2) - E(X)^2 \end{aligned}$$

قانون الاحتمال لاجراء تجريبية

X	0	1
P(X=X)	q	p

التوقع الرياضي لـ:

$$E(X) = 0(q) + 1(p) = p$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = (0^2 q) + (1^2 p) - p^2 = p - p^2 = p(1-p)$$



المطلوب استءانه فابويكانه اقله تم ادم فابويك التوزيع

ف جودن العوي المستر ومحقية ه F(x) 7

لأن b > a

$$\int_{-p}^{+p} F(x) \cdot dx = \int_a^b \frac{1}{b-a} dx \quad \text{شرط 2:}$$

$$= \left[\frac{x}{b-a} \right]_a^b = \frac{b-a}{b-a} = 1$$

فابويكانه

ف فابويك التوزيع:

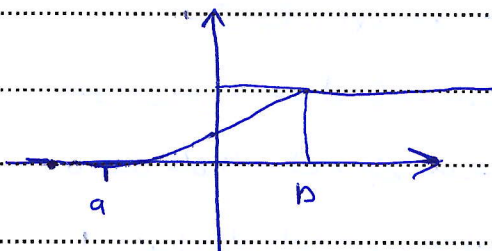
$$F(x) = \begin{cases} 0 &]-p, a[\\ \int_a^x \frac{1}{b-a} dt & [a, b] \\ 1 & [b, +p[\end{cases}$$

$$F(x) = \left(\frac{t}{b-a} \right)^x = \frac{x-a}{b-a}$$

ف فابويك التوزيع =

$$= \begin{cases} 0 &]-p, a[\\ \frac{x-a}{b-a} & [a, b] \\ 1 & [b, +p[\end{cases}$$

خطه البياي مستقم مستقم $\frac{x-a}{b-a}$





مثال: ايجاد التباين للتوزيع الخطي البسيط

$$E(x)^2 = \int_a^b x^2 \frac{1}{b-a} dx = \left(\frac{x^3}{3(b-a)} \right)_a^b =$$

$$\frac{b^3 - a^3}{3(b-a)} = \frac{(b-a)(b^2 + ab + a^2)}{3(b-a)} = \frac{b^2 + ab + a^2}{3}$$

$$V(x) = \frac{b^2 + ab + a^2}{3} - \left(\frac{b+a}{2} \right)^2 = \frac{b^2 + ab + a^2}{3} - \frac{b^2 + 2ab + a^2}{4}$$

$$= \frac{4b^2 + 4ab + 4a^2 - 3b^2 - 6ab - 3a^2}{12} = \frac{b^2 - 2ab + a^2}{12} = \frac{(b-a)^2}{12}$$

الاخرفه المطبقه هو الجذر التربيعي للتباين يرمز له بـ $\delta(x)$

$$\delta(x) = \sqrt{V(x)}$$

$$\delta(x) = \sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}} = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$$

خواص التباين:

تباين العدد الثابت دائماً يساوي الصفر

$$\textcircled{1} -V(a) = 0$$

$$\textcircled{2} +V(x) = c^2 V(x)$$

$$\textcircled{3} V(ax+b) = a^2 V(x)$$

$$\textcircled{4} V(x_1 + x_2) = V(x_1) + V(x_2)$$

شرط أن x_1 و x_2 متقلان احتمالياً

توزيع بيرنولي: هو توزيع منفصل يأخذ قيمتين (0, 1)

0: يدل على الفشل q ونسبة الاحتمال له

1: يدل على النجاح p ونسبة الاحتمال له



مكتبة
A to Z