كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل عددي1

المحاضرة : الأولى/عملي/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

التحليل العددي 1 المحاضرة الأولى \ عملي السنة الثانية قسم الرياضيات

طرق عددية لحل المعادلات غير الخطية Wolfram Mathematica

إعداد المدرس: علي شنته

....

طريقة تنصيف المجالBiscestion Method :

إن طريقة تنصيف المجال هي من أبسط الطرق لحساب جذر للمعادلة غير الخطية f(x)=0 فهي تضمن لنا التقارب من الجذر إذا استطعنا إيجاد مجال يحويه , ولكن التقارب يكون خطياً (أي بطيئة التقارب مقارنة بالطرق الأخرى).

- شروط تطبيق طريقة تنصيف المجال :

1. الدالة f معرفة ومستمرة على المجال $[a,b] \subseteq \mathbb{R}$
2. $f(a).f(b) < 0$

- خوارزمية الطريقة :

لتكن $f(x) = 0$ معادلة غير خطية ولنفرض أنها تملك جذر وحيد بالمجال المغلق $[a,b]$ .....

1. نوجد $\frac{a+b}{2} = x_0$
2. إذا كان $(b-a) < \varepsilon$ فإن x_0 هو الجذر وإلا ننتقل إلى الخطوة 3
3. نتحقق إذا كان $f(a).f(x_0) < 0$
" أي أن الجذر موجود بالقسم الأيسر من المجال $[a,b]$ أي أنه موجود في المجال $[a,x_0]$ "
عندئذ نقوم ب التالي : $b := x_0$ وإلا $a := x_0$
4. نقوم بالرجوع إلى الخطوة 1

....

أوجد حلاً للمعادلة $x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ في المجال $[0,1]$ بطريقة تنصيف المجال في برنامج Mathematica ،

معتبراً أن $\varepsilon = 0.05$.

```
In[1]:= f[x_]:= x^4 + 2x^3 - x - 1;
In[2]:= a = 0.; b = 1.; While[b - a > 0.05, x0 = (a + b)/2;
    Print["a = ", a, "x", " = ", x0, "b = ", b, "f(", x0, ") = ", f[x0]];
    If[f[a] * f[x0] < 0, b = x0, a = x0]]
    a = 0.       x = 0.5        b = 1.      f(0.5) = -1.1875
    a = 0.5      x = 0.75       b = 1.      f(0.75) = -0.589844
    a = 0.75     x = 0.875      b = 1.      f(0.875) = 0.0510254
    a = 0.75     x = 0.8125     b = 0.875   f(0.8125) = -0.30394
    a = 0.8125   x = 0.84375    b = 0.875   f(0.84375) = -0.135573
```

¤ مثال : قم برسم الدالة $g(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1$ في برنامج Mathematica

حيث تتحول x في المجال $[-2,2]$ ، ثم أستخدم طريقة تنصيف المجال Bisection لإيجاد جذر تقريبي

معزول في المجال $[0,1]$ للمعادلة :

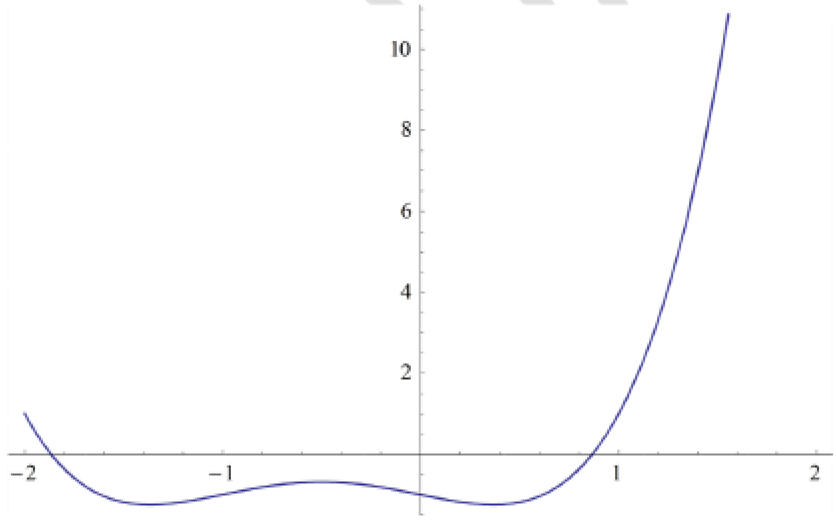
$$g(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$$

كرر الخطوات بحساب منتصف المجال الذي يقع فيه الجذر عدد من المرات مقداره $k = 13$

In[1]:= $g[x\_]:=x^{\wedge}4+2x^{\wedge}3-x-1;$

In[2]:= Plot[$g[x]$, {x, −2,2}]

Out[2]=



In[3]:= $a = 0.; b = 1.; k = 0.;$

While[$k \leqslant 13$, x0 = $(a + b)/2$; Print["a = ", a, "x0", " = ", x0, "b = ", b, "g(", x0, ") = ", g[x0]];

If[$g[a] * g$[x0] < 0, b = x0, a = x0]; $k = k + 1$]; Print["the root = ", x0]

```
a=0.        x0=0.5        b=1.        g(0.5)=-1.1875
a=0.5       x0=0.75       b=1.        g(0.75)=-0.589844
a=0.75      x0=0.875      b=1.        g(0.875)=0.0510254
a=0.75      x0=0.8125     b=0.875     g(0.8125)=-0.30394
a=0.8125    x0=0.84375    b=0.875     g(0.84375)=-0.135573
a=0.84375   x0=0.859375   b=0.875     g(0.859375)=-0.0446147
a=0.859375  x0=0.867188   b=0.875     g(0.867188)=0.00261236
a=0.859375  x0=0.863281   b=0.867188  g(0.863281)=-0.0211485
a=0.863281  x0=0.865234   b=0.867188  g(0.865234)=-0.00930499
a=0.865234  x0=0.866211   b=0.867188  g(0.866211)=-0.00335557
a=0.866211  x0=0.866699   b=0.867188  g(0.866699)=-0.000373919
a=0.866699  x0=0.866943   b=0.867188  g(0.866943)=0.00111864
a=0.866699  x0=0.866821   b=0.866943  g(0.866821)=0.000372216
a=0.866699  x0=0.86676    b=0.866821  g(0.86676)=-8.87925×10^-7
the root = 0.86676
```

مثال : أستخدم طريقة تنصيف المجال Bisection لإيجاد جذر تقريبي معزول في المجال [0,1] للمعادلة :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$$

وذلك باستخدام الحلقة Do ... حيث التكرار n يبدأ من 0 إلى 13 ...

```
In[3]:= f[x]: = x^4 + 2x^3 − x − 1;

    a[0] = 0.; b[0] = 1.; Do[p[n] = N[1/2 (a[n] + b[n])];

    If[N[f[b[n]]f[p[n]]] < 0, a[n + 1] = p[n]; b[n + 1] = b[n], a[n + 1] = a[n]; b[n + 1] =
     p[n]], {n, 0,13}]

        TableForm[Table[{a[n], b[n], p[n], N[f[a[n]]], N[f[b[n]]], N[f[p[n]]]}, {n, 0,13}]]
```

0.	1.	0.5	-1.	1.	-1.1875
0.5	1.	0.75	-1.1875	1.	-0.589844
0.75	1.	0.875	-0.589844	1.	0.0510254
0.75	0.875	0.8125	-0.589844	0.0510254	-0.30394
0.8125	0.875	0.84375	-0.30394	0.0510254	-0.135573
0.84375	0.875	0.859375	-0.135573	0.0510254	-0.0446147
0.859375	0.875	0.867188	-0.0446147	0.0510254	0.00261236
0.859375	0.867188	0.863281	-0.0446147	0.00261236	-0.0211485
0.863281	0.867188	0.865234	-0.0211485	0.00261236	-0.00930499
0.865234	0.867188	0.866211	-0.00930499	0.00261236	-0.00335557
0.866211	0.867188	0.866699	-0.00335557	0.00261236	-0.000373919
0.866699	0.867188	0.866943	-0.000373919	0.00261236	0.00111864
0.866699	0.866943	0.866821	-0.000373919	0.00111864	0.000372216
0.866699	0.866821	0.86676	-0.000373919	0.000372216	-8.87925×10^{-7}

the root = 0.86676

- لنقارن هذه النتائج بنتائج Mathematica في إيجاد الجذور ... أي لنوجد القيمة الحقيقية للجذر :

In[5]:= NSolve[$g[x]$ == 0, x]

Out[5]= $\{\{x \to -1.86676\}, \{x \to -0.5 - 0.606658i\}, \{x \to -0.5 + 0.606658i\}, \{x \to 0.86676\}\}$

نلاحظ أنه عند تطبيق NSolve على الدالة $g[x]$ أعطى جوابا مختلفا وذلك لأن NSolve تعطي جميع الحلول الحقيقية والعقدية .

أما بتنفيذ البرنامج السابق نحصل على الحل الحقيقي فقط ضمن المجال الذي حددناه حصرا ...

.. انتهت المحاضرة ..