كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الاولى

المادة : تحليل رياضي2

المحاضرة : الثانية/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

تمرين 1 :

$$I=\int x^5(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}\,dx$$

k ليس عدد صحيح

$m=5,\ n=2,\ k=-\frac{1}{2}$

$\frac{m+1}{n}=\frac{5+1}{2}=3$ عدد صحيح

$$I=\int x^5(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}dx=\int x^4\cdot x\,(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}dx$$

(t^2 ، $t\,dt$)

نفرض: $1+x^2=t^2\Rightarrow x^2=t^2-1$ ومنه $x^4=(t^2-1)^2$

$2x\,dx=2t\,dt\Rightarrow x\,dx=t\,dt$

$$I=\int(t^2-1)^2(t^2)^{-\frac{1}{2}}\,t\,dt=\int(t^2-1)^2\cdot t^{-1}\cdot t\,dt$$

$$=\int(t^2-1)^2\cdot\frac{1}{t}\,t\,dt=\int(t^4-2t^2+1)\,dt$$

$$=\frac{t^5}{5}-\frac{2}{3}t^3+t+c$$

$t^2=1+x^2\Rightarrow t=\sqrt{1+x^2}$

$$\Rightarrow I=\frac{(\sqrt{1+x^2})^5}{5}-\frac{2}{3}(\sqrt{1+x^2})^3+\sqrt{1+x^2}+c$$

تمرين 2 :

$$I=\int x^{-2}(1+x^2)^{-\frac{3}{2}}\,dx$$

k ليس عدد صحيح

$m=-2,\ n=2,\ k=-\frac{3}{2}$

$\frac{m+1}{n}=\frac{-2+1}{2}=-\frac{1}{2}$ ليس عدد صحيح

$\frac{m+1}{n}+k=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-\frac{4}{2}=-2$ عدد صحيح

نفرض: $1+x^2=x^2\cdot t^2\longrightarrow x^2=\frac{t^2}{t^2-1}$

$x^2 - x^2t^2 = -1 \Rightarrow x^2(1-t^2) = -1 \Rightarrow x^2 = \frac{-1}{1-t^2} = \frac{1}{t^2-1}$

$t^2-1 = \frac{1}{x^2}$

$x = \sqrt{\frac{1}{t^2-1}} = \frac{1}{\sqrt{t^2-1}} = (t^2-1)^{-\frac{1}{2}}$

$dx = -\frac{1}{2} \cdot 2t\,(t^2-1)^{-\frac{1}{2}-1} = -t\,(t^2-1)^{-\frac{3}{2}} = \frac{-t}{(t^2-1)^{\frac{3}{2}}}$

$I = \int \frac{1}{x^2}(1+x^2)^{-\frac{3}{2}}\,dx$

$I = \int (t^2-1)\left(\frac{t^2}{t^2-1}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{-t}{(t^2-1)^{\frac{3}{2}}}\,dt = \int (t^2-1)\left(\frac{t^2-1}{t^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{-t}{(t^2-1)^{\frac{3}{2}}}\,dt$

$= \int (t^2-1)\,\frac{(t^2-1)^{\frac{3}{2}}}{(t^2)^{\frac{3}{2}}}\,\frac{-t}{(t^2-1)^{\frac{3}{2}}}\,dt = \int (t^2-1)\cdot\frac{1}{t^3}\cdot(-t)\,dt$

$I = -\int \frac{t^2-1}{t^2}\,dt = -\int 1-\frac{1}{t^2}\,dt = -\int 1-t^{-2}\,dt = -\left[t - \frac{t^{-1}}{-1}\right]$

$t^2 = \frac{1+x^2}{x^2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{1+x^2}{x^2}} \Rightarrow -\left[t + \frac{1}{t}\right] + c$

$= -\left[\sqrt{\frac{1+x^2}{x^2}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{1+x^2}{x^2}}}\right] + c = -\left[\sqrt{\frac{1+x^2}{x^2}} + \sqrt{\frac{x^2}{1+x^2}}\right] + c$

تمرين 3 :

$I = \int \frac{x^4+x^3+1}{x(x^2+1)}\,dx$

$x^3+x \;\overline{)\; x^4+x^3+1}$; $x+1$; $-x^4 \quad -x^2$; $0+x^3-x^2+1$; $-x^3+x$; $0-x^2-x+1$

$\Rightarrow I = \int \left[x+1 + \frac{(-x^2-x+1)}{x(x^2+1)}\right] dx$

نفرض A, B, C

نكتب بالشكل :

$$\frac{-x^2-x+1}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

$$-x^2-x+1 = A(x^2+1) + x(Bx+C)$$

$$-x^2-x+1 = Ax^2 + A + Bx^2 + Cx$$

$$-x^2-x+1 = (A+B)x^2 + Cx + A$$

$$\left.\begin{array}{l} x^2 : A+B=-1 \\ x : C=-1 \\ x^0 : A=1 \end{array}\right\} \Rightarrow B=-2$$

/الكمالات/

$$I = \int \left[x+1 + \frac{1}{x} + \frac{(-2x-1)}{x^2+1} \right] dx$$

$$= \int \left[x+1 + \frac{1}{x} - \frac{2x}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+1} \right] dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + x + \ln|x| - \ln|x^2+1| - \operatorname{arctg} x + c$$

تمرين 4: وظيفة

$$I = \int \frac{x^2 \cdot dx}{(x+2)^2 \cdot (x+1)}$$

ملاحظة: بالكل حد تكامل عندو جذر

أي:

$$\frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} + \frac{C}{x+1}$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 — مكتبة A to Z