كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : إحصاء رياضي

المحاضرة : الثانية/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

التوزيعات المنفصلة:

* توزيع برنولي: تجربة ثنائية (لها نتيجتين فقط متنامتان)
الوسيط p — تكرر مرة واحدة فقط
(إلقاء قطعة نقود - إصابة الهدف - تحديد جنس المولود)

قانون التوزيع الاحتمالي لبرنولي:

$$p(x) = p^x \cdot q^{1-x}$$

$$q + p = 1 \quad ; \quad x = 0, 1$$

* توزيع ثنائي الحد: تجربة ثنائية تكرر n مرة.

قانون التوزيع الاحتمالي لتوزيع ثنائي الحد:

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

n: عدد المحاولات (عدد مرات تكرار التجربة).

x: عدد مرات وقوع الحدث

الوسطاء هم: p, n

* توزيع بواسون: يمثل وقوع حدث معين في مدة زمنية معينة أو تجارب نادرة الحدوث مثل عدد الأخطاء المطبعية - عدد الزلازل السنوية أو تجربة ثنائية الحد فيها n كبير جداً و p صغير جداً.

توزيع ثنائي الحد ← توزيع بواسون ($\lambda = np$)

وسيطه: λ وهو يمثل وقوع الحدث

دالة التوزيع الاحتمالية:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

التمرين الأول: نرمي مرة واحدة ولنعرف المتغير العشوائي X الذي يمثل ظهور العدد 5.

1- حدد نوع التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X

2- احسب التوقع والتباين والانحراف المعياري.

الحل:

1- المتغير العشوائي يتبع توزيع برنولي، لأن التجربة تكررت مرة واحدة فقط وإما تتحقق فقط إذا ظهور العدد 5 باحتمال $p = \frac{1}{6}$ أو عدم ظهوره باحتمال $q = \frac{5}{6}$

2-

$$E(x) = p = \frac{1}{6}$$

$$V(x) = pq = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{pq} = \sqrt{\frac{5}{36}} = \frac{\sqrt{5}}{6} \sim 0.372$$

التمرين الثاني: إذا ألقينا حجر نرد 10 مرات احسب ما يلي:

1- احتمال الحصول على العدد 6 أربع مرات.

2- احتمال الحصول على عدد أكبر من 4 ثلاث مرات.

3- احتمال الحصول على العدد 3 أكثر من مرة.

4- احتمال الحصول على عدد زوجي مرتين على الأقل أو أقل.

الحل: توزيع ثنائي الحد

1. $p=\frac{1}{6}$, $n=10$ $\Leftarrow$ $q=1-p=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

$$P(X=4)=\binom{10}{4}\left(\frac{1}{6}\right)^4\left(\frac{5}{6}\right)^6$$

$$=\frac{10!}{4!\,6!}\left(\frac{1}{6}\right)^4\left(\frac{5}{6}\right)^6\simeq 0.054$$

2. $p=\frac{2}{6}$, $n=10$ $\Leftarrow$ $q=1-\frac{2}{6}=\frac{4}{6}$

$$P(X=3)=\binom{10}{3}\left(\frac{2}{6}\right)^3\left(\frac{4}{6}\right)^7\simeq 0.260$$

3. $p=\frac{1}{6}$, $q=\frac{5}{6}$, $n=10$

$$P(X>1)=1-P(X\leq 1)$$
$$=1-[P(X=0)+P(X=1)]$$
$$=1-\left[\binom{10}{0}\left(\frac{1}{6}\right)^0\left(\frac{5}{6}\right)^{10}+\binom{10}{1}\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{5}{6}\right)^9\right]$$
$$\simeq 0.515$$

4. $n=10$, $p=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\Rightarrow q=\frac{1}{2}$

$$P(X\leq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$$
$$=\binom{10}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^{10}+\binom{10}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^9+\binom{10}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^8\simeq 0.054$$

التمرين الثالث: صندوق يحوي 6 مصابيح فإذا كان احتمال أن يكون أي منها تالف هو 0.4

1. حدد نوع التوزيع الاحتمالي وأوجد قانون التوزيع لعدد المصابيح التالفة
2. أوجد توقع وتباين المصابيح التالفة
3. أوجد احتمال الحصول على 3 مصابيح تالفة
4. أوجد احتمال الحصول على مصباحين تالفين على الأقل
5. أوجد توقع وتباين المصابيح السليمة

الحل:

1. التجربة تخضع لتوزيع ثنائي الحد

$$n=6 \qquad p=0.4 \qquad q=1-0.4=0.6$$

$$p(x)=\binom{6}{x}(0.4)^x(0.6)^{6-x} \quad ; \quad x=0,\dots,6$$

2.

$$E(x)=np=6(0.4)=2.4$$

$$V(x)=npq=6(0.4)(0.6)=1.44$$

3.

$$p(X=3)=\binom{6}{3}(0.4)^3(0.6)^3 \approx 0.276$$

4.

$$p(x\geq 2)=1-p(X<2)$$

$$=1-[p(X=0)+p(X=1)]$$

$$=1-\left[\binom{6}{0}(0.4)^0(0.6)^6+\binom{6}{1}(0.4)^1(0.6)^5\right]$$

$$\approx 0.766$$

5. $p = 0.6$

$E(x) = np = 6(0.6) = 3.6$

$V(x) = npq = 6(0.6)(0.4) = 1.44$

التمرين الرابع: إذا علمت أن معدل دخول زبائن إلى مطعم هو 5 أشخاص في الساعة، احسب:

1- احتمال أن يدخل المطعم 7 زبائن خلال ساعة.

2- احتمال أن يدخل ما بين شخصين إلى 6 أشخاص خلال ساعة.

3- احتمال أن يدخل المطعم أكثر من شخصين خلال ساعة.

الحل:

1) $\lambda = 5$

$$P(X=7) = e^{-5}\frac{5^7}{7!} = 0.104$$

2.
$$P(2<X<6) = P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$$
$$= e^{-5}\frac{5^3}{3!} + e^{-5}\frac{5^4}{4!} + e^{-5}\frac{5^5}{5!}$$
$$\simeq 0.491$$

3.
$$P(X>2) = 1 - P(X\leq 2)$$
$$= 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)]$$
$$= 1 - \left[e^{-5}\frac{5^0}{0!} + e^{-5}\frac{5^1}{1!} + e^{-5}\frac{5^2}{2!}\right]$$
$$= 0.875$$

التمرين الخامس: في اختبار لفعالية دواء ما فرضنا أنه خطأ باحتمال 0,001 وإنه أعطي لـ 2000 شخص اصيب:

1. احتمال أن يتضرر 3 أشخاص نتيجة هذا الدواء.
2. احتمال أن يتضرر أكثر من شخص

الحل:

هذه التجربة تخضع لتوزيع ثنائي الحد وبما أن n كبير و p صغير فإنها تؤول إلى توزيع بواسون حيث:

$$\lambda = np = 0,001 \times 2000 = 2$$

1.

$$P(X=3) = e^{-2}\frac{2^3}{3!} \simeq 0,180$$

2.

$$P(X>1) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - [P(X=0) + P(X=1)]$$

$$= 1 - \left[e^{-2}\frac{2^0}{0!} + e^{-2}\frac{2^1}{1!}\right]$$

$$\simeq 0,593$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 — مكتبة A to Z

مكتبة A to Z