كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة4

المحاضرة : الرابعة/ن+ع/

القسم: الكيمياء

السنة: الأولى. الجلسة: نظري + عملي جلسة 4

المادة: رياضيات عامة 4

القسم النظري:

1] $\sum a_n$ و $\sum b_n$ وكانت $a_n \le b_n$ نميز الحالات الآتية:

A] $\sum a_n$ متباعدة $\xleftarrow{\text{كانت}}$ $\sum b_n$ متباعدة

B] $\sum b_n$ متقاربة $\xleftarrow{\text{كانت}}$ $\sum a_n$ متقاربة.

2] اذا كانت $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a_n}{b_n} = k$ نميز الحالات الآتية:

A] $k = 0$ حيث: $b_n > a_n$ عندئذٍ نميز الحالات الآتية:

① $\sum a_n$ متباعدة $\xleftarrow{\text{كانت}}$ $\sum b_n$ متباعدة.

② $\sum b_n$ متقاربة $\xleftarrow{\text{كانت}}$ $\sum a_n$ متقاربة.

B] $k = \infty$ حيث: $a_n > b_n$ نميز الحالات الآتية:

① $\sum a_n$ متقاربة $\xleftarrow{\text{كانت}}$ $\sum b_n$ متقاربة

② $\sum b_n$ متباعدة $\xleftarrow{\text{كانت}}$ $\sum a_n$ متباعدة.

C] $k =]0, \infty[$ حيث: كانت $0 < k < \infty$:

$\sum a_n$ و $\sum b_n$ من طبيعة واحدة.

مبرهنة: (اذا كانت المتسلسلة $\sum_{1}^{\infty} a_n$) عندئذٍ:

2] $\lim\limits_{n \to \infty} \sum a_n = 0$ المتسلسلة متقاربة.

1] $\lim\limits_{n \to \infty} \sum a_n \neq 0$ متسلسلة متباعدة

مثال:

1] $\sum_{1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \lim\limits_{n \to \infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e \neq 0$ (زاوية شهيرة)

المتسلسلة متباعدة

[2] $\sum_{1}^{\infty} (\sqrt[n]{n+1}) = \lim_{n \to \infty} (\sqrt[n]{n+1}) = 0 + 1 = 1 \neq 0$. (زاوية سهية)

متسلسلة متباعدة

$* \lim_{n \to \infty} (\sqrt[n]{n}) = 0$

[3] $\sum_{2}^{\infty} \frac{n}{1-n} = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{n}{1-n}\right) = -1 \neq 0$

متسلسلة متباعدة

$\lambda > 1$ متقاربة

$\lambda \leq 1$ متباعدة

مثال:

[1] $\sum_{2}^{\infty} \frac{n}{1-n} \longrightarrow \lim_{n \to \infty} \left(\frac{n}{1-n}\right) = -1 \neq 0$

متباعدة

[2] $\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^{\lambda}} = \frac{1}{n^2}$ $\quad \lambda = 2 > 1$

متسلسلة متقاربة

[3] $\sum \frac{1}{n} \longrightarrow \frac{1}{n}$ $\quad \lambda = 1 \leq 1$

متسلسلة متباعدة

$\lambda = 0 \leq 1$ متسلسلة

مثال: $\sum_{1}^{\infty} 2^{n} \sin\left(\frac{x}{3^n}\right)$ $\quad 0 < x < 3n$

$\sin F \leq F$

الحل: $\sin\left(\frac{x}{3^n}\right) \leq \frac{x}{3^n}$ نضرب بـ 2^n

$2^n \cdot \sin\left(\frac{x}{3^n}\right) \leq \frac{2^n \cdot x}{3^n}$

$2^n \cdot \sin\left(\frac{x}{3^n}\right) \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n \cdot x$

$$2^n \cdot \sin\left(\frac{x}{3^n}\right) \le \frac{x}{3^n} \cdot 2^n$$

$$2^n \cdot \sin\left(\frac{x}{3^n}\right) \le \left(\frac{2}{3}\right)^n x$$

$q = \frac{2}{3} < 1$ بالتالي السلسلة متقاربة لأن أساس

المتتالية أصغر من 1 بالتالي

متسلسلة $\sum_{1}^{\infty} 2^n \cdot \sin\left(\frac{x}{3^n}\right)$

متقاربة