



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثالثة

المادة : إحصاء رياضي

المحاضرة : الثالثة / نظري /

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

كلية العلوم

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

2026

6

الدكتور:



القسم: رياضيات

المحاضرة:

السنة: الثانية

المادة: نظرية

المادة: إحصاء رياضي

التاريخ: / /

A to Z Library for university services

مثال: بفرض أن $(\mu, \sigma^2) \sim (50, 100)$

أوجد نسبة $P(42 < X < 55)$ الموافقة للاختبار $P(42 < Z < 55)$

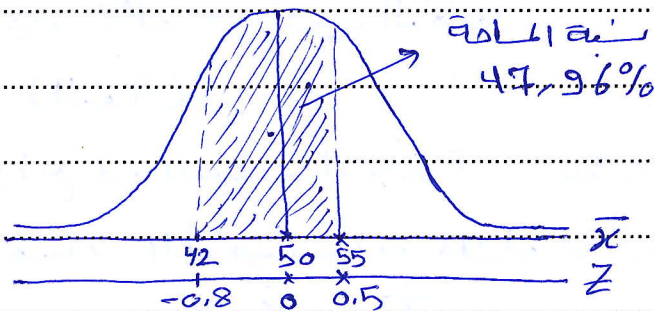
الحل:

$$Z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma} = \frac{42 - 50}{10} = -0.8$$

$$Z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma} = \frac{55 - 50}{10} = 0.5$$

$$\begin{aligned} P(-0.8 < Z < 0.5) &= P(Z < 0.5) - P(Z < -0.8) \\ &= 0.5 - [1 - P(Z < 0.8)] \\ &= 0.5 - (1 - 0.7881) \\ &= 0.4796 \\ &= 47.96\% \end{aligned}$$

سواء كانت على شكل غاوس:



مثال 2: $N(10, 16) \sim N(\mu, \sigma^2)$

$P(X < x) = 0.9980$ أوجد قيمة x التي تقع العلاقة

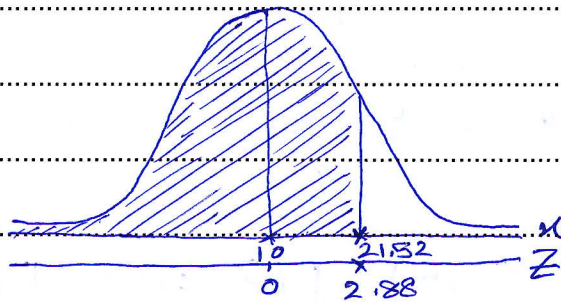
ثم بين المساحة على منحنى غاوس.

الحل:

$$P(X < x) = P(Z)$$

$$\Rightarrow Z = 2.88 \quad (\text{بجداول})$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow 2.88 = \frac{X - 10}{4} \Rightarrow X = 21.52$$



- تجارة التوزيعات التامة:

③ توزيع ستودنت T :

درجات الحرية V أو $d.f$

$$V = n - 1$$

α : الخطأ الإحصائي يمثل مستوى الدلالة

$(1 - \alpha)$: احتمال التوصل للنتيجة.

يستخدم هذا التوزيع في البيانات الكمية $n < 30$.

يستخدم أيضاً في اختبار الفرضيات من خلال مؤشر الاختبار

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

من خلال المقارنة في المؤشر القيمة الحرجة (الجداول) T_{α} مع

مستوى الدلالة

تابع الكثافة الوافقة لتوزيع ستودنت:

$$f(T) = c \left(1 + \frac{T^2}{V} \right)^{\frac{V+1}{2}}$$

V : درجات الحرية

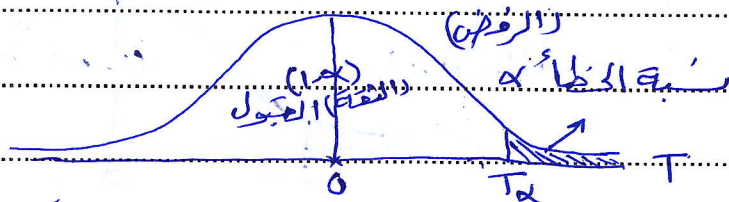
c : ثابت الاختيار

لحساب القيمة الحرجة نأخذ جدول ستودنت حيث المورد عند درجات

الحرية والسطر عند الخطأ α نخرج التقاطع فنحصل على القيمة الحرجة

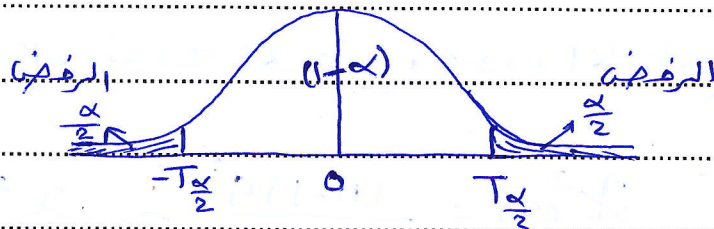
لحساب T_{α} ونقل على منحنى غاوس حيث مركزه مشرف

الخريف ليس بالصورة الواضحة



أما لحساب القيمة الحرجة $T_{\alpha/2}$ عندئذ يكون منحنى غاوس

بالشكل:



مثال: يفرض أن نسبة خطأ مؤلفة من 1% غير أومر

$T_{\alpha/2}$ ، مستوى الدلالة 5% فما ذلك على منحنى

غاوس.

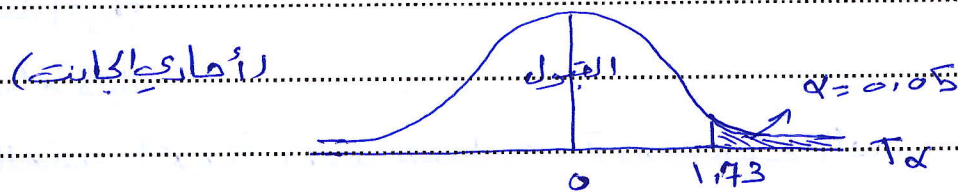


$$V = n - 1 = 19 - 1 = 18$$

الجدول : T_{α}

$$\alpha = 0.05$$

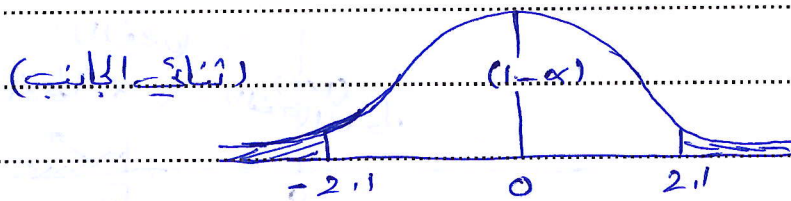
من الجدول نجد $T_{\alpha} = 1.73$



$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025$$

$T_{\frac{\alpha}{2}}$

من الجدول نجد $T_{\frac{\alpha}{2}} = 2.1$



4) توزيع كاي مربع

بموزونة χ^2

يستخدم إذا كان التباين معلوم ويستعمل في بعض الحالات مثل نوعية الإنتاج وجودة الإنتاج واختبار الفرضيات.

$$\chi^2(\alpha) = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

المتغير الاحتمالي (الموزونة) χ^2

α : الخطأ ، V : درجة الحرية بنفس الطريقة من الجدول

جدول قيمه χ^2

(5) توزيع طبيعي في...

هو توزيع احتمالي مفرد يستخدم لاختبار التباين والاختلاف
تحليل التباين مع درجتين حرية (χ^2 , ν)

البيانات العشوائية وبالذات التباين

برهنة: يفرض لدينا متتالية من المتغيرات العشوائية X_1, X_2, \dots, X_n
وكل متغير يقابل توزيع طبيعي وسيارتي حيث يكون:

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n} \sigma} \quad \text{تباين معلوم}$$

$$T = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n} s} \quad \Leftrightarrow \quad T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

مثال: يفرض أنه أوزان الأطنان الذين يستخدمون

مسر كهربائي تتوزع وفق توزيع طبيعي $N(80, 100)$

وزن الحد المسموح به 350kg

المطلوب: يتبع 4 أطنان بكل عوائي بأنه واحد

أو ما احتمال تجاوز الحد الأقصى

و هناك شخص واحد لديه أمتعة تزن ثلاثة أمثاله وزنه

(4x) يتجاوز الحد الأقصى

الحل:

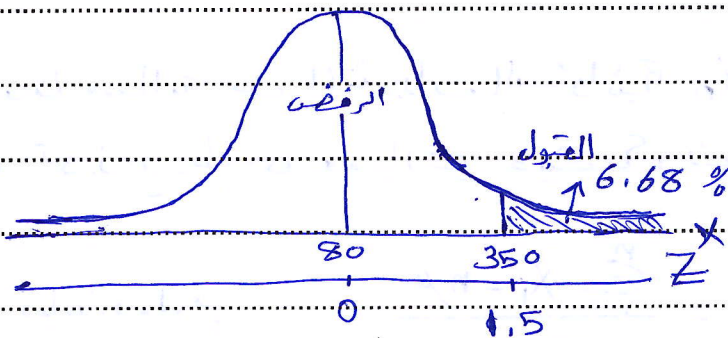
$$P\left(\sum_{i=1}^n X_i > 350\right) = 1 - P\left(\sum_{i=1}^n X_i < 350\right) \quad (1)$$

$$1 - P(Z) = 1 - P\left(\frac{350 - 320}{20}\right) = 1 - P\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= 1 - P(Z < 1.5)$$

$$= 1 - 0.9332 = 0.0668$$

$$\Rightarrow P(\sum X_i > 350) = 0.0668 = 6.68\%$$



$$P(4X > 350) = P(X > 87.5) \quad \textcircled{2}$$

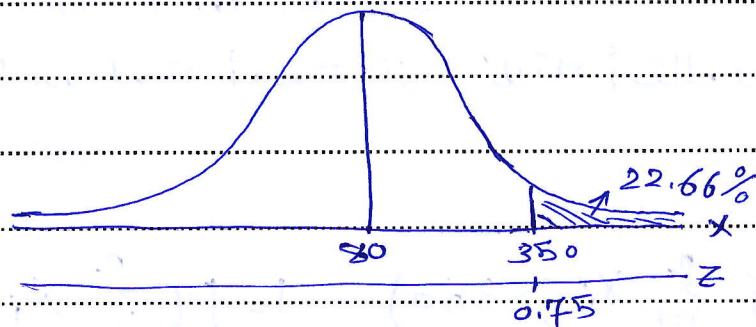
$$= 1 - P(X < 87.5)$$

$$= 1 - P(Z) = 1 - P\left(\frac{87.5 - 80}{10}\right)$$

$$= 1 - P(Z < 0.75)$$

$$= 1 - 0.7734$$

$$= 0.2266 = 22.66\%$$



بالاتبة التامة :

انه مجال الثقة العام يعطى بالشكل : $[\bar{X} \pm \sigma] \ni \mu$

بجاءة ثقة تابع توزيع طبيعي معيارى :

① مجال الثقة الأول (68, 26%) :

$$\bar{X} - \sigma < \mu < \bar{X} + \sigma$$

$$-\sigma < \bar{X} - \mu < \sigma$$

$$-1 < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} < 1$$

بأخذ الاحتمال :

$$P(-1 < Z < 1) = P(Z < 1) - P(Z < -1)$$

$$= 0.8413 - (1 - 0.8413)$$

$$= 0.8413 - 0.1587$$

$$= 0.6826$$

② مجال الثقة الثاني (95, 44%) :

$$\bar{X} - 2\sigma < \mu < \bar{X} + 2\sigma$$

نفس الاجراء السابق في $-2 < Z < 2$

$$\Rightarrow P(-2 < Z < 2) = P(Z < 2) - P(Z < -2)$$

$$= 0.9772 - (1 - 0.9772)$$

$$= 0.9772 - 0.0228$$

$$= 0.9544$$

$$\bar{X} - 3\sigma < \mu < \bar{X} + 3\sigma$$

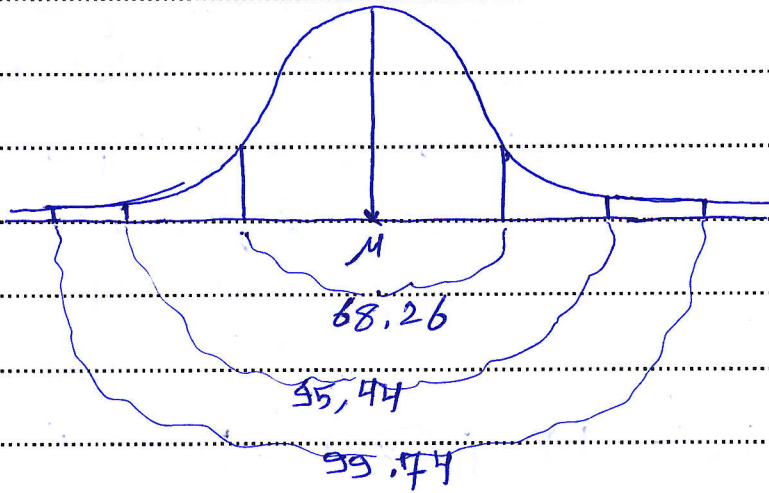
③ مجال الثقة الثالث (99, 74%)

$$\Rightarrow -3 < Z < 3$$



$$P(-3 < Z < 3) = P(Z < 3) - P(Z < -3)$$

$$= 0,9974$$



بجاء الثقة التابع لتوزيع تفرقت :

$$\mu \in \left[\bar{X} \pm T_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

الحل : يفرض أنه المبيعات الترتيبية لأربع طلاب كانت

موزعة بالشكل التالي :

3,2 و 1,8 و 1,95 و 2,11

أوجد بجاء الثقة مستوى دلالة 5%

الحل :

$$\bar{X} = \frac{3,2 + 1,8 + 1,95 + 2,11}{4} = \frac{9,06}{4} = 2,26$$



$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(3.2 - 2.26)^2 + (1.8 - 2.26)^2 + (1.95 - 2.26)^2 + (2.11 - 2.26)^2}{3}$$

$$= \frac{1.21}{3} = 0.40 \quad \rightarrow \quad S = 0.63$$

$$T_{\frac{\alpha}{2}} = 3.18 \quad \leftarrow \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$$V = n-1 = 3$$

كامل القيمة :

$$\mu \in] 2.26 - 3.18 \frac{0.63}{2}, 2.26 + 3.18 \frac{0.63}{2} [$$

$$\mu \in] 1.25, 3.26 [$$

تطبيقات على مقاييس التشتت :

$$CV = \frac{S}{\bar{x}} \times 100 \quad \text{①} \quad \text{مقياس الاختلاف}$$

إذا كان $(25, 45)\%$ يكون طبيعي

② الدرجة المتيارية :

$$Z = \frac{|x_i - \bar{x}|}{S}$$

x_i : القيمة المتيارية نظر الباص

$$E = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad \text{③} \quad \text{الخطأ المعياري}$$



④ العزم المركزي:

$$M_r = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^r}{n}$$

⑤ التباين: $k = \frac{M_4}{S^4} - 3$

⑥ الالتواء: $S_k = \frac{M_3}{S^3}$

التباين التفاضلي



مكتبة AZ to Z