



كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الرابعة

المادة : انصاف نواقل

المحاضرة : الخامسة/نظري/د. حسن سليمان

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

2026

8

- 17 1-4 الناقلية الكهربية للمواد نصف الناقلة  
Electric Conduction of Semiconductors (General Concepts)
- 18 2-4 عناصر نظرية الناقلية الكهربية وتبعثر إلكترونات الناقلية  
Elements of Conduction Theory and Electron Scattering
- 19 3-4 الظواهر الكهراحرارية Thermoelectric Phenomena
- 20 4-4 مفعول هول Hall Effect
- 21 5-4 الظواهر المغناطيسية- الغلفانية والمغناطيسية- الحرارية المختلفة:  
Different Galvani-magnetic and Thermo-magnetic Phenomena
- 22 6-4 معادلات الانتشار ومعادلة اينشتاين:  
Diffusion Equations- Einstein Equation

## الفصل الرابع

### الظواهر الحركية في المواد النصف الناقلة

#### Kinetic Phenomena of Semiconductors

2-2-4 استنتاج علاقة الناقلية الكهربائية النوعية لأنصاف النواقل الإلكترونية:

#### Derivation of the Formula for the Electrical Conductivity of Electronic Semiconductors

لنوجد في البداية تركيز الإلكترونات التي طاقاتها محصورة في المجال  $dE$ ، من  $E$  إلى  $E + dE$ ، ثم نجري الحساب من أجل سطح تساوي الطاقة لكرة مركزها، يقع في  $k = 0$ . إذن، لدينا (راجع الفصل الثالث):

$$dn = N(E) 2f(E)dE ;$$
$$dn = \frac{4\pi (2m_n)^{3/2}}{h^3} (E - E_c)^{1/2} f(E)dE , \quad (41-4)$$

حيث  $m_n$  الكتلة الفعالة السليمة؛  $m_n = m^* = m_{on}$ .

ومن المفيد أن نعدّ قاع عصابة الناقلية مبدأً لحساب الطاقة، بحيث نضع  $E_c = 0$ .

• يُعبّر عن الشحنة التي ينقلها  $dn$  إلكترونًا، انساق تحت تأثير الحقل الكهربائي  $E$ ، خلال واحدة الزمن على طول المحور  $x$  عبر واحدة السطح بالمساواة الآتية:

$$-e v_x dn = -\frac{4\pi e (2m_n)^{3/2}}{h^3} v_x E^{1/2} f(E) dE . \quad (42-4)$$

إذن، تساوي كثافة تيار الإلكترونات في الاتجاه  $x$  إلى:

$$j = -\frac{4\pi e (2m_n)^{3/2}}{h^3} \int_0^\infty v_x E^{1/2} f(E) dE . \quad (43-4)$$

وعند التعويض عن التابع  $f(E)$  بقيمته (من المعادلة (39-4) أو (40-4)) في المعادلة الأخيرة (43-4) نحصل على مجموع تكاملين؛ الأول يساوي الصفر، لكونه يُمثّل تيار

الإلكترونات في شروط التوازن، أمّا التكامل الثاني فيعطي المساواة:

$$j = -\frac{4\pi e^2 (2m_n)^{3/2}}{h^3} E \int_0^\infty v_x^2 \tau E^{1/2} \frac{df_0}{dE} dE . \quad (44-4)$$

إذن، التيار مرتبط بالتابع الإضافي اللامتوازن،  $f_1$ ، الذي أُضيف إلى تابع التوزع  $f_0$ ، والناجم عن تطبيق الحقل الكهربائي. وعلى فرض أن:

$$v_x^2 \approx v_y^2 \approx v_z^2 = \frac{2}{3} \frac{E}{m_n}. \quad (45-4)$$

نجد أن المعادلة (44-4) تأخذ الشكل:

$$j = -\frac{8\pi^2 e (2m_n)^{3/2}}{3h^3 m_n} E \int_0^\infty \tau E^{3/2} \frac{\partial f_0}{\partial E} dE. \quad (46a-4)$$

ومن أجل **غاز إلكتروني غير متحلل**، حيث  $f_0 = f_{MB} = e^{-\frac{E-E_F}{k_B T}}$ ، ومن ثمَّ

$$j = \frac{8\pi e^2 (2m_n)^{3/2}}{3h^3 m_n k_B T} E e^{\frac{E_F}{k_B T}} \int_0^\infty \tau E^{3/2} e^{-\frac{E}{k_B T}} dE \quad (46b-4)$$

وإذا أخذنا بالحسبان أن:

$$n_0 = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}$$

نجد، عندما  $E_c = 0$ ، أن:

$$e^{\frac{E_F}{k_B T}} = \frac{n_0}{N_c} = \frac{n_0 h^3}{2(2\pi m_n k_B T)^{3/2}} \quad (47-4)$$

وبضرب الطرف الأيمن من المعادلة (46b-4) بالمقدار  $\int_0^\infty E e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2} dE$  والتقسيم عليه،

مع الأخذ بالحسبان المعادلة (47-4)، نحصل على علاقة كثافة التيار كما يأتي:

$$j = \frac{8\pi e^2 (2m_n)^{3/2}}{3h^3 m_n k_B T} E \frac{n_0 h^3}{2(2\pi m_n k_B T)^{3/2}} \frac{\int_0^\infty E e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2} dE \int_0^\infty \tau E^{3/2} e^{-\frac{E}{k_B T}} dE}{\int_0^\infty E e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2} dE}$$

وعلى فرض أن **الزمن الوسطي للاسترخاء** يُعرَّف بالعلاقة

$$\langle \tau \rangle = \frac{\int_0^\infty \tau E e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2} dE}{\int_0^\infty E e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2} dE} \quad (48-4)$$

والأخذ بالحسبان المساواة

$$\int_0^{\infty} E e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2} dE = \frac{3}{4} \sqrt{\pi} (k_B T)^{5/2} \quad (49-4)$$

تؤول علاقة كثافة التيار إلى الشكل الآتي:

$$j = \frac{n_0 e^2 \langle \tau \rangle}{m_n} E \equiv \sigma E. \quad (50-4)$$

وهكذا، نحصل من أجل غاز إلكتروني غير متحلل على قانون أوم من الشكل (50-4) بحيث تساوي الناقلية النوعية:

$$\sigma = \frac{n_0 e^2}{m_n} \langle \tau \rangle. \quad (51-4)$$

ومن ثم، تساوي حركة الإلكترونات:

$$\mu_n = \frac{e}{m_n} \langle \tau \rangle. \quad (52-4)$$

أمّا من أجل غاز إلكتروني متحلل تُوصف الناقلية الكهربائية فقط بذلك الجزء من الإلكترونات التي تتوزع بجوار مستوى فيرمي.

عملياً، يمكن عدّ زمن استرخاء هذه الإلكترونات مقداراً ثابتاً،  $\tau_F$ ، موافقاً للإلكترونات التي تشغل مستوى فيرمي؛ وفي هذه الحالة، تُبسّط العلاقاتان (51-4) و (52-4) كثيراً، وينبغي عندها وضع المقدار  $\tau_F$  بدلاً من المقدار  $\langle \tau \rangle$ .

#### 4-4 مفعول هول Hall Effect

لقد تمت في الفقرات السابقة دراسة الناقلية الكهربائية تحت تأثير حقل كهربائي وعند توافر تدرج لتركيز حاملات الشحنة أيضاً. ننتقل الآن إلى دراسة إحدى ظواهر الغلفانو-المغناطيسية *Galvani-magnetic Phenomena* - مفعول هول الذي يُرصد في الفلزات وأنصاف النواقل ويُستخدم في التطبيقات العملية على نطاق واسع؛ وعلى وجه الخصوص لقد انتشرت محسّات هول نصف الناقلية Semiconductor Hall Sensors كثيراً التي تُستعمل في قياس شدة (تحريضية) الحقل المغناطيسي.

تسمى الظاهر التحريكية التي تنشأ لدى تطبيق حقل كهربائي وآخر مغناطيسي بأن معاً الظواهر الغلفانو-مغناطيسية. ويكمن مفعول هول، على وجه الخصوص، في نشوء قوة دافعة كهربائية في اتجاه عمودي على اتجاه حركة التيار الكهربائية عند وضع العينة المدروسة في حقل مغناطيسي عرضاني.

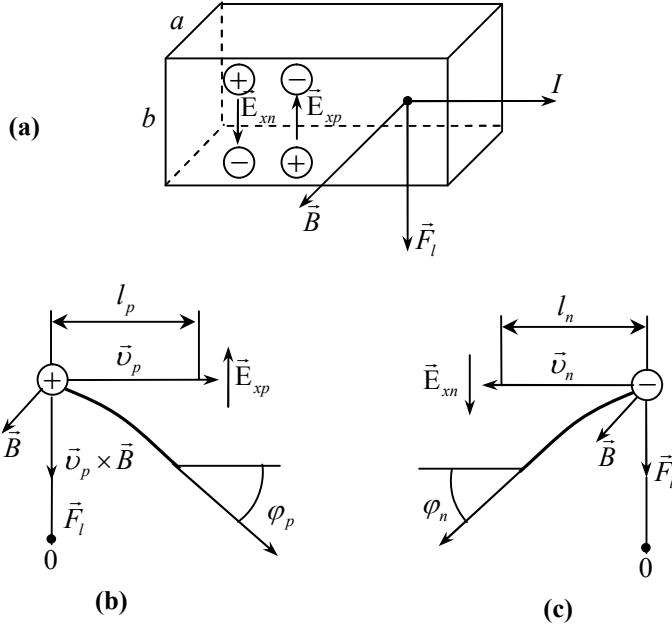
#### 4-4-1 النظرية الأولية لمفعول هول من أجل حاملات شحنة من نوع واحد

لندرس عينة نصف ناقلة لها شكل متوازي مستطيلات، كما يوضح الشكل (4-16a): لنفرض أن تياراً كهربائياً جرى في العينة نصف الناقلة من جهة اليسار نحو اليمين: فإذا تشكّل التيار بالثقوب، فإن سرعة انسيابها  $\vec{v}_d$  تأخذ اتجاهاً موافقاً لاتجاه التيار  $\vec{I}$ ، كما في الشكل (4-16b). أمّا إذا تشكّل التيار بالإلكترونات فنتجه السرعة  $\vec{v}_d$  في الاتجاه المعاكس لاتجاه التيار  $\vec{I}$ .

**لنضع نصف الناقل في حقل مغناطيسي خارجي،  $\vec{B}$** ، بحيث تتجه التحريضية في اتجاه عمودي على اتجاه التيار (نحو القارئ). في هذه الحالة تساوي قوة لورانتس:

$$F_l = e (\vec{v}_d \times \vec{B})_x \quad (126-4)$$

فمن أجل الثقوب سيتجه كل من **الضرب المتجه  $(\vec{v}_d \times \vec{B})$  وقوة لورانتس،  $\vec{F}_l$** ، في هذه الحالة، **نحو الأسفل** ومن أجل **الإلكترونات** يتجه الضرب المتجه  $(\vec{v}_d \times \vec{B})$  **نحو الأعلى** وقوة لورانتس  $\vec{F}_l$  **نحو الأسفل** ( $e < 0$ ). وبالتالي، ستتحرف الإلكترونات والثقوب تحت تأثير



الشكل (4-16): انحراف الإلكترونات والثقوب المتحركة في حقل مغناطيسي في العينة (a)؛ الشكلان (b) و (c) يوضحان هذا الانحراف خارج العينة.

الحقل المغنطيسي نحو الوجه السفلي لمتوازي المستطيلات، وعندها سيفتقر الوجه العلوي للثقوب في الحالة الأولى، ولإلكترونات في الحالة الثانية.

- وبهذا الشكل، **سينشحن الوجه السفلي** لنصف الناقل من النوع- $p$  **إيجابياً** و**العلوي سلبياً**، فينشأ **حقل هول**، بحيث يكون متجهاً من الأسفل نحو الأعلى.
- أمّا في نصف الناقل من النوع- $n$ ، **فينشحن الوجه السفلي** (عندما يكون التيار بنفس الاتجاه السابق) **سلبياً** والوجه العلوي **إيجابياً**، فينشأ **حقل هول** متجهاً من الأعلى نحو الأسفل.

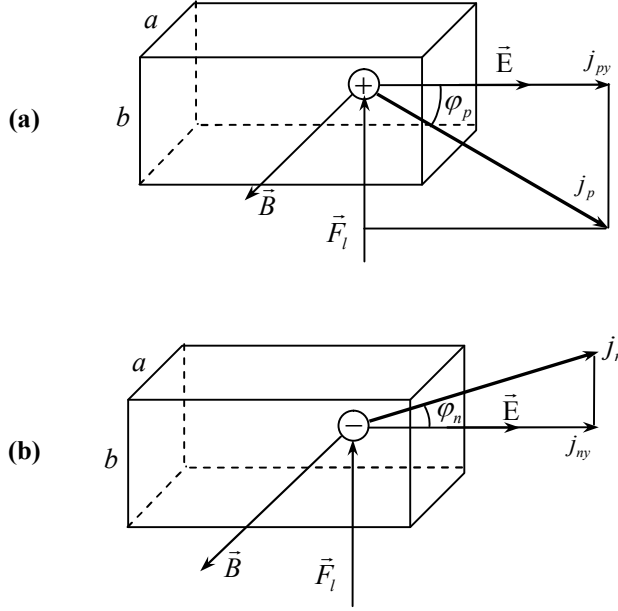
يوضح الشكل (4-16) وضعي ثقبٍ وإلكترونٍ انحرفاً تحت تأثير حقل مغنطيسي عند انتقالهما الانسيابي على امتداد طول المسار الحر الوسطي  $I_n$  و  $I_p$ ، حيث يُفترض عدم توافر حقل هول بعد؛ تسمى الزاويتان  $\varphi_n$  و  $\varphi_p$  زاويتي هول.

عند تمثيل متجهتي كثافتي تيار الثقوب وتيار الإلكترونات،  $\vec{J}_n$  و  $\vec{J}_p$ ، نجد عند الأخذ بالحسبان اتجاه دوران كل منهما،  $\varphi_n$  و  $\varphi_p$ ، أن كثافتي التيارين،  $\vec{J}_n$  و  $\vec{J}_p$ ، **تدوران باتجاهين متعاكسين**، كما يوضح **الشكلان** (4-17a) و (4-17b). ويُفترض هنا، إمّا عدم توافر تأثير حقل هول بعد، وإمّا توافر عيّنة نصف ناقلة غير محدودة في الاتجاه  $b$  (يمكن نمذجة العيّنة الأخيرة على هيئة قرص).

وفي الشروط العادية، ومن أجل نصف ناقل محدود، يحصل تراكم للشحنات المنحرفة تحت تأثير الحقل المغنطيسي على الوجهين المتقابلين لهذه العيّنة المحدودة ويستمر هذا التراكم طالما أن حقل هول المتشكّل لم يُعَدّل بعدُ قوة لورانتس. وبعد بلوغ التوازن الترموديناميكي المشار إليه، يمكن أن نعتبر عند وجود **نوع واحد** من حاملات الشحنة أن كثافة التيار  $\vec{J}_n$  أو  $\vec{J}_p$  لا تتحرف بالحقل المغنطيسي.

ومن ثمّ عند التواجد المديد لنصف الناقل الذي يمر فيه التيار في حقل مغنطيسي عرضاني يترسّخ فرق كمون عرضاني معيّن يسمّى **القوة الدافعة الكهربائية لهول**  $Hall$  *Electromotive Force* (كمون هول) عند وضع عيّنة نصف ناقلة في دارة مغلقة.

وتُعَدُّ **شدة الحقل الكليّة**،  $\vec{E}_r$ ، **مجموعاً متجهاً مساوياً**  $\vec{E} + \vec{E}_x$  **وتصنع مع الحقل**  $\vec{E}$  **زاوية هول**  $Hall$  Angle،  $\varphi$ ، كما يوضح **الشكل** (4-18).



الشكل (17-4): تغير تيار الثقوب (a) والإلكترونات (b) في الحقل المغنطيسي؛  
 $j_{ny}$  و  $j_{py}$  مسقطا كثافة التيار على اتجاه الحقل الكهربائي الخارجي.

وهكذا نجد أنه في حالة توافر نوع واحد من حاملات الشحنة، فإن الشرط الذي يُحدِّد

حقل هول يكمن في مساواة القيم المطلقة بقوة لورانتس وقوة حقل هول المتشكلة:

$$F_l = e E_x \quad (127-4)$$

أو

$$e v_d B = e E_x \quad (128-4)$$

ولكن هذا الشرط يكون محققاً فقط من أجل قيمة ما لسرعة الانسياب  $v_d$ . وهذا يعني أنه إذا امتلك الطرف الأيمن للمساواة (128-4) قيمة محدودة، فإن طرفها الأيسر يمتلك أيضاً قيمة واحدة للسرعة. وهذه الحالة غاية في الأهمية، لارتباط ظواهر غلفانو- مغنطيسية أخرى بها. يُقصد بالسرعة  $v_d$ ، في العلاقة (128-4)، السرعة الوسطية لانسياب حاملات الشحنة، لأن معظم هذه الحاملات ينتقل بسرعٍ قريبةٍ من السرعة الوسطية.

بضرب طرفي العلاقة (128-4) بتركيز الإلكترونات،  $n$ ، نحصل على المساواة الآتية من أجل نصف ناقل من النوع- $n$ :

$$ne \bar{v}_d B = e E_x n \quad (129-4)$$

ولكن، طالما أن  $\bar{v}_d$  تُمثّل سرعة الانسياب الوسطية للإلكترونات، فإن حاصل الضرب  $ne \bar{v}_d$ ،  
وتبعاً لقانون أوم، يساوي كثافة التيار  $j_n$  :

$$ne \bar{v}_d = \frac{I_n}{ab} = j_n , \quad (130-4)$$

حيث  $a$  و  $b$  بُعدان خطيان للعيّنة المدروسة في الشكل (18-4).

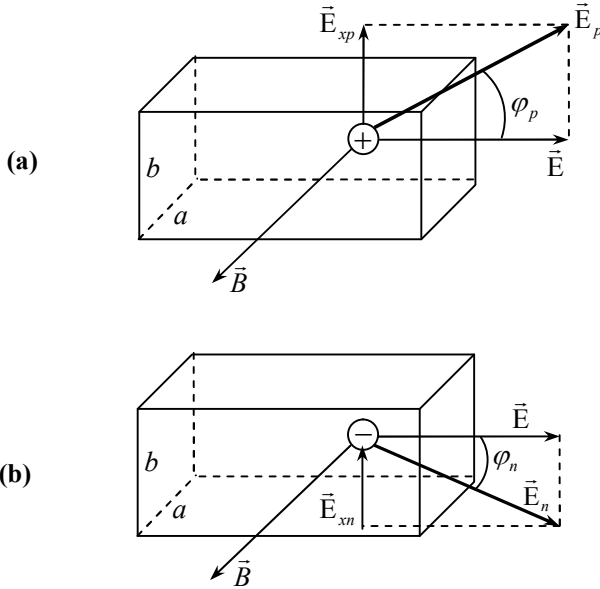
وبهذا الشكل نحصل على المساواة الآتية:

$$E_{nx} = \frac{1}{en} \frac{I_n B}{ab} = \frac{1}{en} j_n B , \quad (131-4)$$

والمقدار  $E_{nx} b$  ليس سوى فرق الكمون الذي نرمز له بالرمز  $V_{nx}$  :

$$V_{nx} = \frac{1}{en} \frac{I_n B}{a} = \frac{1}{en} j_n B b . \quad (132-4)$$

وإذا أخذنا بالحسبان توزيع حاملات الشحنة على السّرع في أنصاف النواقل اللامتحلة، نحصل  
بدلاً من المساواة (132-4) على العلاقة:



الشكل (18-4): زاوية هول في نصف الناقل الثقبي (a) ونصف الناقل الإلكتروني (b).

$$V_{nx} = \frac{A}{en} \frac{I_n B}{a} = \frac{A}{en} j_n B b, \quad (133-4)$$

حيث  $A$  مقدار، يسمى عامل هول *Hall Factor*، فضلاً عن أن قيمته تساوي **عند تبعثر الإلكترونات على الاهتزازات الصوتية** للشبكة البلورية (الفونونات الصوتية) إلى:

$$A = \frac{3\pi}{8} = 1.18$$

من أجل شبكات Si، و Ge، و InAs، وغيرها في درجات الحرارة المرتفعة نسبياً، بما فيها درجة حرارة الغرفة.

**وعند تبعثر الإلكترونات على أيونات الذرة الشائبة**، يساوي عامل هول،  $A$ ، إلى:

$$A = \frac{315\pi}{512} = 1.93$$

وإذا أخذنا بالحسبان أن شحنة الإلكترونات سالبة، فيمكننا إعادة كتابة العلاقة (133-4) بالشكل الآتي:

$$V_{nx} = -\frac{A}{en} \frac{I_n B}{a} = R_{xn} \frac{I_n B}{a}, \quad (134-4)$$

حيث  $e > 0$  و  $R_{xn}$  معامل هول *Hall Coefficient*:

$$R_{xn} = -\frac{A}{en}. \quad (135-4)$$

ومن أجل نصف ناقل من النوع- $p$  يتم الحصول على جميع العلاقات الموافقة بإتباع الطريقة

المذكورة أعلاه من أجل الثقوب، بما فيها علاقة  $R_{xp}$ :

$$R_{xp} = -\frac{A}{ep}. \quad (136-4)$$

حيث  $p$  تركيز الثقوب.

#### 2-4-4 استنتاج معامل هول من أجل نصف ناقله الكهربيائية مختلطة

#### Derivation of the Hall Coefficient for a Semiconductor with Mixed Conductivity

لندرس نصف ناقل ناقلته مختلطة حيث لا يمكن أن نُهمل فيه لا الإلكترونات ولا الثقوب. أضف إلى ذلك، تتحرف فيه كثافتا تيار الثقوب  $\vec{j}_p$  وتيار الإلكترونات  $\vec{j}_n$ ، كما ذكرنا سابقاً، في اتجاهين متعاكسين. ولذلك، لا بد من تمثيل المخطط الشعاعي (مخطط المتجهات) للتيارات من أجل نصف الناقل ذي الناقلية الكهربيائية المختلطة. يوضح الشكل (19-4) هذا المخطط على فرض أن حقل هول لم يبدأ بالتأثير بعد.

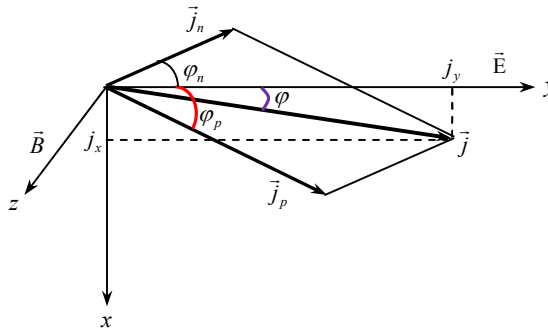
إن الكثافة الكلية للتيار  $\vec{j}$  هي مجموعٌ لكتائفتي التيار الثقبي  $\vec{j}_p$  والتيار الإلكتروني  $\vec{j}_n$  ويُشكّل زاوية دوران  $\varphi$  مع اتجاه الحقل الكهربيائي الخارجي المطبق،  $\vec{E}$ ، والمسؤول عن انسياب حاملات الشحنة، فضلاً عن أن زاوية الدوران تكون صغيرة لضعف قيمة الحقل المطبق، مما يسمح لنا بكتابة العلاقة الآتية:

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p \quad (137-4)$$

نختار المحاور الإحداثية بحيث يتجه المحور  $x$  باتجاه حقل هول أو باتجاه معاكس له، والمحور  $y$  في اتجاه الحقل الخارجي  $\vec{E}$ ، والمحور  $z$  في اتجاه الحقل المغناطيسي  $\vec{B}$ . وعندها يكون لدينا علاقة ظل زاوية (صغيرة)  $\varphi$  من الشكل الآتي:

$$\tan \varphi = \frac{j_x}{j_y} \cong \varphi, \quad (138-4)$$

حيث  $j_x$  و  $j_y$  مركبتا متجه التيار الكلي على المحورين  $x$  و  $y$  على الترتيب (أي القيمتان المطلقتان لجميع الكميات).



الشكل (19-4): انحراف التيارات عند توافر ناقلية كهربيائية مختلطة

وتبعاً للشكل (19-4) يمكننا كتابة علاقة مركبة كثافة التيار  $j_y$  المعادلة الآتية:

$$j_y = j_p \cos \varphi_p + j_n \cos \varphi_n = e(p\mu_p + n\mu_n)E \equiv \sigma E, \quad (139-4)$$

حيث أن  $\cos \varphi_p = \cos \varphi_n = 1$  على اعتبار أن الزاويتين  $\varphi_p$  و  $\varphi_n$  صغيرتان، لكونهما تُدرسان في حالة الحقول المغناطيسية الضعيفة  $\vec{B}$ .

ومركبة كثافة التيار  $j_x$  تُكتب تبعاً للشكل (19-4) وفق المعادلة الآتية:

$$j_x = j_p \sin \varphi_p - j_n \sin \varphi_n = j_p \varphi_p - j_n \varphi_n, \quad (140-4)$$

حيث أن  $\sin \varphi_p = \varphi_p$  و  $\sin \varphi_n = \varphi_n$ ، وذلك بحكم صغر الزاويتين  $\varphi_p$  و  $\varphi_n$ . يمكن التعبير عن هاتين الزاويتين من المخططين المتجهين الموضحين في الشكل (18-4). إذ يوافق هذا الرسم حالة التوازن الديناميكي وبلوغ حقل هول قيمة مستقرة. إذن، لدينا:

$$\tan \varphi_p = \frac{E_{xp}}{E} = \frac{E_{xp}}{j_p / ep\mu_p} \cong \varphi_p; \quad (141-4)$$

$$\tan \varphi_n = \frac{E_{xn}}{E} = \frac{E_{xn}}{j_n / en\mu_n} \cong \varphi_n. \quad (142-4)$$

كما يمكن الاستفادة من المعادلة (14-20) والتعبير عن الحقل  $E$  وفق الآتي:

$$E = \frac{j_n}{\sigma_n} = \frac{j_n}{en\mu_p}; \quad (143-4)$$

$$E = \frac{j_p}{\sigma_p} = \frac{j_p}{ep\mu_p}. \quad (144-4)$$

وتبعاً للعلاقة (139-4) ومفعول هول من أجل نصف الناقل المدروس نستطيع كتابة العلاقتين:

$$E_{xp} = \frac{A I_p B}{ep ab} = \frac{A}{ep} j_p B; \quad (145-4)$$

$$E_{xn} = -\frac{A I_n B}{en ab} = -\frac{A}{en} j_n B. \quad (146-4)$$

وبالتعويض عن المعادلات (146-4)-(143-4) في جملة المعادلتين (141-4) و (142-4) نجد أن:

$$\varphi_p = \frac{E_{xp}}{E} = \frac{A}{ep} \frac{j_p B}{j_p / ep\mu_p} = A\mu_p B; \quad (147-4)$$

$$\varphi_n = \frac{E_{xn}}{E} = -\frac{A}{en} \frac{j_n B}{j_n / en\mu_n} = -A\mu_n B. \quad (148-4)$$

ولإيجاد زاوية الدوران الإجمالية،  $\varphi$ ، نعوض عن العلاقتين (147-4) و (148-4) في العلاقتين (139-4) و (140-4) على الترتيب، حيث نجد أن:

$$j_x = j_p (A\mu_p B) + j_n (-A\mu_n B) = ep\mu_p E (A\mu_p B) + en\mu_n E (-A\mu_n B)$$

ومن ثمَّ

$$j_x = eA(p\mu_p^2 - n\mu_n^2)E B, \quad (149-4)$$

ومن ثمَّ نعوض العلاقتين (139-4) و (149-4) في علاقة دوران الزاوية  $\varphi$ ، أي في المعادلة (138-4)، فنجد:

$$\varphi = \frac{j_x}{j_y} = \frac{eA(p\mu_p^2 - n\mu_n^2)E B}{e(p\mu_p + n\mu_n)E} = A \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{p\mu_p + n\mu_n} B. \quad (150-4)$$

ومن جهة أخرى، يمكننا استناداً للعلاقة (147-4) كتابة المساواة الآتية:

$$\varphi_p = R_{xp} \sigma_p B. \quad (151-4)$$

وبشكل مشابه يمكننا كتابة علاقة من أجل زاوية الدوران  $\varphi$ :

$$\varphi = R_x \sigma B \equiv R_x e (p\mu_p + n\mu_n) B.$$

ومن ثمَّ

$$\varphi = R_x \sigma B, \quad (152-4)$$

وبمقارنة العلاقتين (150-4) و (152-4) مع بعضهما البعض نجد أن:

$$R_x = \frac{A}{e} \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)(p\mu_p + n\mu_n)}.$$

ومن ثمَّ

$$R_x = \frac{A}{e} \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2}. \quad (153-4)$$

بهذه الطريقة، نكون حصلنا على علاقة عامة من أجل معامل هول. ويتم الحصول على العلاقتين (136-4) و (137-4) من العلاقة الأخيرة (153-4)؛ كحالة خاصة، وذلك إذا وضعنا  $n=0$  أو  $p=0$ .

ومن أجل نصف ناقل ذاتي  $n=p=n_i$  حيث تتحقق الناقلية الذاتية، نجد من العلاقة ما (153-4) يأتي:

$$R_{xi} = \frac{A}{e} \frac{p}{p^2} \frac{(\mu_p - \mu_n)(\mu_p + \mu_n)}{(\mu_p + \mu_n)^2},$$

ومن ثمَّ

$$R_{xi} = \frac{A}{en_i} \frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_p + \mu_n}. \quad (154-4)$$

وطالما، في معظم الأحيان  $\mu_p < \mu_n$ ، فإن معامل هول الذاتي يُعدُّ كميةً سالبةً دوماً. يتضح من العلاقتين (147-4) و (148-4) أن زاويتي هول من أجل الثقوب والإلكترونات تتناسبان تناسباً طردياً مع حاصل ضرب الحركيات في تحريضية الحقل المغنطيسي.

إذن، إلى جانب الحركيات الانسيابية يمكن الحديث عن حركيات هول التي تُعَيَّن بالشكل الآتي:

$$\mu_{pH} = A\mu_p ; \quad (155-4)$$

$$\mu_{nH} = A\mu_n . \quad (156-4)$$

وعندما  $A=1$ ، تتطابق حركيتنا هول مع حركيتي الانسياب.

لقد استخدمنا سابقاً علاقات تقريبية على أساس أن الزوايا  $\varphi_p$ ، و  $\varphi_n$ ، و  $\varphi$  صغيرة، ومن ثم، تسمى الحقول المغنطيسية من أجل تلك الزوايا الصغيرة حقولاً ضعيفةً. ويُعبَّر عن معايير الحقل المغنطيسي الضعيف بالمتراجحتين:

$$\varphi_p = \frac{l_p}{r_p} = A\mu_p B = \mu_{pH} B \ll 1, \quad (157-4)$$

$$\varphi_n = \frac{l_n}{r_n} = A\mu_n B = \mu_{nH} B \ll 1, \quad (158-4)$$

حيث  $l_p$  و  $l_n$  طول المسار الحر الوسطي للثقوب والإلكترونات، و  $r_p$  و  $r_n$  نصف قطر قوسي الدائرتين اللتين تدور وفقهما الثقوب والإلكترونات تحت تأثير قوة لورانتس على الترتيب. فمثلاً تتحقق المتراجحة، على وجه الخصوص، من أجل Ge عندما  $\mu_n = 0.3 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  و  $B = 1 \text{ T}$ . وطالما أن حركية الثقوب أقل من حركية الإلكترونات، فإن المتراجحة (157-4) محققة أيضاً. فضلاً عن أن التحريضية المغنطيسية، واحد تسلا (1T)، تُعدُّ ضعيفةً - اصطلاحاً - فقط من وجهة نظر تحقق المتراجحتين. ويساوي معامل هول الواحد ( $A=1$ ) في الحقول الشديدة التي تُعَيَّن بالمتراجحتين المذكورتين المتعاكستين بالإشارة. ومن أجل الفلزات وأنصاف النواقل المتحللة يكون  $A=1$  بصرف النظر عن قيمة  $B$ .

تُطبَّقُ ظاهرة هول على نطاق واسع في دراسة أنصاف النواقل؛ إذ يمكن بسهولة تعيين كل من  $I$ ، و  $B$ ، و  $a$ ، و  $V_x$ ، تجريبياً؛ كما يتم الحصول على  $R_x$  في المجال المشوب من العلاقة (4-134). أضف إلى ذلك، إذا كانت آلية التبثر معلومةً (قيمة  $A$  معلومة)، فليس من الصعب بمكان تعيين التركيز  $n$  والتركيز  $p$ .

ثمة صعوبات أساسية يمكن أن تبرز عند قياس  $V_x$ ؛ إذ تُعيَّن هذه الكميّة باستعمال مقياس كمون في حالة التيار المستمر (مقياس فولط DC) حيث يُقاس فرق الكمون بين مسبرين (مجسّين) يمسّان نصف الناقل في نقطتين تقعان على وجهين متقابلين (في الشكل (4-16) تقع هاتان النقطتان على الوجهين العلوي والسفلي). ويجب أن تتوزع هذه النقاط على سطح تساوي الكمون للتيار (أي على مستوي عمودي على منحى التيار) بحيث يُستبعد قياس فرق الكمون الأومي الناجم عن التوزّع غير المتناظر لتماسات هول.

ولكن من الصعوبة بمكان، بلوغ عملية القياس هذه، ولا بد من قياس  $V_x$  من أجل قطبيتين للتيار  $I$ ، بحيث يكون لفرق الكمون الأومي إشارتين مختلفتين، ومن ثمَّ يُحسَّب المتوسط الحسابي من معطيات القياسات المشار إليها لفرق الكمون  $V_x$ .

تتوافر عادةً في مجموعة القياس مجسّات تتوزع على طول التيار في العينة، بحيث يمكن تحديد الناقلية النوعية لتلك المقاطع لتلك القطاعات من العينة (يمكن استعمال أحد هذه المجسّات بمثابة تماس هول).

إن القياسات المركبة لـ  $R_x$  و  $\sigma$  تسمح بتحديد إشارة حاملات الشحنة، وتركيزها، وحركيّتها. فإذا وضعت منظومة القياس الحاوية على العينة في ترموستات، حيث يمكن بسهولة المحافظة على فارق حراري، فيمكننا دراسة التابعية الحرارية لتلك المقادير؛  $R_x$ ، و  $\sigma$ ، و  $n$ ، و  $\mu$ .



مكتبة  
A to Z