كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الرابعة**

المادة : فيزياء نووية2

المحاضرة :3+4/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

المحاضرة الثالثة والرابعة لمقرر الفيزياء النووية 2 – د. سمر عمران

العزم المغناطيسي للنوى:

يمكن أن نحصل على العزم المغناطيسي الكلي للنكليون إن كان بروتون أو نترون بجمع العزوم المغناطيسية الناتجة عن الحركة المدارية وعن الحركة السبينية الخاصة به، أما العزم المغناطيسي الكلي للنواة والناتج عن جميع النكليونات فيرتبط بعزمها الزاوي الكلي $\vec{J}$ الذي يساوي:

$$\vec{J} = \sum_{\alpha=1}^{A} \vec{l}_\alpha + \sum_{\alpha=1}^{A} \vec{s}_\alpha \qquad (9)$$

وبالتالي فإنَّ العزم المغناطيسي المتعلق بالحركة المدارية للبروتونات والنترونات هو:

$$\vec{\mu}_{lp} = g_{l\alpha}.\mu_N \sum_{\alpha=1}^{Z} \vec{l}_\alpha \qquad (10)$$

$$\vec{\mu}_{ln} = g_{l\alpha}.\mu_N \sum_{\alpha=1}^{A-Z} \vec{l}_\alpha \qquad (11)$$

وهكذا نحصل على العزم المغناطيسي الكلي للنواة:

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu} = \mu_N \sum_{\alpha=1}^{A} \left(g_{l\alpha}\vec{l}_\alpha + g_{s\alpha}\,\vec{s}_\alpha \right) \qquad (12)$$

حيث أنَّ: $g_{l\alpha} = 1$ من أجل البروتونات ، $g_{l\alpha} = 0$ من أجل النترونات.

و $g_{S\alpha} \cong 5.58$ من أجل البروتونات ، $g_{s\alpha} = -3.83$ من أجل النترونات.

ملاحظة: استناداً إلى ما درسناه في ميكانيك الكم يمكن أن نكتب عبارة العزم المغناطيسي μ بدلالة العزم الحركي الكلي J ومسقط العزم المغناطيسي على محور التكميم، أي بدلالة OZ، حيث يتم القياس وفق محور الحقل المغناطيسي:

$$\mu = \mu(J,J) = \langle J,J|\, \vec{\mu}_z \,|J,J\rangle \qquad (13)$$

هذه العبارة وفق مصطلحات ديراك، ولا يمكن تقديرها أو فهمها إلا بواسطة بعض النماذج أو الطرق المستخدمة في فهم البنية النووية لهذا السبب سنكتفي بعرض نموذج أو طريقة شميت.

نموذج (أو طريقة) شميت لحساب μ:

تبيّن التجارب أنَّ العزم الحركي الكلي للنوى ذات العدد الزوجي من البروتونات والنترونات في الوقت نفسه معدوم دوماً مثل$^{4}He\ ,\ ^{14}C$ يدل هذا على وجود تفاعلات داخل النواة تفضل تجميع النكليونات في أزواج تؤدي إلى انعدام عزومها. بناءً على هذا الاستنتاج اقترح شميت نموذجاً أو طريقة لإيجاد العزم المغناطيسي للنوى ذات العدد الكتلي الفردي (النوى التي تملك نيكلون مفرد)، وقد اعتبر أنَّ العزم الحركي الكلي للنكليون الفردي الأخير هو الذي يساهم بمفرده في العزم الحركي الكلي للنواة لأن جميع النكليونات الأخرى المتبقية (زوجية – زوجية) تتجمع في أزواج لتعطي عزماً حركياً كلياً يساوي الصفر.

وهكذا فإنَّ العزم المغناطيسي الكلي للنواة يأتي نتيجة مساهمة هذا النكليون الفردي، وعليه فعندما يكون النكليون الفردي بروتوناً ينتج العزم المغناطيسي عن الحركة المدارية للبروتون، وعن عزمه المغناطيسي الذاتي أو السبيني، أمّا إذا النكليون الفردي نتروناً فتأتي المساهمة الوحيدة عن طريق عزمه المغناطيسي الذاتي (السبيني).

إذاً يجب علينا أن نحسب المركبة الأعظمية للعزم المغناطيسي على المحور z والتي رمزنا لها بـ μ وندعوها بالعزم المغناطيسي للنواة.

عرّف شميت عامل الجيرومغناطيسية (النسبة الجيرومغناطيسية) g لحالة نووية ما بالعلاقة التالية:

$$\mu = \langle J,J|\ \vec{\mu}_z\ |J,J\rangle = \mu_N\ g\ \langle J,J|\ \vec{J}_z\ |J,J\rangle = \mu_N\ g\ J \qquad (14)$$

ويصبح هذا مساوياً حسب افتراض شميت إلى:

$$\mu = \langle J,J|\ \mu_N\ g\left(g_l\vec{l}_z + g_s\ \vec{s}_z\right)|J,J\rangle = \mu_N\ g\ j \qquad (15)$$

حيث j العزم الحركي الكلي للنكليون الفردي.

إنَّ طريقة حساب g معروفة جيداً في الفيزياء الذرية ومن أجل ذلك نستخدم (الطريقة الشعاعية أو النموذج الشعاعي) الذي يربط بين العزم الكلي والعزم المداري والعزم السبيني.

النموذج الشعاعي:

نُمثّل في هذا النموذج مؤثرات العزوم الحركية بأشعة. إذا رمزنا بـ $\hat{\sigma}_j$ لمؤثر العزم الحركي الكلي، فإنَّ هذا يرافق شعاع طويلته تساوي إلى: $\sqrt{j(j+1)}\hbar$ وبما أنَّ: $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ فإنَّ:

$$(\vec{j})^2 = \left(\vec{l} + \vec{s}\right)^2 = \left(\vec{l}\right)^2 + (\vec{s})^2 + 2\vec{l}\,.\vec{s}$$

$$(\vec{s})^2 = \left(\vec{j} - \vec{l}\right)^2 = (\vec{j})^2 + \left(\vec{l}\right)^2 - 2\vec{j}\,.\vec{l}$$

$$\left(\vec{l}\right)^2 = (\vec{j} - \vec{s})^2 = (\vec{j})^2 + (\vec{s})^2 - 2\vec{j}\,.\vec{s}$$

يمكن ملاحظة أنَّ الزاوية بين الشعاعين $\vec{l}$ و$\vec{j}$ تُعطى بالعلاقة التالية:

$$\cos(\vec{j},\vec{l}) = \frac{j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)}{2|\vec{j}|\,|\vec{l}|} \qquad (16)$$

كما أنَّ الزاوية بين الشعاعين $\vec{s}$ و$\vec{j}$ تُعطى بالعلاقة التالية:

$$\cos(\vec{j},\vec{s}) = \frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2|\vec{j}|\,|\vec{s}|} \qquad (17)$$

حيث أنَّ:

$$(\vec{j})^2 = j(j+1)\ ,\ \left(\vec{l}\right)^2 = l(l+1)\ ,\ (\vec{s})^2 = s(s+1)$$

تُعطى مركبة العزم المغناطيسي الموازية لـ j بالعلاقة التالية:

$$\mu = \mu_l \cos(\vec{j},\vec{l}) + \mu_s \cos(\vec{j},\vec{s}) \qquad (18)$$

بتعويض العلاقتين (16) و (17) في العلاقة الأخيرة (18) نجد، مع العلم أنَّ: $g = \frac{\mu}{j}$:

$$g = \frac{\mu_l \cos(\vec{j},\vec{l}) + \mu_s \cos(\vec{j},\vec{s})}{j}$$
$$= \mu_l \frac{j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)}{2|\vec{j}|^2\,|\vec{l}|} + \mu_s \frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2|\vec{j}|^2|\vec{s}|} \qquad (19)$$

وبما أنَّ:

$$(\vec{j})^2 = j(j+1)\ ,\ g_l = \frac{\mu_l}{l}\ ,\ g_s = \frac{\mu_s}{s}$$

بالتعويض في العلاقة السابقة (19) نجد أنَّ:

$$g = g_l \frac{j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)}{2j(j+1)} + g_s \frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)} \qquad (20)$$

نلاحظ أنَّ العلاقة (20) تعبر عن ثابت الجيرومغناطيسية وفي حال كان العزم المداري يساوي العزم السبيني نحصل على:

$$g = \frac{1}{2}(g_l + g_s)$$

عزم رباعي الأقطاب الكهربائي:

نعلم أنَّ للبروتون والنترون صفات كهرومغناطيسية وهذا بدوره ينطبق على النواة كون النواة مكونة أساساً من نيكلونات، هذا يعني أنَّ هذه النواة تمتلك عزوماً متعددة الأقطاب الكهربائية والمغناطيسية وعادةً نركز على عزم رباعي الأقطاب الكهربائي لأن هذا النوع من العزم يقدّم لنا معلومات دقيقة حول النواة وبالتالي يمكن اعتباره حجراً أساسياً في فهم نماذج البنية النووية ولفهم هذا الموضوع سندرسه من وجهة نظر كلاسيكية بحتة، ومن أجل ذلك سنعتبر أنَّ لدينا توزع لشحنة كهربائية بكثافة $\rho(r)$ في الحجم V ولنفرض أنَّ هناك نقطة واقعة خارج هذا الحجم $P(x, y, z)$ ولعتبر أنَّ هناك شحنة عنصرية تشغل حجماً عنصرياً ضمن الحجم الكلي محددة بـ متجه الموضع $\vec{r}$.

لنبحث الآن عن عبارة الكمون $U(\vec{R})$ الناتج عن الشحنة في نقطة تقع خارج الحجم المحدّد ولتكن النقطة $P(x, y, z)$. نعلم أنَّ كل عنصر حجمي dv ، يحتوي الشحنة $\rho(r)\mathrm{dv}$ ، يساهم في هذا الكمون بحيث يكون لدينا:

$$U(\vec{R}) = \int \frac{\rho(\vec{r})\mathrm{dv}}{|\vec{R} - \vec{r}|} \qquad (21)$$

يتم نشر مقام العلاقة السابقة بحسب سلسلة تايلور بعد الأخذ بعين الاعتبار أنَّ:

$$|\vec{R} - \vec{r}|^{-1} = [(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2]^{-1/2}$$

وبالتالي فإنَّ الكمون يأخذ شكل سلسلة متقاربة:

$$U(\vec{R}) = \frac{q}{R} + \sum_i p_i \frac{X_i}{R^3} + \frac{1}{2!} \sum_{i,j} Q_{ij} \frac{X_i X_j}{R^5} + \cdots \dots \dots \dots . \qquad (22)$$

حيث X_1 , X_2 , X_3 تمثل X, Y, Z و q, p_i, Q_{ij} تمثل العزوم الكهربائية متعددة الأقطاب للتوزع $\rho(\vec{r})$ علماً أنَّ:

$$q = \int \rho(\vec{r})\, dV$$

تمثل العزم الكهربائي أحادي القطب، هذا يعني القيمة العددية (السلّمية) للشحنة الكلية للجملة.

$$p_i = \int X_i . \rho(\vec{r})\, dV$$

تمثل العزم الكهربائي ثنائي القطب. أمّا:

$$Q_{ij} = \int \left(3X_i X_j - r^2 \delta_{ij}\right) \rho(\vec{r}) dV$$

يمثل إحدى مركبات الخمس الخطية المستقلة لعزم رباعي الأقطاب الكهربائي. على اعتبار أنَّ مركز ثقل توزع الشحنة الكهربائية منطبق على مبدأ الإحداثيات O، ويتم النشر وفق ذلك الفرض مكتفين بالحد الثاني من النشر.

نشير هنا أيضاً إلى أنّهُ مهما كان i و j فإنَّ Q_{ij} معدومة من أجل جسم ذات تناظر كروي. لهذا السبب فإنَّ قياس العزوم الرباعية للأقطاب الكهربائية تعطينا معلومات على شكل نوى كروية أو مشوهة.

تفاعل رباعي الأقطاب الكهربائية (طاقة التفاعل):

لنعتبر نواة ما متميزة بكثافة $\rho(\vec{r})$ موجودة في وسط معين حيث يسيطر الكمون الكهربائي $U(\vec{r})$. يعتبر هذا الوضع الطبيعي لكل نواة، حيث تخلق الإلكترونات الذرية في الوسط المحيط كمون $U(\vec{r})$ يؤثر على النواة. كتقريب أولي وباعتبار النواة كنواة نقطية (شحنة نقطية)، فتعطى طاقة التفاعل بين توزع الشحنة النووية والتوزع الإلكتروني بالعلاقة التالية:

$$W_0 = qU(0) \tag{23}$$

حيث $q = Ze$ الشحنة النووية، $U(0)$ قيمة الكمون الإلكتروني (الناتج عن الإلكترونات الذرية)الذي تشعر به النواة في مبدأ الإحداثيات. إنَّ الحديث في المسائل النووية يستدعي العمل في البعد الثلاثي، أي أنَّ التكامل الأحادي سينقلب إلى تكامل ثلاثي، وأيضاً الوسط الموجودة فيه النواة النقطية هو وسط محدود ومنتهي وبالتالي يمكن استبدال الطاقة الكولونية بالعبارة التالية:

$$W = \int \rho(\vec{r}) \mathrm{U}(\vec{r})\, d^3\vec{r} = \iiint \rho(x,y,z) \mathrm{U}(x,y,z) d\tau \tag{24}$$

حيث: $d\tau = dxdydz$ عنصر حجمي.

نفترض أولاً أنَّ احتمال وجود الإلكترونات التي تولد الكمون $\mathrm{U}(\vec{r})$ داخل النواة هو معدوم، ومن ثم ننشر الكمون وفق سلسلة تايلور بجوار المبدأ فنحصل على العلاقة التالية:

$$\begin{gathered}W = U(0) \iiint \rho d\tau + \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0 \iiint \mathrm{x}\rho d\tau + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_0 \iiint \mathrm{y}\rho d\tau + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_0 \iiint \mathrm{z}\rho d\tau + \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 \iiint \mathrm{x}^2\rho d\tau + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_0 \iiint \mathrm{y}^2\rho d\tau + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_0 \iiint \mathrm{z}^2\rho d\tau + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\right)_0 \iiint \mathrm{xy}\rho d\tau + \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}\right)_0 \iiint \mathrm{yz}\rho d\tau + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x}\right)_0 \iiint \mathrm{zx}\rho d\tau + \cdots \ldots .. \qquad (25)\end{gathered}$$

يمثل الحدّ الأول من العلاقة (25) تفاعل الشحنة النووية q المتمركزة في نقطة والممثلة لأحادي الأقطاب مع الكمون $U(0)$

$$W_0 = U(0) \iiint \rho d\tau = qU(0)$$

يمثل الحدّ الثاني من العلاقة (25) طاقة ثنائي الأقطاب الكهربائي وهذا الحدّ معدوم بسبب وجود مركز تناظر، أي أنّهُ لا يوجد تفاعل ثنائي أقطاب كهربائي نووي.

$$\Delta \mathrm{W}_1 = \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0 \iiint \mathrm{x}\rho d\tau + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_0 \iiint \mathrm{y}\rho d\tau + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_0 \iiint \mathrm{z}\rho d\tau = -\vec{p}.\vec{E}(0)$$

يمثل الحدّ الثالث من العلاقة (25) طاقة تفاعل رباعي الأقطاب الكهربائي وهو المفهوم الفيزيائي المستخدم في دراسة البنية النووية.

$$\Delta W_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 \iiint x^2 \rho d\tau + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_0 \iiint y^2 \rho d\tau + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_0 \iiint z^2 \rho d\tau$$

أما الحدود الأخيرة فهي معدومة، تختفي تلقائياً بسبب التناظر، حيث نقبل أنَّ توزع الشحنة الكهربائية يقبل المحور Oz كمحور تناظر والمستوي XOy كمستوي تناظر.

نشير إلى أنَّ معاملات الحدّ الثالث ليست مستقلة عن بعضها البعض وبملاحظة أنَّ التكاملات المتعلقة بـ x^2 وبـ y^2 متساوية وباستخدام معادلة لابلاس:

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_0 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_0 = (\Delta U)_0 = 0$$

يمكن أن نكتب العلاقة السابقة بالشكل التالي:

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_0 = -2\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 = -2\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_0$$

وذلك على اعتبار أنَّ: $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_0$

وبالتالي يمكن أن نكتب عبارة طاقة التفاعل لعزم ثنائي الأقطاب بالشكل التالي:

$$\Delta W_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)_0 \iiint \frac{x^2 + y^2}{2} \rho d\tau + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_0 \iiint \frac{2z^2}{2} \rho d\tau$$

بتبديل مربع نصف القطر $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ نحصل على الصيغة التالية:

$$\Delta W_2 = \frac{1}{4}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_0 \iiint (2z^2 - x^2 - y^2)\, \rho d\tau$$

نضيف ونطرح z^2 نجد:

$$\Delta W_2 = \frac{1}{4}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_0 \iiint (3z^2 - r^2)\, \rho d\tau = \frac{1}{4}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_0 Q_{zz}$$

$$\Longrightarrow Q_{zz} = \iiint (3z^2 - r^2)\, \rho d\tau = Q_{int} \qquad (26)$$

نسمي العلاقة (26) العلاقة الكلاسيكية لعزم رباعي الأقطاب الكهربائي (النووي) الذاتي أو الخاص المُقدر في جملة الإحداثيات (ox, oy, oz).

سنهتم ببعض الأمثلة من أجل تحديد التعريف الدقيق لعزم رباعي الأقطاب:

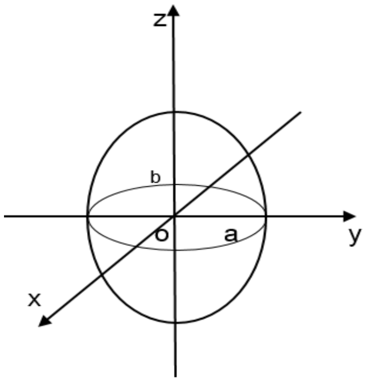
- **عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي Q_{int} لنواة على شكل قطع ناقص (إهليليجية):**

بدايةً سوف نحسب عزم رباعي الأقطاب الكهربائي بالنسبة للمحور oz وبالتالي هذا المحور هو محور دوران للنواة المذكورة. وليكن مركز الدوران في النقطة o وليكن a,b نصفي قطر يالقطع الناقص.

وجدنا أنَّ عزم رباعي الأقطاب الكهربائي يُعطى بالعلاقة التالية:

$$Q_{int} = \iiint (3z^2 - r^2)\, \rho d\tau$$

وإذا علمنا أنَّ معادلة القطع الناقص تُعطى بالعلاقة التالية:



$$\frac{z^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

يمكننا أن نكتب معادلة Q_{int} بالشكل التالي:

$$Q_{int} = \iiint (3z^2 - x^2 - y^2 - z^2)\, \rho d\tau$$

$$\Longrightarrow Q_{int} = \rho \iiint 2z^2\, d\tau - \rho \iiint (x^2 + y^2) d\tau = 2\rho I_1 - \rho I_2$$

بعد الاستفادة من معادلة القطع الناقص وحساب التكاملات الواردة في العلاقة الأخيرة:

$$I_1 = \frac{4}{15}\pi a^2 b^3 \quad , \quad I_2 = \frac{8}{15}\pi a^4 b$$

نحصل على الناتج التالي:

$$Q_{int} = \frac{8}{15}\pi a^2 b \rho (b^2 - a^2)$$

وبإظهار الشحنة النووية Ze المحتواة في حجم القطع الناقص الذي يساوي $\left(\frac{4}{3}\, \pi\, a^2 b\right)$:

$$Ze = \rho \left(\frac{4}{3}\, \pi\, a^2 b\right)$$

$$\Longrightarrow \pi\, a^2 b = \frac{3Ze}{4\rho}$$

نحصل على عزم رباعي الأقطاب الكهربائي لنواة على شكل قطع ناقص منسوب لمحور الدوران OZ:

$$Q_{int} = \frac{2Ze}{5}(b^2 - a^2) \qquad (27)$$

وبما أنَّ نصفي المحورين a و b للنواة الإهليليجية قطع ناقص متساويان تقريباً كون انحراف النواة عن الشكل الكروي غير كبير، فإننا نعرّف مربع نصف القطر الوسطي للنواة على الشكل التالي: $R^2 = \frac{(a^2+b^2)}{2}$، ونقيس انحراف النواة على الشكل الكروي باتجاه الشكل الإهليليجي بواسطة معامل التشوه المعرّف بالعلاقة التالية:

$$\eta = \frac{b^2 - a^2}{b^2 + a^2}$$

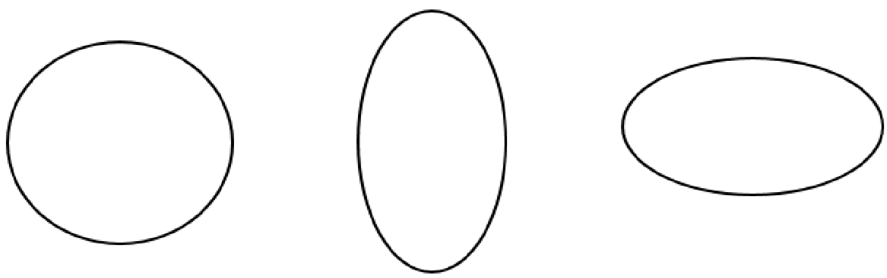
$$\Longrightarrow \eta = \frac{b^2 - a^2}{2R^2} \Longrightarrow b^2 - a^2 = 2R^2\eta$$

بالتعويض في العلاقة (27) نحصل على:

$$Q_{int} = \frac{4}{5}(Ze)R^2\eta \qquad (28)$$

نلاحظ من العلاقة الأخيرة ما يلي:

1- $Q_{int} = 0$ من أجل $\eta = 0$ هذا يعني أنَّ $b = a$ وبالتالي ونقول في هذه الحالة أنَّ النواة كروية الشكل. هذا يعني أنَّ الكمون النووي أو الجهد النووي هو كمون مركزي.
2- $Q_{int} > 0$ من أجل $b > a$ ونقول في هذه الحالة أنَّ النواة كروية تأخذ الشكل الاهليلجي المتطاول ولها عزم رباعي أقطاب كهربائي موجب.
3- $Q_{int} < 0$ من أجل $b < a$ ونقول في هذه الحالة أنَّ النواة كروية تأخذ الشكل الاهليلجي المسطح ولها عزم رباعي أقطاب كهربائي سالب.



$Q_{int} = 0$ $Q_{int} > 0$ $Q_{int} < 0$

$b = a$ $b > a$ $b < a$

ملاحظة: يمكن الترميز لـ Q_{int} بـ Q_0 .

مسائل:

- يُعرّف عزم رباعي الأقطاب الكهربائي للنواة بالعلاقة التالية:

$$Q = \frac{\rho}{e}\int (3z^2 - r^2)\,d\tau$$

حيث ρ كثافة الشحنة النووية، والتكامل مأخوذ على كل الحجم النووي.

إنَّ قياس Q_0 للنوى التالية أدى إلى القيم المقابلة لكل نواة بالشكل التالي:

$$^{17}_{8}O \qquad Q_0 = -0.004 \times 10^{-24} cm^2$$

$$^{33}_{16}S \qquad Q_0 = -0.06 \times 10^{-24} cm^2$$

$$^{35}_{16}S \qquad Q_0 = +0.06 \times 10^{-24} cm^2$$

$$^{167}_{68}Er \qquad Q_0 = +10.2 \times 10^{-24} cm^2$$

نفرض أنَّ لهذه النوى شكلاً اهليلجياً، فإذا كان a,b يمثلان نصفي المحورين للشكل المذكور، وبفرض أنَّ:

نصف القطر الوسطي للنواة $R = \frac{a+b}{2}$

معامل التشوه $\eta = \frac{a-b}{R}$

المطلوب مايلي:

1- ما هو معامل التشوه للنوى المذكورة.

2- ماهو المعنى الفيزيائي لإشارة عزم رباعي الأقطاب الكهربائي المقاس.

3- إذا كان السبين الكلي والنوعية للنوى المذكورة هو على التسلسل:

$J^P = \frac{3}{2}^+$ من أجل $^{33}_{16}S$ ، $J^P = \frac{5}{2}^+$ من أجل $^{17}_{8}O$

$J^P = \frac{7}{2}^+$ من أجل $^{167}_{68}Er$ ، $J^P = \frac{3}{2}^+$ من أجل $^{35}_{16}S$

احسب عزم رباعي الأقطاب الكهربائي النووي المتوقع Q.

الحل:

1- من أجل نواة $^{17}_{8}O$: يُعطى عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي بالعلاقة التالية:

$$Q_0 = \frac{4}{5} Z R^2 \eta \Longrightarrow \eta = \frac{5Q_0}{4ZR^2}$$

$$Q_0 = -0.004 \times 10^{-24} cm^2 = -0.004 \times 10^{-28} m^2$$

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}} = (1.5 \times 10^{-15})(17)^{\frac{1}{3}} = 3.21 \times 10^{-15} m$$
$$\Rightarrow \eta = \frac{5Q_0}{4ZR^2} = \frac{5(-0.004 \times 10^{-28})}{4 \times 8 \times (3.21 \times 10^{-15})^2} = -6.06 \times 10^{-3}$$

- من أجل نواة ${}^{33}_{16}S$: يُعطى عزم رباعي الأقطاب الكهربائي الذاتي بالعلاقة التالية:

$$Q_0 = \frac{4}{5} ZR^2 \eta \Rightarrow \eta = \frac{5Q_0}{4ZR^2}$$

$$Q_0 = -0.06 \times 10^{-24} cm^2 = -0.06 \times 10^{-28} m^2$$

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}} = (1.5 \times 10^{-15})(33)^{\frac{1}{3}} = 4.811 \times 10^{-15} m$$
$$\Rightarrow \eta = \frac{5Q_0}{4ZR^2} = \frac{5(-0.06 \times 10^{-28})}{4 \times 16 \times (4.811 \times 10^{-15})^2} = -2.02 \times 10^{-2}$$

ملاحظة بنفس الطريقة نحسب معامل التشوه لباقي النوى.

2- المعنى الفيزيائي لإشارة Q_0:

إذا كان $Q_0 > 0$ تأخذ النواة شكل قطع ناقص متطاول وفق Z

إذا كان $Q_0 < 0$ تأخذ النواة شكل قطع ناقص مفلطح (مسطح) وفق X

إذا كان $Q_0 = 0$ تأخذ النواة شكل كرة متجانسة.

وفقاً لذلك:

من أجل نواة ${}^{17}_{8}O$ و ${}^{33}_{16}S$ لدينا $Q_0 < 0$ نقول في هذه الحالة أنَّ النواة كروية تأخذ شكل قطع ناقص مفلطح (مسطح) وفق X.

من أجل نواة ${}^{167}_{68}Er$ و ${}^{35}_{16}S$ لدينا $Q_0 > 0$ نقول في هذه الحالة أنَّ النواة كروية تأخذ شكل قطع ناقص متطاول وفق Z.

3- نحسب Q المتوقع من العلاقة التالية التي تربط عزم رباعي الأقطاب الكهربائي النووي Q والسبين الكلي J:

$$Q = \frac{Q_0}{2} \cdot \frac{2J - 1}{J + 1}$$

من أجل نواة ${}^{17}_{8}O$:

$$Q = \frac{-0.004 \times 10^{-28}}{2} \cdot \frac{2\left(\frac{5}{2}\right) - 1}{\frac{5}{2} + 1} = -2.28 \times 10^{-31} m^2$$

من أجل نواة $^{35}_{16}S$:

$$Q = \frac{+0.06 \times 10^{-28}}{2} \cdot \frac{2\left(\frac{3}{2}\right) - 1}{\frac{3}{2} + 1} = 2.4 \times 10^{-30} m^2$$

من أجل نواة $^{167}_{68}Er$:

$$Q = \frac{+10.2 \times 10^{-28}}{2} \cdot \frac{2\left(\frac{7}{2}\right) - 1}{\frac{7}{2} + 1} = 6.8 \times 10^{-28} m^2$$

وهو عزم رباعي الأقطاب الكهربائي النووي.

❖ **مسألة:** إنَّ قيم عزوم رباعي الأقطاب الكهربائي للنوى يمكن أن تُستنتج من البنية الناعمة للطيوف الذرية أو الجزيئية الناتجة عن التفاعل بين نواة وحقل كهربائي غير منتظم ناتج عن الكترونات.

لدينا النواتين Lutecium$^{176}_{71}Lu$ و Antimoine$^{123}_{51}Sb$ تمتلكان أكبر قيم لعزم رباعي الأقطاب الكهربائي من بين جميع النوى. علماً أنهُ من أجل هاتين النواتين المعتبرتين في حالتهما الأساسية يكون لدينا القيم التالية:

$$^{176}_{71}Lu: J = 7 \quad , \quad Q_J = 2.84 \times 10^{-24} cm^2$$
$$^{123}_{51}Sb: J = \frac{7}{2} \quad , \quad Q_J = -0.4 \times 10^{-24} cm^2$$

المطلوب: احسب عوامل التشوه المرافقة؟

الحل: نطبق العلاقة التالية:

$$Q_J = Q_0 \cdot \frac{J - \frac{1}{2}}{J + 1} \quad \Longrightarrow \quad Q_0 = \frac{J + 1}{J - \frac{1}{2}} Q_J$$

من أجل نواة $^{176}_{71}Lu$:

$$Q_J = 2.84 \times 10^{-24} cm^2 = 2.84 \times 10^{-28} m^2$$

$$Q_0 = \frac{7 + 1}{7 - \frac{1}{2}} (2.84 \times 10^{-28}) = 3.49 \times 10^{-28} m^2$$

لكن لدينا القانون التالي:

$$Q_0 = \frac{4}{5}ZR^2\eta \Rightarrow \eta = \frac{5Q_0}{4ZR^2}$$

$$R = R_0A^{\frac{1}{3}} = (1.5 \times 10^{-15})(176)^{\frac{1}{3}} = 8.4 \times 10^{-15}m$$
$$\Rightarrow \eta = \frac{5Q_0}{4ZR^2} = \frac{5(3.49 \times 10^{-28})}{4 \times 71 \times (8.4 \times 10^{-15})^2} = 0.087$$

من أجل نواة $^{123}_{51}Sb$:

$$Q_J = -0.4 \times 10^{-24}cm^2 = -0.4 \times 10^{-28}m^2$$
$$Q_0 = \frac{\frac{7}{2}+1}{\frac{7}{2}-\frac{1}{2}}(-0.4 \times 10^{-28}) = -6 \times 10^{-29}m^2$$
$$R = R_0A^{\frac{1}{3}} = (1.5 \times 10^{-15})(123)^{\frac{1}{3}} = 7.45 \times 10^{-15}m$$
$$\Rightarrow \eta = \frac{5Q_0}{4ZR^2} = \frac{5(-6 \times 10^{-29})}{4 \times 51 \times (7.45 \times 10^{-15})^2} = -0.026$$

❖ مسألة:

احسب نسبة المحور الرئيسي إلى المحور الثانوي $\frac{a}{b}$ لنواة التنتاليوم $^{181}_{73}Ta$ ولنواة الأنتيموني $^{123}_{51}Sb$ علماً أنَّ Q_0 يساوي $(+6 \times 10^{-24}cm^2)$ من أجل Ta ويساوي $(-1.2 \times 10^{-24}cm^2)$ من أجل Sb . على اعتبار أنَّ $R = 1.5A^{\frac{1}{3}}$

الحل: لدينا:

$$Q_0 = \frac{4}{5}ZR^2\eta$$

من أجل Ta :

$$R = R_0A^{\frac{1}{3}} = (1.5)(181)^{\frac{1}{3}} = 8.48fm = 8.48 \times 10^{-15}m$$
$$\Rightarrow \eta = \frac{5Q_0}{4ZR^2} = \frac{5 \times (+6 \times 10^{-28})}{4 \times 73 \times (8.48 \times 10^{-15})^2} = 0.142$$
$$\Rightarrow \frac{a}{b} \cong 1 + \eta = 1 + 0.143 = 1.143$$

من أجل Sb :

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}} = (1.5)(123)^{\frac{1}{3}} = 7.458fm = 7.458 \times 10^{-15}m$$

$$\Longrightarrow \eta = \frac{5Q_0}{4ZR^2} = \frac{5 \times (-1.2 \times 10^{-28})}{4 \times 51 \times (7.458 \times 10^{-15})^2} = -0.053$$

$$\Longrightarrow \frac{a}{b} \cong 1 + \eta = 1 - 0.053 = 0.947$$