



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثانية

المادة : بنى جبرية 2

المحاضرة : الثانية / عملي /

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

كلية العلوم

3

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

القسم: الرياضيات

السنة: الثانية

المادة: نجح حريص

الدكتور:

المحاضرة:

الثانية عملية



التاريخ: / /

A to Z Library for university services

السؤال الأول: أثبت أنه $H = \{(a,b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ زمرة جزئية

منه الزمرة $(G, *)$

$$G = \{(a,b) \mid a \neq 0, b \in \mathbb{R}\}$$

$$(a,b) * (c,d) = (ac, b+c) \text{ و } (a,b), (c,d) \in G$$

الإجابة

شرط الزمرة الجزئية

$$x * y^{-1} \in H \text{ و } x, y \in H$$

الفحص الجاد بالأسئلة بالنسبة لـ G هو $(b,0) \in H$

$$H \neq \emptyset \text{ و } (1,0) \in H$$

$$x = (b,b) \text{ و } y = (1,c)$$

$$y^{-1} = (1, -c)$$

$$x * y^{-1} = (b,b) * (1, -c) = (b, b-c) \in H$$

منه H زمرة جزئية منه G لتحقيق شرط الزمرة الجزئية

السؤال الثاني

$$G = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z} \right\}$$

زمرة بالنسبة لجمع المصفوفات والبطور هو اثبت أنه

$$H = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in G \mid (a+b+c+d) = 0 \right\}$$

زمره جزئية من
الكلية

$$\forall A, B \in H : A * B^{-1} \in H$$

$$B^{-1} = -B \quad (\text{لأن الزمرة جزئية})$$

$$A - B \in H$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} a+b+c+d=0 \\ a'+b'+c'+d'=0 \end{matrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a-a' & b-b' \\ c-c' & d-d' \end{bmatrix}$$

$$a-a'+b-b'+c-c'+d-d'$$

$$\underbrace{(a+b+c+d)}_0 - \underbrace{(a'+b'+c'+d')}_0 \Rightarrow A - B \in H$$

← الزمرة جزئية من G

الؤاله التاليه:

$$G = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z} \right\}$$

زمره بالنسبة لجميع الصفوف - وليكن

$$H = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in G, a+b+c+d=1 \right\}$$

فان H زمره جزئية في G

الكلمة

H هي زمرة جزئية من زمرة G للأشياء المتبادعة

في G

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \notin H, \quad 0 + 0 + 0 + 0 = 0 \neq 1$$

السؤال الرابع:

اثبت أنه

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, n \in \mathbb{Z} \right\}$$

زمرة جزئية دائرية من الزمرة $GL(2, \mathbb{R})$ على الأشياء

$$GL(2, \mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\det(A) = ad - bc \neq 0$$

زمرة بالنسبة لجداء المصفوفات

الكلمة

$$A = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -m \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -m+n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in H$$

منه H زمرة جزئية من GL

أيضا أنه H زمرة دائرية في $GL(2, \mathbb{R})$ بإشياء

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ونفس الطريقة :

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]^n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ومن ثم المجموعة H :

$$H = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, n \in \mathbb{Z} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; n \in \mathbb{Z} \right\}$$

انتهى العرض



مكتبة
A to Z