



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثانية

المادة : بنى جبرية 2

المحاضرة : الثالثة / عملي /

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

كلية العلوم

3

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الدكتور:

المحاضرة:

3 عملية:



التاريخ: / /

A to Z Library for university services

القسم: الرياضيات

السنة: الثانية

المادة: الجبر

التعيين الأول:

$$H = \{0, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots\} = 3\mathbb{Z}$$

زمرة جزئية من زمرة الزمرة $(\mathbb{Z}, +)$

الكلية: \mathbb{Z} : امجد جميع البراهين التي تليها H في \mathbb{Z}

الكلية

$$\forall n \in \mathbb{Z} : n = 3q + r \text{ حيث } 0 \leq r < 3$$

$$n + H = 3q + r + H = r + H \text{ ; } r \leq 0 < 3$$

$$\{H, 1+H, 2+H\}$$

التعيين الثاني:

$$H = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} \text{ حيث } a, b, d \in \mathbb{R} \text{ و } ad \neq 0 \right\}$$

زمرة جزئية من زمرة $GL(2, \mathbb{R})$ هل H ناضجة في $GL(2, \mathbb{R})$ ؟

الكلية

$$\text{ليكن } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \in H$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \in GL(2, \mathbb{R})$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$TAT^{-1} = \begin{bmatrix} 10 & -3 \\ 12 & -6 \end{bmatrix} \notin H$$

الزمرة ليست ناضجة في $GL(2, \mathbb{R})$ لأن شرط

التقسيم 3: $H = 4\mathbb{Z} = \{0, \pm 4, \pm 8, \dots\}$
 زمرة جزئية في الزمرة $(\mathbb{Z}, +)$ حيث \mathbb{Z} مجموعة الأعداد
 الصحيحة والطور:
 أمثلة زمرة القسمة \mathbb{Z}/H أمثلة جدول كايلى لهذه الزمرة
 الكلي

مجموعة المرافقات الأساسية:

$$\mathbb{Z}/H = \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} = \{a + 4\mathbb{Z} \mid a \in \mathbb{Z}\}$$

لنجد المرافقات بطريقة نالانها آتية:

$$\forall a \in \mathbb{Z} \cdot 4q + r = a \text{ حيث } 0 \leq r < 4$$

$$a + 4\mathbb{Z} = 4q + r + 4\mathbb{Z} = r + 4\mathbb{Z}$$

$$\{4\mathbb{Z}, 1 + 4\mathbb{Z}, 2 + 4\mathbb{Z}, 3 + 4\mathbb{Z}\}$$

جدول كايلى $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$

مع الصفوف	$4\mathbb{Z}$	$1+4\mathbb{Z}$	$2+4\mathbb{Z}$	$3+4\mathbb{Z}$
$4\mathbb{Z}$	$4\mathbb{Z}$	$1+4\mathbb{Z}$	$2+4\mathbb{Z}$	$3+4\mathbb{Z}$
$1+4\mathbb{Z}$	$1+4\mathbb{Z}$	$2+4\mathbb{Z}$	$3+4\mathbb{Z}$	$4\mathbb{Z}$
$2+4\mathbb{Z}$	$2+4\mathbb{Z}$	$3+4\mathbb{Z}$	$4\mathbb{Z}$	$1+4\mathbb{Z}$
$3+4\mathbb{Z}$	$3+4\mathbb{Z}$	$4\mathbb{Z}$	$1+4\mathbb{Z}$	$2+4\mathbb{Z}$

التقسيم 4:

لنكنه $(\phi^*, 0)$ زمرة جزئية
 $\phi^* = \phi / \{0\}$, $\phi: \phi^* \rightarrow \phi^*$, $\phi(x) = x^4$
 ① اثبت أنه ϕ هو مورفزم زمرة

② اوجد $\text{Ker} f$

③ هل f هو مورفزم

الحل:

$$\forall x, y \in \mathcal{F}^* \quad \text{④}$$

$$f(xy) = (xy)^4 = x^4 y^4 = f(x) \cdot f(y)$$

$f \leftarrow$ هو مورفزم زمرة

$$\text{Ker} f = \{x, x \in \mathcal{F}^*, f(x) = 1\} \quad \text{⑤}$$

$$= \{x, x \in \mathcal{F}^*, x^4 = 1\} = \{x, x \in \mathcal{F}^*, x^4 - 1 = 0\}$$

$$= \{x, x \in \mathcal{F}^*, (x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0\} = \{1, -1, i, -i\}$$

③ نلاحظ $\text{Ker} f = 1$ و f غير متباينة

التبرين 5:

لكن \mathbb{Z} مجموعة الأعداد الصحيحة

$$H = 2\mathbb{Z} \quad \text{زمرة } (\mathbb{Z}, +)$$

زمرة جزئية من $(\mathbb{Z}, +)$

$$f: (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (2\mathbb{Z}, +)$$

$$f(a) = 2a \quad \forall a \in \mathbb{Z}$$

والطوبى ثابت أنه f ايزومورفزم

الحل:

$$\forall a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow f(a+b) = 2(a+b) = 2a + 2b$$

$$= f(a) + f(b) \quad \leftarrow f \text{ هو مورفزم}$$



اثبات ان f غير

$$\forall y \in \mathbb{Z} \exists x \in \mathbb{Z}$$

$$y = 2x \quad \exists x \in \mathbb{Z} ; f(x) = y$$

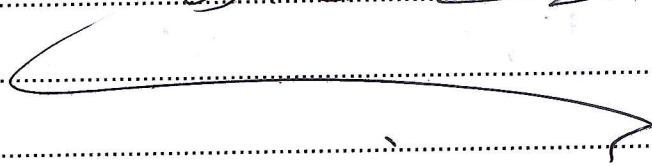
من f غير

$$\text{Ker } f = \{x \in \mathbb{Z} ; f(x) = 0\} = \{x \in \mathbb{Z} ; 2x = 0\} = \{0\}$$

من f تابع متباينة

← نستنتج ان f انزيمورفيزم

انتهت الحجة





مكتبة
A to Z