



كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الرابعة

المادة : انصاف نواقل

المحاضرة : الثالثة/نظري/د. حسن سليمان

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

كلية العلوم

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

2026

8

إحصاء الإلكترونات والثقوب في أنصاف النواقل Statistics of Electrons and Holes in Semiconductors

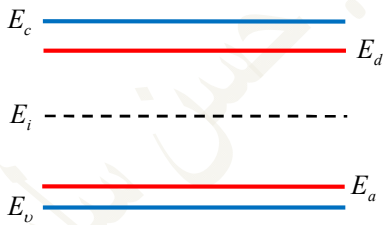
9- الاعتدال الكهربائي في أنصاف النواقل والعوازل: 2026/4/7

يمكن توليد إلكترونات ناقليّة حرة *Free* في حجم متجانسٍ معطى، أي قذف إلكترونات إلى عصابة الناقليّة *Conduction Band* من المستويات الطاقية للمانحات ومن عصابة التكافؤ *Valence Band* أيضاً؛ وتترافق عملية التوليد *Generation Process* بعملية معاكسة بصورة دائمة، تسمى *عملية إعادة الاتحاد Recombination Process* والتي **تكمّن** في **عودة** الإلكترونات إلى المانحات *Donors* أو إلى عصابة التكافؤ.

→ إذا تحقق توليد الإلكترونات فقط على حساب الحركة الحرارية للذرات في شروط التوازن الترموديناميكي، فإننا نحصل على **تركيز متوازن** للإلكترونات الناقليّة، نرّمز له بالرمز n_0 . ومن ثم تُرصد قيمة n_0 ، في درجة حرارة معيّنة، يجري المحافظة على ثباتها فترة زمنية طويلة كفايةً وبحيث تكون واحدة في كامل حجم نصف الناقل (أو العازل) بهدف إقرار التوازن الديناميكي لعمليات توليد إلكترونات الناقليّة وإعادة اتحادها.

→ **نُستثنى** هنا عوامل أخرى، بمقدورها توليد الإلكترونات؛ كإضاءة نصف الناقل، وتعريضه لجسيمات بطاقات معيّنة، الخ.

→ إن توليد الثقوب الحرة، أي انتقال الإلكترونات من عصابة التكافؤ إلى المستويات الطاقية للأخذات *Acceptor Levels* أو إلى عصابة الناقليّة، تترافق أيضاً بإعادة اتحاد. وفي شروط التوازن الترموديناميكي يتم الحصول على تركيز متوازن من الثقوب الحرة الذي نرّمز له بالرمز p_0 .



→ سنرى لاحقاً وجود علاقة محددة بين التراكيز المتوازنة للإلكترونات والثقوب بحيث نستطيع تعيين p_0 لدى معرفة المقدار n_0 ، والعكس بالعكس.

يُلاحظ وجود إلكترونات وثقوب **مقيّدة** (غير متحركة) في المستويات الطاقية المتوصّعة أو المتوزعة في **المنطقة المحظورة Forbidden Zone** (أو ما يسمى **الفجوة الطاقية** لنصف الناقل *Energetic Gap*).

فإذا رمزنا لتركيز المانحات الإجمالية بالرمز N_d وتركيز المانحات المتأينة *Ionized Donors* **لمرة واحدة** بالرمز N_d^+ ، فإن المساواة الآتية تكون محققة:

$$n_d = N_d - N_d^+ = N_d - p_d , \quad (1-9)$$

حيث تركيز الإلكترونات **المتبقية** (التي تبقى على حالتها **معتدلة كهربائياً**) في المستويات الطاقية **المانحة** و p_d تركيز الثقوب الموجبة الموجودة في المانحات حيث $p_d = N_d^+$.
وبشكل **مشابه**، نجد أنه إذا رمزنا لتركيز الآخذات الكلية بالرمز N_a وتركيز الآخذات المتأينة Ionized Acceptors **لمرة واحدة** بالرمز N_a^- ، فإن المساواة الآتية تكون محققة:

$$p_a = N_a - N_a^- = N_a - n_a , \quad (2-9)$$

حيث p_a تركيز الثقوب الموجودة في الآخذات، والتي تُعدُّ معتدلة كهربائياً، و n_a تركيز الإلكترونات الموجودة في المستويات الطاقية الآخذة حيث $n_a = N_a^-$.
لدى وجود **نوع واحد** من المانحات ونوع واحد **من** الآخذات، يُعبَّر عن شرط الاعتدال الكهربائي من أجل واحدة حجم نصف ناقل بالمعادلة الآتية:

$$e(p_0 + p_d) - e(n_0 + n_a) = 0 ; \quad (3-9)$$

$$p_0 + p_d - n_0 - n_a = 0 . \quad (4-9)$$

يُعمَّم مثل هذا الشرط على التراكيز **اللامتوازنة** للحاملات الحرة للشحنة عادةً حيث يمكن كتابة العلاقات الآتيتين:

$$n = n_0 + \Delta n ; \quad (5-9)$$

$$p = p_0 + \Delta p , \quad (6-9)$$

حيث Δn تركيز الإلكترونات الفائضة *Excess* **اللامتوازنة** و Δp تركيز الثقوب الفائضة **اللامتوازنة** (يمكن أن تكون أقل من الصفر) والتي تنشأ بسبب عوامل أخرى، عدا الحركة الحرارية للذرات.

يُفترض **عادةً** إقرار المساواة الآتية في نصف الناقل أو العازل تلقائياً:

$$\Delta n = \Delta p \quad (7-9)$$

وعليه، يمكننا كتابة شرط الاعتدال الكهربائي بالشكل الآتي:

$$p + p_d - n - n_a = 0 . \quad (8-9)$$

10- توزيع الإلكترونات والثقوب على الحالات الطاقية في العصابات الطاقية والسويات المتقطعة:

Electron and Hole Distribution on the Energetic States in the Bands and Discrete Levels

تُعَيَّن التراكيز المتوازنة للإلكترونات والثقوب الحرة في أنصاف النواقل والعوازل بمساعدة تابع

توزيع فيرمي بشكلٍ مشابهٍ لتعيين تركيز الغاز الإلكتروني الحر في الفلزات. ويتعيَّن موضع مستوى فيرمي تبعاً لنوع نصف الناقل.

وجدنا في الفصل السابق أنَّ تابع توزيع فيرمي من أجل الإلكترونات، f_{Fn} ، والذي يعبر عن احتمال انشغال المستوى الطاقى، E ، بالإلكترون يُكتب بالشكل

$$f_{Fn} = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1} \quad (1-10)$$

يمكن تعريف تابع توزيع فيرمي من أجل الثقوب، f_{Fp} ، كفارقي بين الواحد وتابع توزيع فيرمي من أجل الإلكترونات، f_{Fn} :

$$f_{Fp} = 1 - f_{Fn} \quad (2-10)$$

ومنه نجد أن

$$f_{Fp} = \frac{1}{e^{\frac{E_F-E}{k_B T}} + 1} \quad (3-10)$$

يُعبَّر المقدار f_{Fp} عن احتمال انشغال السوية الطاقية، E ، بثقبٍ و E_F مستوى فيرمي الذي من أجلها $f_{Fn} = f_{Fp} = \frac{1}{2}$.

سندرس في هذه الفقرة أيضاً تابع توزيع الإلكترونات والثقوب على الحالات الطاقية المانحة والآخذة؛ إذ يمكن أن تكون هذه الحالات مشغولةً بالإلكترون واحد فقط أو بثقب واحد فقط.

→ إذا فرضنا أن الحالة E_a تحوي إلكترونًا آخرًا أو الحالة E_a تحوي ثقبًا آخرًا، فإن المقدارين E_a و E_a نفسيهما يتغيران،

→ أي أن سويات طاقة الذرة المتأينة لمرة واحدة أو مرتين تختلف عن بعضها البعض، وذلك بحكم التفاعل الكهردي فيما بين الإلكترونات أو الثقوب التي تشغلها.

إن عدم إمكانية وجود إلكترونين أو أكثر في مركز الذرة الشائبة، E_d أو E_a ، يجب أن

ينعكس على تابع توزيع الإلكترونات على الحالات الطاقية. ومن أجل جملة تمتلك عدداً متغيراً من

الجسيمات نحصل على قوانين توزيع الإلكترونات على المستويات المانحة، f_{nd} ، وعلى المستويات

الآخذة، f_{na} ، (بإتباع طريقة حساب جيبس) بدلاً من توزيع فيرمي:

$$f_{nd} = \frac{1}{\frac{1}{2} e^{\frac{E_d - E_F}{k_B T}} + 1}; \quad (4-10)$$

$$f_{na} = \frac{1}{2 e^{\frac{E_a - E_F}{k_B T}} + 1}, \quad (5-10)$$

حيث تختلف العلاقتان (4-10) و (5-10) عن تابع توزيع فيرمي بوجود العاملين $\frac{1}{2}$ و 2 أمام العاملين الأسيين، واللذان يعكسان **الوزن الإحصائي** للحالة المشغولة، أي يعكسان عدد الطرائق التي يمكن أن تتشغل بها الحالة الطاقية.

يمكن إيجاد تابع التوزيع من أجل الثقوب، إذا طرحنا تابع التوزيع من أجل الإلكترونات من الواحد؛ وعليه، يأخذ تابعا توزيع الثقوب على المستويات المانحة، f_{pd} ، و المستويات الآخذة، f_{pa} الشكلين الآتيين:

$$f_{pd} = \frac{1}{2 e^{\frac{E_F - E_d}{k_B T}} + 1}; \quad (6-10)$$

$$f_{pa} = \frac{1}{\frac{1}{2} e^{\frac{E_F - E_a}{k_B T}} + 1}. \quad (7-10)$$

يمكن كتابة علاقات تراكيز الإلكترونات والثقوب في المراكز الشائبة وفق الآتي:

$$n_d = N_d f_{nd} = \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{\frac{E_d - E_F}{k_B T}} + 1}; \quad (8-10)$$

$$n_a = N_a f_{na} = \frac{N_a}{2 e^{\frac{E_a - E_F}{k_B T}} + 1}; \quad (9-10)$$

$$p_d = N_d f_{pd} = \frac{N_d}{2 e^{\frac{E_F - E_d}{k_B T}} + 1}; \quad (10-10)$$

$$p_a = N_a f_{pa} = \frac{N_a}{\frac{1}{2} e^{\frac{E_F - E_a}{k_B T}} + 1}. \quad (11-10)$$

- يوافق المقدران n_d و p_a تراكيز المانحات والآخذات المعتدلة كهربائياً (غير المتأينة)
- يوافق المقدران n_a و p_d تراكيز الآخذات والمانحات المتأينة مرة واحدة (أحادية التأين).

11 كثافة الحالات والتركيز المتوازن لحاملات الشحنة في أنصاف النواقل المتبلورة:

DOS and Equilibrium concentration of the Charge Carriers in Crystal Semiconductors

لقد ذكرنا سابقاً أنه يمكن تعيين كثافة الحالات الطاقية (DOS) **Density of States** من أجل غاز من الإلكترونات الحرة من العلاقة (17-1) الآتية:

$$N(E) = \frac{2\pi(2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2}, \quad (17-1)$$

حيث m كتلة الإلكترون الحر، و h ثابت بلانك، و E الطاقة الحركية للإلكترون، $E \equiv E(\vec{k})$:

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

ولكن، بما أنه يمكن دراسة إلكترونات العصابات الطاقية؛ **كإلكترونات حرة** تمتلك كتلة فعالة **Effective Mass** لكثافة الحالات، فيمكننا استخدام العلاقة (17-1)؛

وعندها لا بد من أخذ **مبدأ حساب الطاقة بدءاً من قاع** عصابة الناقلية، E_c ، من أجل الإلكترونات **ومن سقف عصابة التكافؤ**، E_v ، من أجل الثقوب.

وفي هذه الحالة، ليس من الضروري وضع $E_c = 0$ أو $E_v = 0$.

وعليه، عندما $E_c \neq 0$ ، فإن **كثافة الحالات الطاقية من أجل الإلكترونات** في عصابة الناقلية تُعطى بالعلاقة الآتية:

$$N_n(E) = \frac{2\pi(2m_n)^{3/2}}{h^3} (E - E_c)^{1/2}; \quad (1-11)$$

وبشكلٍ مشابهٍ، تأخذ علاقة **كثافة الحالات الطاقية في عصابة التكافؤ من أجل الثقوب** الشكل:

$$N_p(E) = \frac{2\pi(2m_p)^{3/2}}{h^3} (E_v - E)^{1/2}, \quad (2-11)$$

حيث m_n و m_p الكتلتان الفعالتان للإلكترون والثقب على الترتيب.

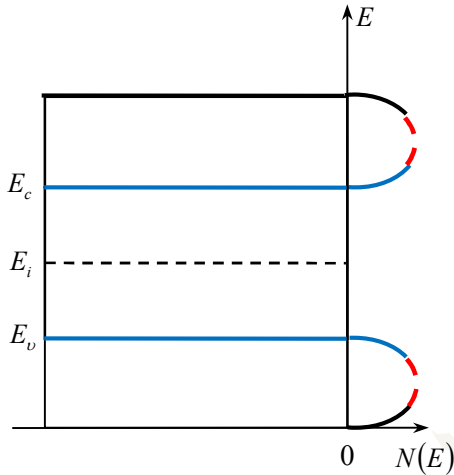
- يوضح **الشكل (2)** العلاقتين (1-11) و (2-11) بيانياً.
- أضف إلى ذلك، يمكن كتابة العلاقتين (1-11) و (2-11) بالنسبة **لقاع** عصابة الناقلية **وسقف** عصابة التكافؤ،

- ومن ثمّ يمكن التعبير عن كثافة الحالات؛ **كتابع لطاقة الإلكترون**، E ، كما يوضح **الشكل (3)** (هو نفس الشكل (2) ولكن أُضيف إليه المنحني المنقط).

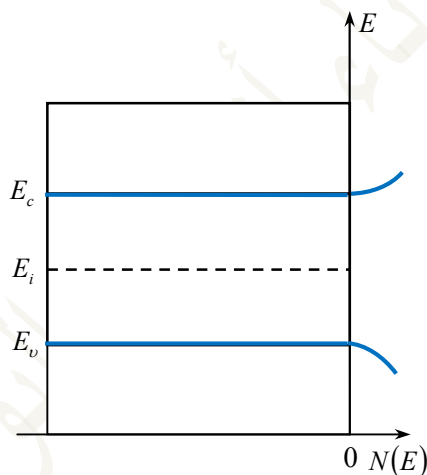
من المعلوم أن الكتلة الفعالة **لكثافة الحالات مقدارٌ سُلميٌّ** أي يوافقها **سطح تساوي طاقة ما على شكل كرة**.

→ فإذا كانت الكتلة الفعّالة العادية للإلكترون، m^* ، تُعدُّ كميّة سُلَميّة **والنهاية الحديّة** لعصابة الناقلية تقع في **مركز منطقة بريلوان**، فإن $m^* = m_n$ ؛ وعندها يمكن أن نضع في العلاقة (1-11)، m^* بدلاً من m_n ،

→ وينطبق الكلام ذاته على العلاقة (2-11) حيث يمكن أن نضع فيها $m^* = m_p \approx m_{pT}$ من أجل الكتلة الفعّالة للثقب.



الشكل (3): كثافة الحالات $N(E)$ في العصابات المسموحة



الشكل (2): كثافة الحالات من أجل الإلكترونات في عصابة الناقلية والثقوب في عصابة التكافؤ

حساب التركيز المتوازن لإلكترونات الناقلية:

Equilibrium concentration Calculation of the Conduction Electrons

سنوجد التركيز المتوازن لإلكترونات الناقلية التي طاقاتها تقع في **المجال من E إلى $(E+dE)$** ، (أي في المجال dE) **بشكلٍ مشابهٍ لطريقة إيجاد تركيز الغاز الإلكتروني**، باستعمال العلاقة الآتية:

$$dn_0 = N_n(E) 2f_{Fn} dE \quad (3-11)$$

ولإيجاد n_0 ، لا بد من مكملة طرفي المعادلة (3-11) بالنسبة للطاقة E . وعندها نضع في الحدّ السفلي لإشارة التكامل المقدار E_c ونعدُّ الحدّ العلوي مساوياً **لأنهاية**، لأن التابع f_{Fn} يتناقص ويؤول إلى الصفر في هذه الحالة:

$$n_0 = \int_{E_c}^{\infty} \frac{4\pi(2m_n)^{3/2} (E - E_c)^{1/2}}{h^3 \left(e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1 \right)} dE \quad (4-11)$$

ولحل هذا التكامل، نفرض

$$\frac{E - E_c}{k_B T} = x \quad (5-11)$$

ومن ثمَّ

$$dx = \frac{dE}{k_B T} \quad \text{و} \quad (E - E_c)^{1/2} = x^{1/2} (k_B T)^{1/2} \quad (6-11)$$

أضف إلى ذلك، نُدخل الرمز الآتي في عملية الحل:

$$\xi = \frac{E_F - E_c}{k_B T} \quad (7-11)$$

وعندها، نجد

$$\frac{E - E_F}{k_B T} = \frac{E - E_c}{k_B T} - \frac{E_F - E_c}{k_B T} = x - \xi \quad (8-11)$$

وإذا اعتبرنا m_n مقداراً ثابتاً، يمكننا كتابة المعادلة (4-11) بالشكل الآتي:

$$n_0 = \frac{4\pi (2m_n k_B T)^{3/2}}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2}}{e^{x-\xi} + 1} dx \quad (9-11)$$

وبإدخال الرموز الآتية إلى العلاقة (9-11):

$$N_c = \frac{2 (2\pi m_n k_B T)^{3/2}}{h^3} \quad (10-11)$$

$$(تكمّل فيرمي - 1/2) \quad \Phi_{1/2}(\xi) = \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2}}{e^{x-\xi} + 1} dx \quad (11-11)$$

نحصل على علاقة n_0 بشكلها النهائي

$$n_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_c \Phi_{1/2}(\xi), \quad (12-11)$$

حيث تسمى الكمية N_c العدد الفعّال للحالات الطاقية في عصابة الناقلية والكمية $\Phi_{1/2}(\xi)$ تكامل فيرمي من المرتبة نصف (1/2) (نحصل على قيمها من الجداول).

تعبّر العلاقة (12-11) عن التركيز المتوازن للإلكترونات الناقلية بدلالة تكامل فيرمي من المرتبة (1/2) الذي تتعلق قيمته بموضع مستوى فيرمي. ويُعدُّ الغاز الإلكتروني المتحلل وغير المتحلل حالتين عمليتين مهمتين:

أولاً- من أجل الغاز الإلكتروني غير المتحلل تتحقق المتراحة:

$$e^{\frac{E - E_F}{k_B T}} = e^{x - \xi} \gg 1 \quad (13-11)$$

وعندها، يُصبح تكامل فيرمي من الشكل

$$\Phi_{1/2}(\xi) = \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2}}{e^x e^{-\xi}} dx = e^{\xi} \int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx \quad (14-11)$$

أو من الشكل

$$\Phi_{1/2}(\xi) = e^{\xi} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (15-11)$$

وبالتعويض عن العلاقة (15-11) في العلاقة (12-11) نحصل على التركيز المتوازن للغاز

الإلكتروني غير المتحلل الآتي:

$$n_0 = N_c \Phi_{1/2}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_c e^{\xi} \frac{\sqrt{\pi}}{2} = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}. \quad (16-11)$$

سندرس حالة الغاز الإلكتروني المتحلل بشكلٍ منفصلٍ في الفقرة 16.

والآن نعود إلى معيار اللاتحلل، المتراجحة (13-11)؛ بما أن هذا المعيار افترض محققاً من أجل أي مستوى من المستويات الطاقية في عصابة الناقلية، بما فيها قاع عصابة الناقلية الذي من أجله

$x = 0$ (لأن $E = E_c$)، يمكننا إعادة كتابة العلاقة (13-11) بالشكل الآتي:

$$e^{-\xi} \gg 1, \quad (17-11)$$

أو

$$e^{\xi} \ll 1, \quad (18-11)$$

ويمكن لهذه المتراجحة أن تتحقق، فقط عندما تكون قيمة المتحول ξ سالبةً. وفي هذا السياق توضع

عادةً المتراجحة الآتية:

$$\xi < -1. \quad (19-11)$$

وعندها، يمكننا اعتبار الشرط (18-11) محققاً.

أما إذا فرضنا

$$0 > \xi > -1, \quad (20-11)$$

فيمكننا الحصول على العبارة التقريبية الآتية:

$$e^{\xi} < (\text{or } \approx) 1. \quad (21-11)$$

وهكذا، يؤول معيار اللاتحلل (13-11) إلى المعيار (19-11).

وبالتعويض عن قيمة ξ من العلاقة (7-11) في العلاقة (19-11) نحصل على معيار اللاتحلل

الآتي:

$$E_c - E_F > k_B T. \quad (21-11)$$

وهكذا نجد أن الغاز الإلكتروني اللامتثل في أنصاف النواقل، يُلاحظ **عند توضع** مستوى فيرمي تحت قاع عصابة الناقلية، **ليس بأقل** من الكمية $k_B T$ ، وعندها يمكن حساب التركيز المتوازن، n_0 ، من العلاقة (16-11).

حساب التركيز المتوازن لثقوب الناقلية:

Equilibrium Concentration Calculation of Conduction Holes

لدينا من أجل ثقوب الناقلية في أنصاف النواقل المتبلورة العلاقة الآتية:

$$dp_0 = N_p(E) 2 f_{Fp} dE \quad (23-11)$$

ولإيجاد p_0 ، لا بد من مكاملة طرفي المعادلة (23-11) بالنسبة لطاقة الإلكترون E . وعندها نضع الحد العلوي لإشارة التكامل مساوياً E_v ونختار الحد السفلي مساوياً سالب لانهاية $(-\infty)$ ، لأن التابع f_{Fp} يتناقص ويؤول إلى الصفر في هذه الحالة:

$$p_0 = \int_{-\infty}^{E_v} N_p(E) 2 f_{Fp} dE. \quad (24-11)$$

ومنه

$$p_0 = \frac{4\pi (2m_p)^{3/2}}{h^3} \int_{-\infty}^{E_v} \frac{(E_v - E)^{1/2}}{e^{\frac{E_F - E}{k_B T}} + 1} dE. \quad (25-11)$$

لحل هذا التكامل، نُدخل الرمز x الآتيين

$$\frac{E_v - E}{k_B T} = x \quad (26-11)$$

$$\eta = \frac{E_v - E_F}{k_B T} \quad (27-11)$$

في المعادلة الأخيرة (25-11) فنجد

$$\frac{E_F - E}{k_B T} = x - \eta. \quad (28-11)$$

وإذا اعتبرنا m_p مقداراً ثابتاً، يمكننا كتابة المعادلة (25-11) بالشكل الآتي:

$$p_0 = \frac{4\pi (2m_p k_B T)^{3/2}}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2}}{e^{x-\eta} + 1} dx \quad (29-11)$$

ومنه نحصل على علاقة p_0 بشكلها النهائي

$$p_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_v \Phi_{1/2}(\eta), \quad (30-11)$$

حيث أدخلنا الرمز $\Phi_{1/2}$ إلى العلاقة (29-11):

$$N_v = \frac{2(2\pi m_p k_B T)^{3/2}}{h^3}; \quad (31-11)$$

$$\Phi_{1/2}(\eta) = \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2}}{e^{x-\eta} + 1} dx, \quad (32-11)$$

حيث تسمى الكمية N_v العدد الفعّال للحالات الطاقية في عصابة النكافؤ والكمية $\Phi_{1/2}(\eta)$ تكامل فيرمي من المرتبة نصف ($\frac{1}{2}$) (مع استبدال x الوسيط بالوسيط η). ليس صعباً الحصول على علاقات مشابهة للعلاقات (10-11) و (31-11)، و (11-11) و (32-11)، و (11)، و (12-11) و (30-11).

لدينا من أجل غازٍ ثقبي غير متحللٍ المتراحة

$$e^{\frac{E_F - E}{k_B T}} = e^{x-\eta} \gg 1, \quad (33-11)$$

والتي يمكن تحويلها إلى الشكل

$$e^{\eta} \ll 1, \quad (34-11)$$

ومنه نجد

$$\eta < -1. \quad (35-11)$$

ومن ثمّ نحصل على معيارٍ نهائيٍ لعدم تحلل غازٍ ثقبيٍ من الشكل الآتي:

$$E_F - E_v > k_B T. \quad (36-11)$$

وهكذا نجد أن الغاز الثقبي اللامتحلل في أنصاف النواقل، يُلاحظ عند توضع سوية فيرمي فوق سقف عصابة التكافؤ، ليس بأقل من الكمية $k_B T$ ، وعندها يمكن حساب التركيز المتوازن، p_0 ، من العلاقة (30-11) بسهولة

$$p_0 = N_v e^{\eta} = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}}. \quad (37-11)$$

$$\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad \text{حيث:}$$

12 إيجاد مستوى فرمي والتركيز المتوازن لحاملات الشحنة في أنصاف النواقل الذاتية غير المتحللة وقانون فعل الكتلة:

إذا لم يوجد في نصف الناقل شوائب، بحيث تتحقق المساواة $N_a = N_d = 0$ ، فإن نصف ناقل كهذا، يسمّى نصف ناقل ذاتي *Intrinsic* أو نقّي *Pure*. ويأخذ شرط الاعتدال الكهربائي، المعادلة (9-4)،

$$n_0 = p_0, \text{ من أجل أنصاف النواقل الذاتية الشكل:}$$

$$n_i = p_i, \quad (1-12)$$

حيث يرمز للدليل i ، عوضاً عن الأدلة الصفرية، إلى التراكيز المتوازنة في أنصاف النواقل الذاتية.

حساب مستوى فيرمي والتركيز المتوازن لحاملات الشحنة في نصف ناقل ذاتي غير متحلل:

لنحسب مستوى فيرمي والتركيز المتوازن المطلوبين باستعمال العلاقتين (11-16) و (11-37)؛ إذ لدينا

$$n_0 = p_0 \quad \Rightarrow \quad N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}}. \quad (2-12)$$

ونحصل من هذه المساواة على المعادلة

$$e^{\frac{2E_F}{k_B T}} = \frac{N_v}{N_c} e^{\frac{E_c + E_v}{k_B T}}. \quad (3-12)$$

$$\frac{2E_F}{k_B T} \ln e = \ln \frac{N_v}{N_c} + \frac{E_c + E_v}{k_B T} \ln e \Rightarrow E_F = \frac{1}{2} k_B T \ln \frac{N_v}{N_c} + \frac{1}{2} (E_c + E_v) \quad \text{ومن ثمَّ}$$

ومن ثمَّ

$$\text{أو } E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + k_B T \ln \left(\frac{N_v}{N_c} \right)^{1/2}, \quad (4-12)$$

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + k_B T \ln \left(\frac{m_p}{m_n} \right)^{3/4}. \quad (5-12)$$

وإذا وضعنا العلاقة (4-12) في العلاقة (11-16) نحصل على علاقة التركيز الذاتي $n_0 \equiv n_i$ الآتية:

$$n_i = N_c e^{-\frac{1}{k_B T} [E_c - E_F]} = N_c e^{-\frac{1}{k_B T} \left[E_c - \frac{E_c + E_v}{2} - k_B T \ln \left(\frac{N_v}{N_c} \right)^{1/2} \right]} = N_c e^{-\frac{E_c - E_v}{2k_B T}} e^{\ln \left(\frac{N_v}{N_c} \right)^{1/2}};$$

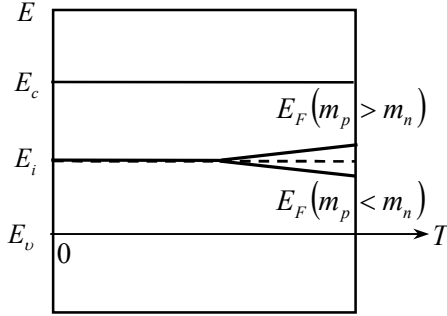
$$n_i = N_c \sqrt{\frac{N_v}{N_c}} e^{-\frac{E_c - E_v}{2k_B T}};$$

ومن ثمَّ

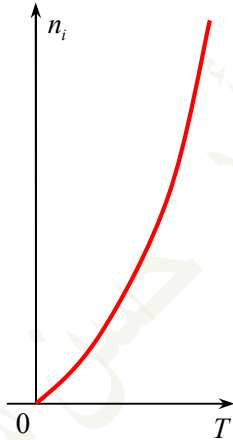
$$n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{E_c - E_v}{2k_B T}} = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{\Delta E_0}{2k_B T}}. \quad (6-12)$$

وفي درجة الصفر المطلق، $T=0$ ، نحصل على المساواة الآتية:

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} = E_i \quad (7-12)$$



الشكل (4): تابعة سوية فيرمي لدرجة الحرارة المطلقة من أجل نصف ناقل ذاتي على اعتبار أن حدي الناقلية والتكافؤ مستقلين عن درجة الحرارة.



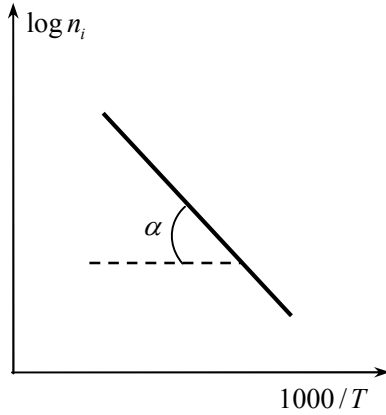
الشكل (5): تابعة التركيز الذاتي للإلكترونات لدرجة الحرارة من نصف ناقل ذاتي

في معظم الحالات تتساوى الكتلة الفعالة للإلكترونات والثقوب، $m_p \approx m_n$ ، ولذلك عادةً ما يكون الحد الثاني في العلاقة (5-12) أكبر من الحد الأول بكثير، وبحكم ذلك يتعيّن مستوى فيرمي، E_F ، عادةً بالعلاقة (7-12)، ليس في درجة الصفر المطلق، $T=0$ ، وحسب، بل في درجات الحرارة المختلفة عنها، $T \neq 0$ أيضاً. غير أنه في الواقع، مع ارتفاع درجة الحرارة سيُصد انحراف مستوى فرمي، E_F ، عن المستوى الطاقى الذاتي، E_i . وعندما $m_p > m_n$ ، فإن قيمة E_F تكون أكبر من E_i بعض الشيء، وعندما $m_p < m_n$ نحصل على نتيجة معاكسة، $E_F < E_i$. الشكل (4).

يوضح الشكل (5) التابعة $n_i = f(T)$ أو التابعة $p_i = f(T)$. إن المعامل الموجود أمام الأس في الطرف الأيمن من العلاقة (6-12) يتعلق بدرجة الحرارة بشكلٍ ضعيفٍ (بالمقارنة مع الأس) نسبياً، ولذلك فإن التابعة $n_i = f(T)$ أسية عملياً.

نحصل من العلاقة (6-12) على المساواة الآتية:

$$\log n_i = \log A - \frac{0,43 \cdot \Delta E_0}{2k_B} \cdot \frac{10^3}{T} \quad (8-12)$$



الشكل (6): تابعة لغاريتم التركيز الذاتي للإلكترونات بمقلوب درجة الحرارة $1000/T$

حيث يُعدُّ المقدار $\log A = \log \sqrt{N_c N_v}$ بطيء التغير مع درجة الحرارة ما يجعلنا ننظر إلى علاقة $\log n_i$ بـ $\frac{10^3}{T}$ على أنها خطية عملياً، الشكل

(6). جرى اختيار تدرجات المحور الأفقي على أنها أكبر بألف مرة، 10^3 ، من $1/T$ بغرض تسهيل الكتابة، ثم إن المعامل الزاوي للمستقيم (8-12) يساوي:

$$\text{tg} \alpha = \frac{0,43 \cdot \Delta E_0}{2k_B \cdot 10^3} \quad (9-12)$$

إذا اختيرت قيمة ΔE_0 بالإلكترون فولط، eV، فيمكن إعادة كتابة العلاقة (9-12) بالشكل

$$\Delta E_0 = 0,4 \text{tg} \alpha \quad (10-12)$$

ومن ثم، إذا تمكنا من إيجاد $\text{tg} \alpha$ من المنحني التجريبي، فيمكننا بسهولة تعيين عرض المنطقة المحظورة، ΔE_0 .

قانون فعل الكتل والحاملات الأساسية واللاأساسية للشحنة:

Major and Minor Carries and Law of Masses

إذا كان نصف الناقل غير متحلل، فإن تابع توزيع فرمي في عصابة الناقلية من أجل غاز إلكتروني غير متحلل، f_{Fn} ، يتحول إلى تابع توزيع مكسويل-بولتزمان وفي مجال سقف عصابة التكافؤ من أجل غاز ثقبي غير متحلل يمكن عدّ تابع توزيع فرمي، f_{Fp} ، تابع توزيع مكسويل-بولتزمان أيضاً.

وبالتالي، نجد التراكيز المتوازنة للإلكترونات والثقوب المعرّفة بالعلاقتين (16-11) و (37-11) في نصف الناقل غير المتحلل بآن معاً، حيث يمكن على سبيل المثال، إيجاد حاصل ضرب المقدارين

n_0 و p_0 :

$$n_0 p_0 = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}} = N_c N_v e^{-\frac{E_c - E_v}{k_B T}} \quad (11-12)$$

ومن جهة أخرى، نحصل من المعادلة (6-12) على المساواة الآتية:

$$n_i^2 = N_c N_v e^{-\frac{E_c - E_v}{k_B T}} \quad (12-12)$$

وبما أن الطرفين الأيمنين في العلاقتين (11-12) و (12-12) متساويان، فإن الطرفين الأيسرين فيهما متساويان أيضاً:

$$n_0 p_0 = n_i^2 . \quad (13-12)$$

تعبر المساواة (13-12) عن **قانون فعل الكتل**، (سُمي بذلك لكونه يُشابه **قانون فعل الكتل** في الكيمياء). هذا يعني أن **التراكيز المتوازنة** للإلكترونات والثقوب في أي نصف ناقل غير متحلل، **توجد بحيث أن حاصل الضرب** $n_0 p_0$ ، **يساوي** مربع التركيز الذاتي للإلكترونات، n_i^2 ، (أو الثقوب). **تُعين** كل هذه الكميات عند درجة الحرارة **المستقرة** ذاتها. ولكن طالما أن العلاقة (13-12) محققة من أجل أي درجة حرارة، فيمكننا كتابة العلاقة الآتية:

$$n_0(T) p_0(T) = n_i^2(T) . \quad (14-12)$$

بهذا الشكل، نجد أنه توجد في أي نصف ناقل غير متحلل في درجة حرارة مختلفة عن الصفر، $T \neq 0$ ، التراكيز المتوازنة للإلكترونات والثقوب الحرة دوماً، فضلاً عن أن حاصل جدائهما **يساوي** n_i^2 في أي درجة حرارة مختلفة عن الصفر.

فعلى سبيل المثال: تبلغ قيمة n_i في الدرجة $T = 300 \text{ K}$ من أجل **السيلكون** Si نحو $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ومن أجل **الجرمانيوم** Ge نحو $n_i = 2.5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$. ومن ثم مربع كل منهما على حدة يساوي حاصل الضرب $n_0 p_0$ في درجة الحرارة $T = 300 \text{ K}$ من أجل Si و Ge مهما كانت قيم تراكيز المانحات N_d والآخذات N_a فيها، التي تتعلق بها قيم كل من p_0 و n_0 على حدة، وليس جدائهما، $n_0 p_0$.

■ يسمى نصف الناقل إلكترونياً (من النوع-n) إذا كان $n_0 \gg n_i \gg p_0$ ، وثقوبياً (من النوع-p) إذا كان $p_0 \gg n_i \gg n_0$.

■ في الحالة الأولى، **تُعدُّ الإلكترونات الحاملات الأساسية للشحنة والثقوب الحاملات الأساسية للشحنة**، أمّا في الحالة الثانية، فعلى العكس من ذلك، فالحاملات الأساسية للشحنة هي ثقوب وغير الأساسية إلكترونات.

■ إن مفاهيم الحاملات الأساسية للشحنة وللأساسية غير مطبّقة في أنصاف النواقل الذاتية التي يُرمز لها عادةً بالرمز i (أو يقال من النوع-i).



مكتبة
A to Z