كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثانية

المادة : ميكانيك تحليلي

المحاضرة : الاولى /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z



2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

عندما تترك نقطة مادية على سطح فلابد أن تحقق معادلة السطح مكان لك عندما تتركى على منحنى و يمكن تعميم ذلك على أي جملة مادية.

- قد تتعلق الارتباط بالسرعة والزمن وهكذا.

نكتب معادلة الارتباط بصورة عامة لجملة مادية مؤلفة من N نقطة مادية بالعلاقة:

$$f(x_1, y_1, z_1, \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1 \dots x_{N1}, y_{N1}, z_{N1} \dots x_n, y_n, z_n, t) = 0$$

عندما تترك نقطة مادية $M(x,y,z)$ على سطح كرة نصف قطرها a فإن معادلة الارتباط هي:

$$x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0 \quad \dots [2a]$$

وقد تكتب هذه المعادلة بدلالة الإحداثيات الكروية وتعبر عن تلك الإحداثيات بالوسطاء $(\theta, \varphi, a)$ وتكتب معادلة الارتباط السابقة بالصيغة:

$$r - a = 0 \quad \dots [2b]$$

وعندما تأخذ الجملة من N جسيم تترك كل منها على سطح الكرة السابقة فيمكن أن نكتب معادلة الارتباط السابقة كالآتي:

$$x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - a^2 = 0 \qquad (i = 1, 2, \dots)$$

حيث

$$r_i - a = 0 \quad \dots (3) \qquad \text{أو} \qquad (i \text{ تمثل رقم نقطة الجملة})$$

- قد تخضع الحلقة أثناء حركتها لعدة ارتباطات:

يمكن في المثال السابق أن يجبر الجسم على الحركة على دائرة أفقية على سطح الكرة مع بقاء بُعد جميع إحداثيات الجسم ثابتاً أيضاً، أي أن:

$$C_1 = a \quad \dots [4]$$

تعريف: عدد درجات الحرية: هو عدد الإحداثيات المستقلة اللازمة لمراقبة الحلقة أو هو عدد الإحداثيات اللازمة لوصف الحلقة فيما لو كانت الطريقة خطوة من عدد معادلات الارتباط.

- إذا تأثر الجسم المذكور سابقاً بالارتباط المعبر عنه بالمعادلة 2a فإن عدد درجات الحرية $[2] = 1 = 3 - 2$ أما إذا تأثر الجسم المذكور بالارتباطين المتمثلين بالمعادلتين (4)، (2a) فيصبح عدد درجات الحرية $[1] = 2 - 3$ أما إذا تأثر الجسم بثلاثة ارتباطات لا تتعلق بالزمن فلا يوجد معنى للمسألة لأن الجسم سيكون ثابتاً من هذه الحالة ولا يتحرك.

- لزيادة الإيضاح نورد بعض الأمثلة لحساب عدد درجات الحرية لحلقة مادية:

أ) إن عدد درجات الحرية لمادة مؤلفة من N جسيم طليق هو $[3N]$

أما إذا تأثرت الحلقة بـ K ارتباط فإن عدد درجات الحرية لهذه الحلقة تساوي $[3N-K]$

ب) يمكن البرهان أن الجسم الصلب الطليق يتعين من المعادلة الثلاثية لإحداثيات نقط منه تعين $M_1(x_1, y_1, z_1)$ $M_2(x_2, y_2, z_2)$ $M_3(x_3, y_3, z_3)$ أي مع ثلاث مجاهيل مستقلة وهي ترتبط فيما بينها



TEL:0931497960 - مكتبة A to Z

دلالة علامات رياضية تعبر عن البعد الثابت بين كل نقطتين منه وبالتالي نخفض عدد الوسطاء والدرجة لدراسة الجسم الصلب الى ستة وسطاء وفقط

نأخذ كمثلي $[x(c), y(c), z(c)]$ ← احداثيات مركز ثقل الجسم

و $(\alpha, \beta, \theta)$ زوايا أويلر بسبب الصلب

C ← مركز

(2) يوجد درجة حرية واحدة للجسم الصلب حول محور واحد

فقرة ج: أنواع الارتباطات: يمكن التمييز بين عدة أنواع من الارتباطات نوجزها فيما يلي:

أ - تقسم الارتباطات من ناحية وجود التفاضل الى قسمين:

- ارتباط هندسي لا يحوي أي تفاضل

- ارتباط تفاضلي يحوي ارتباطات تفاضلية يحوي من معادلة على الاستقامة الذي يضع قيود.

مثال: هكذا تكون الارتباطات المعبرة عنها بالعلاقات (4) (5a) (5b)

ارتباط هندسية لا تحوي تفاضل

أما اذا خذنا جسم يتحرك في الفضاء فهو يخضع لمعادلة ارتباط الآتية:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0$$

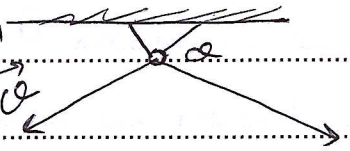
أو المعادلة الارتباط [5b] $\rho = const$ نقسم الارتباطين بسبب بقاء تفاضليين

ب) يقسم الارتباط بسبب وجود الزمن فيه الى قسمين:

(1) ارتباط ثابت: (تفاضلية بسبب الزمن = 0) (ثابتة) (لا يحوي الزمن بشكل صريح)

(2) ارتباط غير ثابت: (تتغير مع الزمن) (يحوي الزمن بشكل صريح) وهكذا نأتي الارتباط

الشكل (1)




ارتباط مستقيم (4) (2a) (4b)

أما إذا فرضنا نواس بسيط كما في الشكل (1) : يرتبط نهايته على بكرة ثابتة وجسم الخيط بدية منتظمة لها (تقطع مسافات ثابتة خلال زمن ثابت) فإن معادلة ارتباطه هي : $l = l_0 - vt$

فإن هذا ارتباط متحول (يتوقف الزمن بشكل صريح)

- يقسم الارتباط من حيث إمكانية عبوره الشيء إلى قسمين (ارتباط ممر) ((أصادين اكبانب)) :

يمكن للمتحرك أن يتحرر من الشيء مثل : حركة جسم يتحرك على سطح فهو يحقق معادلة السطح طالما يبقى على السطح ولكن يتحرر من السطح فيصبح طليق

ب) ارتباط مقيد (شنابي اكبانب) : لا يمكن للجسم المتحرك أن يتحرر من القيد مثال : حركة حلقة معدنية على سلك معقوف على شكل مأخذ يبقى الارتباط المتصل إلى حين : هو نوع هذا الارتباط فاضلي يمكن مكاملته وبالتالي يتحول إلى ارتباط هندسي

فالارتباط المعبر عنه بالمعادلة 5b يمكن استكماله $p = const$

يمكن مكاملة معادلة ارتباط هولونومي

$$y(x) = 0 \quad \boxed{7a} \quad \Leftarrow \quad \frac{dy}{dt} = 0$$

- كذلك الارتباط

$$\boxed{7b} \quad \int dy = \int 0 \quad \Rightarrow \quad y = const$$

من الملفت في نهاية هذه الفقرة أن نذكر نوعاً آخر من الارتباط يعبر عنه بعبارة غير المعادلة فإذا فرضنا مجموعة جسيمات تتحرك على السطح الداخلي لكرة نصف قطرها a يمكن كتابة معادلة هذا الارتباط بالصيغة $r \leq a$ $\boxed{8a}$

أما إذا تحركت الجسيمات على السطح الداخلي للكرة يمكن أن نضع معادلة الارتباط

مكتبة A to Z