



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثالثة

المادة : هندسة تفاضلية

المحاضرة : الثانية / عملي /

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

كلية العلوم

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

2026

3

الدكتور:

المحاضرة:

الثانية عملي



التاريخ: / /

A to Z Library for university services

القسم: رياضيات

السنة: الثالثة

المادة: هندسة تفاضلية

السؤال الأول: اكتب طول القوس للمعنى:

$$x = 4a \cos^3 t$$

$$y = 4a \sin^3 t$$

المحور بين النقطتين t_0 و t_1 : $t_0, t_1 \in]0, \frac{\pi}{2}[$

$$\int_{t_0}^{t_1} \sqrt{x'^2 + y'^2} dt$$

$$x' = -12a \sin^2 t \cos^2 t$$

$$y' = 12a \cos t \sin^2 t$$

$$\begin{aligned} x'^2 + y'^2 &= 144a^2 \sin^2 t \cos^4 t + 144a^2 \cos^2 t \sin^4 t \\ &= 144a^2 \sin^2 t \cos^2 t (\sin^2 t + \cos^2 t) \end{aligned}$$

$$\sqrt{x'^2 + y'^2} = \sqrt{144a^2 \sin^2 t \cos^2 t}$$

$$= 12a \sin t \cos t$$

$$= 6a \sin 2t$$

$$\int_{t_0}^{t_1} 6a \sin 2t dt = 3a [-\cos 2t]_{t_0}^{t_1}$$

$$= 3a [\cos 2t_0 - \cos 2t_1]$$

السؤال الثاني:

$$\vec{R}(t) = (1+t^2, t, t^3) \quad \text{أوجد تمثيل للمماس}$$

وأوجد التقوس والاتقاط في المنطقة الواقعة لـ $t=1$

تم أوجد التمثيل فرينيه

الكل

$$R'(t) = (2t, 1, 3t^2) \Rightarrow R'(1) = (2, 1, 3)$$

$$R''(t) = (2, 0, 6t) \Rightarrow R''(1) = (2, 0, 6)$$

$$R'''(t) = (0, 0, 6) \Rightarrow R'''(1) = (0, 0, 6)$$

$$\vec{T} = \frac{R'(1)}{|R'(1)|} = \frac{(2, 1, 3)}{\sqrt{4+1+9}} = \frac{(2, 1, 3)}{\sqrt{14}} \Rightarrow$$

$$\vec{T} = \left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right)$$

$$\vec{B} = \frac{R'(1) \times R''(1)}{|R'(1) \times R''(1)|};$$

$$R'(1) \times R''(1) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 6\hat{i} - 6\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{(6, -6, -2)}{\sqrt{36+36+4}} = \frac{(6, -6, -2)}{\sqrt{76}} \Rightarrow$$

$$\vec{B} = \left(\frac{6}{\sqrt{76}}, \frac{-6}{\sqrt{76}}, \frac{-2}{\sqrt{76}} \right)$$



$$\vec{N} = \vec{B} \times \vec{T} = \left(\frac{6}{\sqrt{76}}, \frac{-6}{\sqrt{76}}, \frac{-2}{\sqrt{76}} \right) \times \left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right)$$

$$\vec{N} = \frac{1}{\sqrt{14} \times \sqrt{76}} \begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & -6 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1064}} (-16\vec{i}, -22\vec{j}, 18\vec{k})$$

$$= \left(\frac{-16}{\sqrt{1064}}, \frac{-22}{\sqrt{1064}}, \frac{18}{\sqrt{1064}} \right)$$

$$\vec{C} = \frac{(R'(t), R''(t), R'''(t))}{|R'(t) \times R''(t)|^2}$$

$$(R'(t), R''(t), R'''(t)) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 6(-2) = -12$$

$$\vec{C} = \frac{-12}{(\sqrt{76})^2} = \frac{-12}{76} = \frac{-3}{19}$$

معامل ضرب بنسبة 9

$$\vec{T} = k\vec{N} = \frac{\sqrt{76}}{14\sqrt{14}} \left(\frac{-16}{\sqrt{1064}}, \frac{-22}{\sqrt{1064}}, \frac{18}{\sqrt{1064}} \right)$$

$$= \left(\frac{-16}{196}, \frac{-22}{196}, \frac{18}{196} \right)$$



$$\begin{aligned} \vec{N} &= -k\vec{T} + \tau\vec{B} \\ &= \frac{-\sqrt{76}}{14\sqrt{14}} \left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right) + \left(\frac{-3}{19} \right) \cdot \left(\frac{6}{\sqrt{76}}, \frac{-6}{\sqrt{76}}, \frac{-2}{\sqrt{76}} \right) \\ &= \left(\frac{-2\sqrt{76}}{196}, \frac{-\sqrt{76}}{196}, \frac{3\sqrt{76}}{196} \right) + \left(\frac{-18}{19\sqrt{76}}, \frac{18}{19\sqrt{76}}, \frac{6}{19\sqrt{76}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{B} &= -\tau\vec{N} \\ &= - \left(\frac{-3}{19} \right) \left(\frac{-16}{\sqrt{1064}}, \frac{-22}{\sqrt{1064}}, \frac{18}{\sqrt{1064}} \right) \\ &= \left(\frac{-48}{19\sqrt{1064}}, \frac{-66}{19\sqrt{1064}}, \frac{54}{19\sqrt{1064}} \right) \end{aligned}$$

نتيجة الحاضرة



مكتبة AZ to Z