



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثانية

المادة : تحليل عددي 1

المحاضرة : الثانية / نظري /

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

كلية العلوم

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

5

2026

التحليل العددي - السنة الثانية - قسم الرياضيات الحاضرة الثانية - حل المعادلات غير الخطية - نظري

تسمية

كل معادلة من الشكل $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ تدعوها معادلة خطية وغير ذلك تدعوها معادلة غير خطية قبل $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $a \neq 0$ هي معادلة من الدرجة الثانية .

يوجد الكثير من الحالات التي لا يمكن بر حل المعادلات غير الخطية بالطرق التقليدية المعروفة، لذلك نلجأ للطرق العددية للبحث عن جذور تقريبيات للحل الدقيق بتفاوت مسووع به معطى ϵ .

تعريف: نقول أن العدد a جذر للمعادلة $f(x) = 0$ إذا كان $f(a) = 0$ فنرمز للحل التقريبي بالرمز \bar{x} حيث $|f(\bar{x})| < \epsilon$ ، نقوم بدراسة مجموعة من الطرق العددية لإيجاد هذا الحل التقريبي بالاعتماد على تخمينات ابتدائية، لنبدأ بالطريقة الأولى $f(x) = x^2 - 2x - 1 = 0$ حيث $f(0) = -1$

طريقة تنصيف المجال: Bisection Method

ليكن f تابع مستمر على المجال $[a, b]$ ولنفرض أن $f(a) \cdot f(b) < 0$ عندئذ توجد قيمة $a < x < b$ بحيث $f(x) = 0$

المطلوب إيجاد قيمة تقريبية لهذه الجذر بتفاوت مسووع بـ ϵ ، للتبسيط نفرض وجود جذر وحيد في المجال $[a, b]$ ، تدعى هذه الطريقة التنصيف المتكرر للمجالات الجزئية من المجال $[a, b]$ وكل خطوة فنرقيس النصف الذي يحوي الجذر x ، لتطبيق تتبع الخوارزمية التالية:

نفترض في البداية أن $a_1 = a$ و $b_1 = b$ ونضع $a_2 = \frac{a_1 + b_1}{2}$ (أول تخمين)

فإذا كان $f(x_1) = 0$ فإن $\bar{x} = x_1$ أو $|f(x_1)| < \epsilon$ (انتهى الحل) وإلا

$f(x_1) \neq 0$ عندئذ تكون إشارة $f(x_1)$ إما من إشارة $f(a_1)$ أو من

إشارة $f(b_1)$ ، فنضع $a_2 = a_1$ أو $b_2 = b_1$ ونضع $a_3 = \frac{a_2 + b_2}{2}$

إذا كانت إشارة $f(x_2)$ من إشارة $f(a_2)$ فإن $\bar{x} \in [a_2, b_2]$

وعندئذ نضع $a_3 = x_2$ و $b_3 = b_2$

إذا كانت إشارة $f(x_1)$ تعاكس إشارة $f(a_1)$ فإن
 $\bar{x} \in [a_1, x_1]$ عندئذ نضع $a_2 = a_1$ و $b_2 = x_1$

تفيد تكرار الخطوات السابقة على المجال $[a_2, b_2]$ وتكرر حتى يتحقق
 المعيار $|f(x_n)| \leq \epsilon$ وهو شرط توقفه الحل. الشيء ذاته

خواص طريقة تنصيف المجال:
 التقارب لطريقة تنصيف المجال بطيء جداً ومعدل التقارب خطي
 طريقة تنصيف المجال لا تستطيع إيجاد الجذور العقدية لكثيرات الحدود
 إذا كان الجذر قريباً من إحدى أطراف المجال $[a, b]$ فإننا نحتاج
 لعدد كبير من التكرارات للوصول إلى حل تقريبي مناسب.

مثال: استخدم طريقة تنصيف المجال لإيجاد جذر تقريبي للمعادلة
 $f(x) = 0$ حيث $f(x) = x^3 - 3x - 1$ و $\epsilon = 0.05$

الحل: أولاً نقوم بتحديد مجال ينتمي له الجذر المطلوب بالشكل
 $f(2) = 1 > 0$, $f(1) = -3 < 0$, $f(0) = -1 < 0$
 بما أن $f(1) \cdot f(2) < 0$ فإن جذر المعادلة ينتمي للمجال $[1, 2]$

$$x_1 = \frac{a+b}{2} = \frac{1+2}{2} = 1.5 \Rightarrow f(1.5) = -2.125 \neq 0$$

$$|f(1.5)| > 0.05$$

$$f(1.5) \cdot f(2) < 0 \Rightarrow \bar{x} \in [1.5, 2]$$

$$x_2 = \frac{1.5+2}{2} = 1.75 \Rightarrow f(1.75) = -0.890625 \neq 0$$

$$|f(1.75)| > 0.05$$

$$f(1.75) \cdot f(2) < 0 \Rightarrow \bar{x} \in [1.75, 2]$$

$$x_3 = 1.75 + 2 = 1.875, f(1.875) = -0.039 \neq 0$$

$$|f(1.875)| = 0.039 < 0.05$$

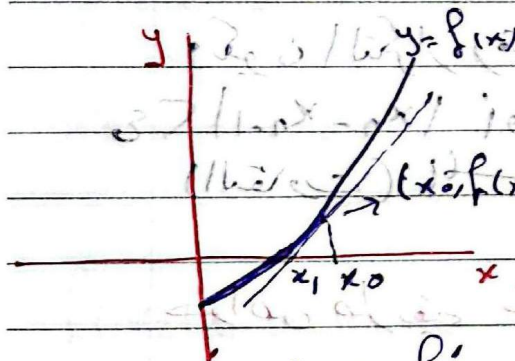
$$\bar{x} = 1.875$$

طريقة نيوتن-رافسون [Newton-Raphson Method]

تعتبر طريقة نيوتن-رافسون إحدى أكثر الطرق العودية كفاءة في مسائل إيجاد الحلول التقريبية للجذور الحقيقية، تعتمد هذه الطريقة على افتراض أن التابع $f(x)$ و مشتقاته الأولى مستمرة في جوار ما للجذر α للمعادلة $f(x) = 0$.

لتقرض أن x_0 تقريب ابتدائي للجذر α بشرط أن هذا الجذر يقبل أي أن $|x - x_0|$ صغير لكل x .

إن مبدأ عمل هذه الطريقة يعتمد على إنشاء مماس للمنحنى التابع $f(x)$ في النقطة $(x_0, f(x_0))$.



بالتالي هذا المماس يقطع محور x في الفواصل $(0, x)$ في نقطة ما ما حصلنا x_1 .

أي في النقطة $(x_1, 0)$ فتكون x_1 أقرب للجذر α من x_0 ولتحدد قيمة

x_1 نكتب معادلة المماس لمنحنى التابع $f(x)$ في النقطة $(x_0, f(x_0))$ حيث ميله $m = f'(x_0)$ أي

$$\Delta: y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$S = (x_1, 0) \in \Delta \Rightarrow 0 - f(x_0) = f'(x_0)(x_1 - x_0)$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

تكرر الخطوات الى ابعد باثاء مما سبق لتخمين التابع f في
 النقطة $(x_1, f(x_1))$ عندئذ يقطع هذا المماس المحور (x) في
 النقطة التي قاصبها x_2 وهي اقرب للجزر α من x_1 الآن
 نكتب معادلة المماس الذي يمس $m = f'(x_1)$ ويمر من النقطة $(x_2, 0)$
 $y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1)$
 $0 - f(x_1) = f'(x_1)(x_2 - x_1)$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

ونكرر هذه الخطوات باثاء المماس المتتالية لتسهيل على متابع
 من التقريبات للجزر α فطعن جرمها العام بالصيغة

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})} \quad n \geq 1$$

ويكون التكرار رقم n هو الجزر التقريبي المقبول اذا تحقق الشرط
 $|x_n - x_{n-1}| < \epsilon$ او الشرط $|f(x_n)| < \epsilon$ مع اقتناز الخطأ
 (المقاربت) (ϵ) المجموع به

خواص طريقة نيوتن (رافسون)

- 1- طريقة نيوتن رافسون أسرع من طريقة تبصيف المجال للوصول الى الجذر
- 2- معقول التقارب قريب
- 3- طريقة نيوتن رافسون لا تعتمد على اشتقاق الدالة $f(x)$
- 4- طريقة نيوتن رافسون تستطيع إيجاد الجذور العقدية لكثيرات الحدود.

سؤال: أوجد جذر تقريبي للمعادلة $f(x) = 0$ مستخدماً طريقة نيوتن/رافسون

$$\epsilon = 0.0005, \quad f(x) = x^3 - 2x - 30$$

$$f(3) = -9, \quad f(2) = -26, \quad f(1) = -31, \quad f(0) = -30$$

$$f(4) = 26$$

بما أن $f(3) \cdot f(4) < 0$ فإن جذر المعادلة $f(x) = 0$ ينتمي

للجاء $[3, 4]$ $\therefore x_0 = \frac{3+4}{2} = 3.5$ ولدينا $f'(x) = 3x^2 - 2$

$$f(x_0) = (3.5)^3 - 2(3.5) - 30 = 9.875$$

$$f'(x_0) = 3(3.5)^2 - 2 = 34.75$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 3.33093$$

$$|x_1 - x_0| = 0.16907 > \epsilon$$

$$f(x_1) = (3.33093)^3 - 2(3.33093) - 30 = 0.29512$$

$$f'(x_1) = 3(3.33093)^2 - 2 = 31.28528$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 3.32149, \quad |x_2 - x_1| = 0.00944 > \epsilon$$

$$f'(x_2) = 3(3.32149)^2 - 2 = 31.09688$$

$$f(x_2) = 0.00068, \quad f'(x_2) = 31.09688$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 3.32146, \quad |x_3 - x_2| = 0.000035 < \epsilon$$

فالجذر التقريبي المستعمل هو

$$\bar{x} = 3.3214$$

طريقة التقريبات المتتالية (طريقة النقطة الثابتة):

تعريف: نقول أن التابع $g(x)$ يملك نقطة ثابتة P إذا تحقق

$$g(P) = P$$

فملا النقطة $P = \frac{1}{2}$ نقطة ثابتة للتابع

$$g(x) = 3x - 1$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

مبرهنة: إذا كان التابع $g(x)$ مستمرا على المجال $[a, b]$ وتحقق

$$\forall x \in [a, b], g(x) \in [a, b]$$

فإن التابع عندئذ يملك نقطة ثابتة P في المجال $[a, b]$

إضافة لذلك إذا كان $K < |g'(x)| < K$ من أجل كل $x \in [a, b]$ فالنقطة الثابتة عندئذ وحيدة.

خوارزمية الطريقة:

لكن $f(x)$ تابع مستمر على المجال $[a, b]$ ولنفرض أن المعادلة

$f(x) = 0$ جذرا حقيقيا في هذا المجال، فنقله من طريقة النقطة الثابتة

إلى إيجاد هذا الجذر بالحفوات الآتية:

1- إعادة ترتيب المعادلة $f(x) = 0$ ببقاء متغير واحد x على

الطرف الأيسر وتحويل كافة الحدود الأخرى للطرف الأيمن لتوصل

على الصيغة $x = g(x)$

2- نوجد $g'(x)$ المشتق الأول للتابع الجديد $g(x)$

3- نفرض x التخمين الابتدائي للجذر في عبارة $g'(x)$

4- نحتر من دقة الصيغة $g'(x)$ في الوصول للحل باختيار المعيار

$$|g'(x)| < \epsilon$$

9. إذا تحقق المعيار فالصيغة $g(x)$ والتقنين التبادلي $g(x)$ لا توصل للحد للصغير وعندئذ نستخدم الصيغة $g(x)$ ، $x_n = g(x_{n-1})$ التكرارية حتى يتحقق لدينا الشرط $|x_n - x_{n-1}| < \epsilon$.

ب. إذا كان $|g'(x)|$ فإن الصيغة $g(x)$ لا توصل للحد ويكون اختيارنا غير موفق وفي ترتيب المعادلة $f(x) = 0$ بطريقة مختلفة لاستنباط صيغة جديدة للتابع $g(x)$.

مثال: باستخدام طريقة التقريبات المتتالية أو جدول المعادلة $f(x) = 0$ حيث $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 10$ ، $\epsilon = 0.005$

الحل: $f(1) = -10$ ، $f(2) = -8$ ، $f(3) = 2$ ، $f(4) = 26$ ، $f(5) = 65$ ، $f(6) = 118$ ، $f(7) = 187$ ، $f(8) = 270$ ، $f(9) = 359$ ، $f(10) = 450$ ، $f(11) = 541$ ، $f(12) = 630$ ، $f(13) = 717$ ، $f(14) = 802$ ، $f(15) = 885$ ، $f(16) = 966$ ، $f(17) = 1045$ ، $f(18) = 1122$ ، $f(19) = 1197$ ، $f(20) = 1270$ ، $f(21) = 1341$ ، $f(22) = 1410$ ، $f(23) = 1477$ ، $f(24) = 1542$ ، $f(25) = 1605$ ، $f(26) = 1666$ ، $f(27) = 1725$ ، $f(28) = 1782$ ، $f(29) = 1837$ ، $f(30) = 1890$ ، $f(31) = 1941$ ، $f(32) = 1990$ ، $f(33) = 2037$ ، $f(34) = 2082$ ، $f(35) = 2125$ ، $f(36) = 2166$ ، $f(37) = 2205$ ، $f(38) = 2242$ ، $f(39) = 2277$ ، $f(40) = 2310$ ، $f(41) = 2341$ ، $f(42) = 2370$ ، $f(43) = 2397$ ، $f(44) = 2422$ ، $f(45) = 2445$ ، $f(46) = 2466$ ، $f(47) = 2485$ ، $f(48) = 2502$ ، $f(49) = 2517$ ، $f(50) = 2530$ ، $f(51) = 2541$ ، $f(52) = 2550$ ، $f(53) = 2557$ ، $f(54) = 2562$ ، $f(55) = 2565$ ، $f(56) = 2566$ ، $f(57) = 2565$ ، $f(58) = 2562$ ، $f(59) = 2557$ ، $f(60) = 2550$ ، $f(61) = 2541$ ، $f(62) = 2530$ ، $f(63) = 2517$ ، $f(64) = 2502$ ، $f(65) = 2485$ ، $f(66) = 2466$ ، $f(67) = 2445$ ، $f(68) = 2422$ ، $f(69) = 2397$ ، $f(70) = 2370$ ، $f(71) = 2341$ ، $f(72) = 2310$ ، $f(73) = 2277$ ، $f(74) = 2242$ ، $f(75) = 2205$ ، $f(76) = 2166$ ، $f(77) = 2125$ ، $f(78) = 2082$ ، $f(79) = 2037$ ، $f(80) = 1990$ ، $f(81) = 1941$ ، $f(82) = 1890$ ، $f(83) = 1837$ ، $f(84) = 1782$ ، $f(85) = 1725$ ، $f(86) = 1666$ ، $f(87) = 1605$ ، $f(88) = 1542$ ، $f(89) = 1477$ ، $f(90) = 1410$ ، $f(91) = 1341$ ، $f(92) = 1270$ ، $f(93) = 1197$ ، $f(94) = 1122$ ، $f(95) = 1045$ ، $f(96) = 966$ ، $f(97) = 885$ ، $f(98) = 802$ ، $f(99) = 717$ ، $f(100) = 630$ ، $f(101) = 541$ ، $f(102) = 450$ ، $f(103) = 359$ ، $f(104) = 270$ ، $f(105) = 187$ ، $f(106) = 118$ ، $f(107) = 65$ ، $f(108) = 26$ ، $f(109) = -10$ ، $f(110) = -35$ ، $f(111) = -60$ ، $f(112) = -85$ ، $f(113) = -110$ ، $f(114) = -135$ ، $f(115) = -160$ ، $f(116) = -185$ ، $f(117) = -210$ ، $f(118) = -235$ ، $f(119) = -260$ ، $f(120) = -285$ ، $f(121) = -310$ ، $f(122) = -335$ ، $f(123) = -360$ ، $f(124) = -385$ ، $f(125) = -410$ ، $f(126) = -435$ ، $f(127) = -460$ ، $f(128) = -485$ ، $f(129) = -510$ ، $f(130) = -535$ ، $f(131) = -560$ ، $f(132) = -585$ ، $f(133) = -610$ ، $f(134) = -635$ ، $f(135) = -660$ ، $f(136) = -685$ ، $f(137) = -710$ ، $f(138) = -735$ ، $f(139) = -760$ ، $f(140) = -785$ ، $f(141) = -810$ ، $f(142) = -835$ ، $f(143) = -860$ ، $f(144) = -885$ ، $f(145) = -910$ ، $f(146) = -935$ ، $f(147) = -960$ ، $f(148) = -985$ ، $f(149) = -1010$ ، $f(150) = -1035$ ، $f(151) = -1060$ ، $f(152) = -1085$ ، $f(153) = -1110$ ، $f(154) = -1135$ ، $f(155) = -1160$ ، $f(156) = -1185$ ، $f(157) = -1210$ ، $f(158) = -1235$ ، $f(159) = -1260$ ، $f(160) = -1285$ ، $f(161) = -1310$ ، $f(162) = -1335$ ، $f(163) = -1360$ ، $f(164) = -1385$ ، $f(165) = -1410$ ، $f(166) = -1435$ ، $f(167) = -1460$ ، $f(168) = -1485$ ، $f(169) = -1510$ ، $f(170) = -1535$ ، $f(171) = -1560$ ، $f(172) = -1585$ ، $f(173) = -1610$ ، $f(174) = -1635$ ، $f(175) = -1660$ ، $f(176) = -1685$ ، $f(177) = -1710$ ، $f(178) = -1735$ ، $f(179) = -1760$ ، $f(180) = -1785$ ، $f(181) = -1810$ ، $f(182) = -1835$ ، $f(183) = -1860$ ، $f(184) = -1885$ ، $f(185) = -1910$ ، $f(186) = -1935$ ، $f(187) = -1960$ ، $f(188) = -1985$ ، $f(189) = -2010$ ، $f(190) = -2035$ ، $f(191) = -2060$ ، $f(192) = -2085$ ، $f(193) = -2110$ ، $f(194) = -2135$ ، $f(195) = -2160$ ، $f(196) = -2185$ ، $f(197) = -2210$ ، $f(198) = -2235$ ، $f(199) = -2260$ ، $f(200) = -2285$ ، $f(201) = -2310$ ، $f(202) = -2335$ ، $f(203) = -2360$ ، $f(204) = -2385$ ، $f(205) = -2410$ ، $f(206) = -2435$ ، $f(207) = -2460$ ، $f(208) = -2485$ ، $f(209) = -2510$ ، $f(210) = -2535$ ، $f(211) = -2560$ ، $f(212) = -2585$ ، $f(213) = -2610$ ، $f(214) = -2635$ ، $f(215) = -2660$ ، $f(216) = -2685$ ، $f(217) = -2710$ ، $f(218) = -2735$ ، $f(219) = -2760$ ، $f(220) = -2785$ ، $f(221) = -2810$ ، $f(222) = -2835$ ، $f(223) = -2860$ ، $f(224) = -2885$ ، $f(225) = -2910$ ، $f(226) = -2935$ ، $f(227) = -2960$ ، $f(228) = -2985$ ، $f(229) = -3010$ ، $f(230) = -3035$ ، $f(231) = -3060$ ، $f(232) = -3085$ ، $f(233) = -3110$ ، $f(234) = -3135$ ، $f(235) = -3160$ ، $f(236) = -3185$ ، $f(237) = -3210$ ، $f(238) = -3235$ ، $f(239) = -3260$ ، $f(240) = -3285$ ، $f(241) = -3310$ ، $f(242) = -3335$ ، $f(243) = -3360$ ، $f(244) = -3385$ ، $f(245) = -3410$ ، $f(246) = -3435$ ، $f(247) = -3460$ ، $f(248) = -3485$ ، $f(249) = -3510$ ، $f(250) = -3535$ ، $f(251) = -3560$ ، $f(252) = -3585$ ، $f(253) = -3610$ ، $f(254) = -3635$ ، $f(255) = -3660$ ، $f(256) = -3685$ ، $f(257) = -3710$ ، $f(258) = -3735$ ، $f(259) = -3760$ ، $f(260) = -3785$ ، $f(261) = -3810$ ، $f(262) = -3835$ ، $f(263) = -3860$ ، $f(264) = -3885$ ، $f(265) = -3910$ ، $f(266) = -3935$ ، $f(267) = -3960$ ، $f(268) = -3985$ ، $f(269) = -4010$ ، $f(270) = -4035$ ، $f(271) = -4060$ ، $f(272) = -4085$ ، $f(273) = -4110$ ، $f(274) = -4135$ ، $f(275) = -4160$ ، $f(276) = -4185$ ، $f(277) = -4210$ ، $f(278) = -4235$ ، $f(279) = -4260$ ، $f(280) = -4285$ ، $f(281) = -4310$ ، $f(282) = -4335$ ، $f(283) = -4360$ ، $f(284) = -4385$ ، $f(285) = -4410$ ، $f(286) = -4435$ ، $f(287) = -4460$ ، $f(288) = -4485$ ، $f(289) = -4510$ ، $f(290) = -4535$ ، $f(291) = -4560$ ، $f(292) = -4585$ ، $f(293) = -4610$ ، $f(294) = -4635$ ، $f(295) = -4660$ ، $f(296) = -4685$ ، $f(297) = -4710$ ، $f(298) = -4735$ ، $f(299) = -4760$ ، $f(300) = -4785$ ، $f(301) = -4810$ ، $f(302) = -4835$ ، $f(303) = -4860$ ، $f(304) = -4885$ ، $f(305) = -4910$ ، $f(306) = -4935$ ، $f(307) = -4960$ ، $f(308) = -4985$ ، $f(309) = -5010$ ، $f(310) = -5035$ ، $f(311) = -5060$ ، $f(312) = -5085$ ، $f(313) = -5110$ ، $f(314) = -5135$ ، $f(315) = -5160$ ، $f(316) = -5185$ ، $f(317) = -5210$ ، $f(318) = -5235$ ، $f(319) = -5260$ ، $f(320) = -5285$ ، $f(321) = -5310$ ، $f(322) = -5335$ ، $f(323) = -5360$ ، $f(324) = -5385$ ، $f(325) = -5410$ ، $f(326) = -5435$ ، $f(327) = -5460$ ، $f(328) = -5485$ ، $f(329) = -5510$ ، $f(330) = -5535$ ، $f(331) = -5560$ ، $f(332) = -5585$ ، $f(333) = -5610$ ، $f(334) = -5635$ ، $f(335) = -5660$ ، $f(336) = -5685$ ، $f(337) = -5710$ ، $f(338) = -5735$ ، $f(339) = -5760$ ، $f(340) = -5785$ ، $f(341) = -5810$ ، $f(342) = -5835$ ، $f(343) = -5860$ ، $f(344) = -5885$ ، $f(345) = -5910$ ، $f(346) = -5935$ ، $f(347) = -5960$ ، $f(348) = -5985$ ، $f(349) = -6010$ ، $f(350) = -6035$ ، $f(351) = -6060$ ، $f(352) = -6085$ ، $f(353) = -6110$ ، $f(354) = -6135$ ، $f(355) = -6160$ ، $f(356) = -6185$ ، $f(357) = -6210$ ، $f(358) = -6235$ ، $f(359) = -6260$ ، $f(360) = -6285$ ، $f(361) = -6310$ ، $f(362) = -6335$ ، $f(363) = -6360$ ، $f(364) = -6385$ ، $f(365) = -6410$ ، $f(366) = -6435$ ، $f(367) = -6460$ ، $f(368) = -6485$ ، $f(369) = -6510$ ، $f(370) = -6535$ ، $f(371) = -6560$ ، $f(372) = -6585$ ، $f(373) = -6610$ ، $f(374) = -6635$ ، $f(375) = -6660$ ، $f(376) = -6685$ ، $f(377) = -6710$ ، $f(378) = -6735$ ، $f(379) = -6760$ ، $f(380) = -6785$ ، $f(381) = -6810$ ، $f(382) = -6835$ ، $f(383) = -6860$ ، $f(384) = -6885$ ، $f(385) = -6910$ ، $f(386) = -6935$ ، $f(387) = -6960$ ، $f(388) = -6985$ ، $f(389) = -7010$ ، $f(390) = -7035$ ، $f(391) = -7060$ ، $f(392) = -7085$ ، $f(393) = -7110$ ، $f(394) = -7135$ ، $f(395) = -7160$ ، $f(396) = -7185$ ، $f(397) = -7210$ ، $f(398) = -7235$ ، $f(399) = -7260$ ، $f(400) = -7285$ ، $f(401) = -7310$ ، $f(402) = -7335$ ، $f(403) = -7360$ ، $f(404) = -7385$ ، $f(405) = -7410$ ، $f(406) = -7435$ ، $f(407) = -7460$ ، $f(408) = -7485$ ، $f(409) = -7510$ ، $f(410) = -7535$ ، $f(411) = -7560$ ، $f(412) = -7585$ ، $f(413) = -7610$ ، $f(414) = -7635$ ، $f(415) = -7660$ ، $f(416) = -7685$ ، $f(417) = -7710$ ، $f(418) = -7735$ ، $f(419) = -7760$ ، $f(420) = -7785$ ، $f(421) = -7810$ ، $f(422) = -7835$ ، $f(423) = -7860$ ، $f(424) = -7885$ ، $f(425) = -7910$ ، $f(426) = -7935$ ، $f(427) = -7960$ ، $f(428) = -7985$ ، $f(429) = -8010$ ، $f(430) = -8035$ ، $f(431) = -8060$ ، $f(432) = -8085$ ، $f(433) = -8110$ ، $f(434) = -8135$ ، $f(435) = -8160$ ، $f(436) = -8185$ ، $f(437) = -8210$ ، $f(438) = -8235$ ، $f(439) = -8260$ ، $f(440) = -8285$ ، $f(441) = -8310$ ، $f(442) = -8335$ ، $f(443) = -8360$ ، $f(444) = -8385$ ، $f(445) = -8410$ ، $f(446) = -8435$ ، $f(447) = -8460$ ، $f(448) = -8485$ ، $f(449) = -8510$ ، $f(450) = -8535$ ، $f(451) = -8560$ ، $f(452) = -8585$ ، $f(453) = -8610$ ، $f(454) = -8635$ ، $f(455) = -8660$ ، $f(456) = -8685$ ، $f(457) = -8710$ ، $f(458) = -8735$ ، $f(459) = -8760$ ، $f(460) = -8785$ ، $f(461) = -8810$ ، $f(462) = -8835$ ، $f(463) = -8860$ ، $f(464) = -8885$ ، $f(465) = -8910$ ، $f(466) = -8935$ ، $f(467) = -8960$ ، $f(468) = -8985$ ، $f(469) = -9010$ ، $f(470) = -9035$ ، $f(471) = -9060$ ، $f(472) = -9085$ ، $f(473) = -9110$ ، $f(474) = -9135$ ، $f(475) = -9160$ ، $f(476) = -9185$ ، $f(477) = -9210$ ، $f(478) = -9235$ ، $f(479) = -9260$ ، $f(480) = -9285$ ، $f(481) = -9310$ ، $f(482) = -9335$ ، $f(483) = -9360$ ، $f(484) = -9385$ ، $f(485) = -9410$ ، $f(486) = -9435$ ، $f(487) = -9460$ ، $f(488) = -9485$ ، $f(489) = -9510$ ، $f(490) = -9535$ ، $f(491) = -9560$ ، $f(492) = -9585$ ، $f(493) = -9610$ ، $f(494) = -9635$ ، $f(495) = -9660$ ، $f(496) = -9685$ ، $f(497) = -9710$ ، $f(498) = -9735$ ، $f(499) = -9760$ ، $f(500) = -9785$ ، $f(501) = -9810$ ، $f(502) = -9835$ ، $f(503) = -9860$ ، $f(504) = -9885$ ، $f(505) = -9910$ ، $f(506) = -9935$ ، $f(507) = -9960$ ، $f(508) = -9985$ ، $f(509) = -10010$ ، $f(510) = -10035$ ، $f(511) = -10060$ ، $f(512) = -10085$ ، $f(513) = -10110$ ، $f(514) = -10135$ ، $f(515) = -10160$ ، $f(516) = -10185$ ، $f(517) = -10210$ ، $f(518) = -10235$ ، $f(519) = -10260$ ، $f(520) = -10285$ ، $f(521) = -10310$ ، $f(522) = -10335$ ، $f(523) = -10360$ ، $f(524) = -10385$ ، $f(525) = -10410$ ، $f(526) = -10435$ ، $f(527) = -10460$ ، $f(528) = -10485$ ، $f(529) = -10510$ ، $f(530) = -10535$ ، $f(531) = -10560$ ، $f(532) = -10585$ ، $f(533) = -10610$ ، $f(534) = -10635$ ، $f(535) = -10660$ ، $f(536) = -10685$ ، $f(537) = -10710$ ، $f(538) = -10735$ ، $f(539) = -10760$ ، $f(540) = -10785$ ، $f(541) = -10810$ ، $f(542) = -10835$ ، $f(543) = -10860$ ، $f(544) = -10885$ ، $f(545) = -10910$ ، $f(546) = -10935$ ، $f(547) = -10960$ ، $f(548) = -10985$ ، $f(549) = -11010$ ، $f(550) = -11035$ ، $f(551) = -11060$ ، $f(552) = -11085$ ، $f(553) = -11110$ ، $f(554) = -11135$ ، $f(555) = -11160$ ، $f(556) = -11185$ ، $f(557) = -11210$ ، $f(558) = -11235$ ، $f(559) = -11260$ ، $f(560) = -11285$ ، $f(561) = -11310$ ، $f(562) = -11335$ ، $f(563) = -11360$ ، $f(564) = -11385$ ، $f(565) = -11410$ ، $f(566) = -11435$ ، $f(567) = -11460$ ، $f(568) = -11485$ ، $f(569) = -11510$ ، $f(570) = -11535$ ، $f(571) = -11560$ ، $f(572) = -11585$ ، $f(573) = -11610$ ، $f(574) = -11635$ ، $f(575) = -11660$ ، $f(576) = -11685$ ، $f(577) = -11710$ ، $f(578) = -11735$ ، $f(579) = -11760$ ، $f(580) = -11785$ ، $f(581) = -11810$ ، $f(582) = -11835$ ، $f(583) = -11860$ ، $f(584) = -11885$ ، $f(585) = -11910$ ، $f(586) = -11935$ ، $f(587) = -11960$ ، $f(588) = -11985$ ، $f(589) = -12010$ ، $f(590) = -12035$ ، $f(591) = -12060$ ، $f(592) = -12085$ ، $f(593) = -12110$ ، $f(594) = -12135$ ، $f(595) = -12160$ ، $f(596) = -12185$ ، $f(597) = -12210$ ، $f(598) = -12235$ ، $f(599) = -12260$ ، $f(600) = -12285$ ، $f(601) = -12310$ ، $f(602) = -12335$ ، $f(603) = -12360$ ، $f(604) = -12385$ ، $f(605) = -12410$ ، $f(606) = -12435$ ، $f(607) = -12460$ ، $f(608) = -12485$ ، $f(609) = -12510$ ، $f(610) = -12535$ ، $f(611) = -12560$ ، $f(612) = -12585$ ، $f(613) = -12610$ ، $f(614) = -12635$ ، $f(615) = -12660$ ، $f(616) = -12685$ ، $f(617) = -12710$ ، $f(618) = -12735$ ، $f(619) = -12760$ ، $f(620) = -12785$ ، $f(621) = -12810$ ، $f(622) = -12835$ ، $f(623) = -12860$ ، $f(624) = -12885$ ، $f(625) = -12910$ ، $f(626) = -12935$ ، $f(627) = -12960$ ، $f(628) = -12985$ ، $f(629) = -13010$ ، $f(630) = -13035$ ، $f(631) = -13060$ ، $f(632) = -13085$ ، $f(633) = -13110$ ، $f(634) = -13135$ ، $f(635) = -13160$ ، $f(636) = -13185$ ، $f(637) = -13210$ ، $f(638) = -13235$ ، $f(639) = -13260$ ، $f(640) = -13285$ ، $f(641) = -13310$ ، $f(642) = -13335$ ، $f(643) = -13360$ ، $f(644) = -13385$ ، $f(645) = -13410$ ، $f(646) = -13435$ ، $f(647) = -13460$ ، $f(648) = -13485$ ، $f(649) = -13510$ ، $f(650) = -13535$ ، $f(651) = -13560$ ، $f(652) = -13585$ ، $f(653) = -13610$ ، $f(654) = -13635$ ، $f(655) = -13660$ ، $f(656) = -13685$ ، $f(657) = -13710$ ، $f(658) = -13735$ ، $f(659) = -13760$

نختار صيغة جديدة لـ $f(x)$

$$x^3 = 2x^2 - x + 10$$

$$x = \sqrt[3]{2x^2 - x + 10}$$

$$\Rightarrow g_3(x) = (2x^2 - x + 10)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow g'_3(x) = \frac{1}{3}(2x^2 - x + 10)^{-\frac{2}{3}}(4x - 1)$$

$$g'_3(2.5) = 0.4072 < 1$$

$$g_3(2.5) \in [2, 3]$$

الجبر موثق، ولشبه الصيغة التكرارية:

$$x_n = g_3(x_{n-1}), n \geq 1$$

$$x_n = (2x_{n-1}^2 - x_{n-1} + 10)^{\frac{1}{3}}$$

$$x_0 = 2.5 \Rightarrow x_1 = g_3(x_0) = (2 \times (2.5)^2 - (2.5) + 10)^{\frac{1}{3}} = 2.71441$$

$$x_2 = g_3(x_1) = 2.80296$$

$$x_3 = g_3(x_2) = 2.84016$$

$$x_4 = 2.85588, x_5 = 2.86255, x_6 = 2.86537$$

فالحل التقريبي المقبول $|x_6 - x_5| = 0.003 < \epsilon$

$$\bar{x} = x_6$$



مكتبة
A to Z