كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثالثة**

المادة : بصريات موجية

المحاضرة : الاولى/نظري/د.اصف

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

الأمواج المستوية

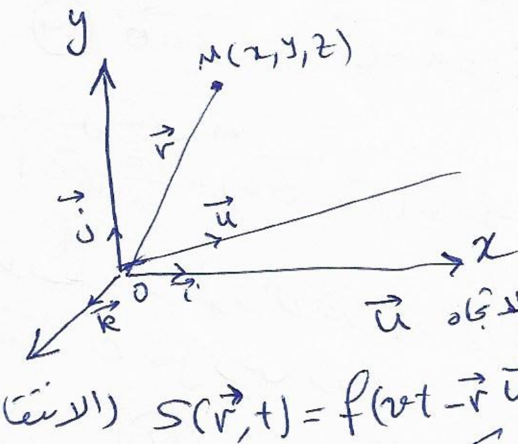
الضوء هو العامل الفيزيائي الذي يسمح لنا برؤية الأشياء.

وتدعى الأجسام المضيئة من ذاتها منابع الضوء والمنابع الضوئية المستخدمة في دراسة الظواهر الفيزيائية هي المنابع النقطية وتسمى نقطية إذا كانت أبعادها صغيرة جداً بالنسبة لبعدها عن المجرب.

فرنل (Fresnel) قال أن الضوء له صفة موجية أو طبيعية موجية وهي النظرية القادرة على تفسير التداخل وانعراج الضوء ودعم ذلك ماكسويل (Maxwell) من خلال تحديد الأمواج الضوئية واعتباره الضوء ذو طبيعة كهرطيسية (من حقل كهربائي وآخر مغناطيسي متعامدين وهما تابعان دوريان لهما نفس التواتر وبين أن جميع الأمواج الضوئية تنتشر في الخلاء بسرعة ثابتة 2.997925×10^{8} m/s وربط سرعة انتشار الضوء c بسماحية الخلاء الكهربائية ε_0 ونفوذية مغناطيسية μ_0 والعلاقة بينهم هي (1) $\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

وتبين أن الأجسام تسخن عند تعرضها للأشعة الضوئية وبالتالي انتقال في الطاقة وهذا لا يمكن تفسيره من خلال النظرية الموجية ولكنها فسرت التداخل والانعراج وبالتالي تم اعتمادها وخصوصاً بعد الاعتراف بالصفة الازدواجية للضوء الموجية المادية ومن أجل ذلك سنعتمد التعاريف التالية:

الموجة المستوية المنتشرة في اتجاه ما:



M نقطة من الفراغ الإقليدي ولنكن t ثابتاً حقيقياً للمتحول الحقيقي

$u = vt - \vec r \vec u$ (2)

حيث $\vec r$ هو شعاع الموضع ~~...~~ المحمول على الاتجاه $\vec u$

نسمي الهزازة أو موجة في النقطة M التابع

$S(\vec r, t) = f(vt - \vec r \vec u)$ (3) (الانتقال)

حيث v سرعة انتشار هذه الموجة في الاتجاه $\vec u$ وتكون ثابتة إذا كان الوسط متجانس

إن كل من الشكل السابق (3) تمثل موجة مستوية تنتشر بالسرعة v بالاتجاه $\vec u$ لأنها تحقق معادلة انتشار الأمواج لماكسويل المعروفة في النظرية الكهرطيسية

$$\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \quad (4)$$

مثال: أثبت أن الموجة $s(x,t) = f(vt + x)$ موجة مستوية [تحقق معادلة الانتشار] والموجة $s(x,t) = f(vt - x) + g(vt + x)$ مستوية أيضاً.

الموجة المستوية الجيبية :

نقول عن موجة مستوية إنها جيبية إذا كانت التابع f تابعاً جيبياً

$$s(\vec r,t) = a \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\vec r \vec u}{\lambda}\right)\right] \quad (5)$$

حيث a سعة الاهتزازة وهي القيمة العظمى للانتقال s وإن a مستقلة عن الزمن والموضع في الأوساط المتجانسة ويسمى T دور الاهتزازة الزمني وبالتالي إذا عوضنا عن t ب t+T فإن s لا يتغير ويسمى λ الدور المكاني أو طول الموجة لأنه إذا عوضنا عن $\vec r \vec u$ بالمقدار $\vec r \vec u + \lambda$ أيضاً s لا يتغير.

ومنه نستنتج أن طول الموجة هو المسافة المقطوعة خلال الدور أي (6) $\lambda = vT$

ونعرف التواتر بأنه مقلوب الدور ويرمز له ب f أي (7) $f = \frac{1}{T}$

ونعرف السرعة الزاوية (8) $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ واحدها راديان / ثانية

بحيث تقدر الدور بالثانية فإن التواتر ~~بالثانية~~ بالهرتز Hz وهو عدد الأدوار بالثانية

~~ونعرف السرعة الزاوية بالعلاقة~~ ونعرف شعاع الموجة بالعلاقة (9) $\vec K = \frac{2\pi}{\lambda}\vec u$

وبالتالي نكتب (5) على الشكل (10)

$$s(\vec r,t) = a \sin(\omega t - \vec k \vec r)$$

ويدعى $\vec k \vec r$ طور الاهتزاز ويرمز له بالرمز φ أي

$$\varphi = \vec k \vec r = \vec k\,\vec{OM} \quad (11)$$

وبالتالي

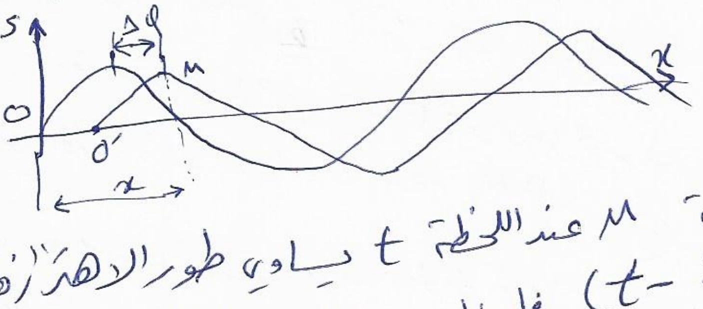
$$s = a \sin(\omega t - \varphi) \quad (12)$$

أما إذا كانت O' نقطة بدء غير منطبقة على O فإن طور الاهتزازة في النقطة M باتجاه $\vec u$

$$\varphi' = \vec k \cdot \vec{O'M} \quad (13) \Rightarrow \Delta\varphi = \varphi - \varphi' = \vec k(\vec{OM} - \vec{O'M}) = \vec k\,\vec{OO'} \quad (14)$$

ومن الشكل نستنتج أن

$$\Delta\varphi = \vec k(\vec{OM} - \vec{O'M}) = \frac{2\pi}{\lambda}|\vec{OO'}| \quad (15)$$



نلاحظ أن طور الاهتزازة في النقطة M عند اللحظة t يساوي طور الاهتزازة في النقطة O قبل زمن قدره $\left(t - \frac{x}{v}\right)$ فإذا رمزنا للاهتزازة في O عند t

$$s = a \sin \omega t \quad (16)$$

فإن الاهتزازة عند M في اللحظة نفسها تكون

$$s = a \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] \quad (17)$$

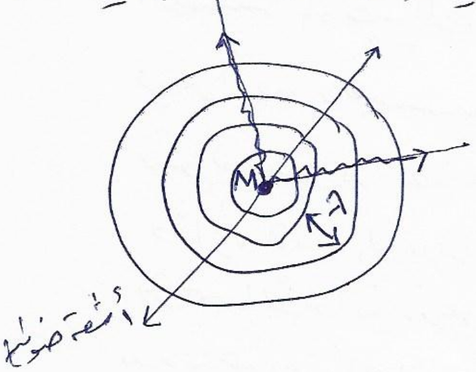
وباستخدام (5) نستطيع أن نكتب (8) بالشكل

$$|\vec K| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v} \quad (18)$$

وبتعويض $\omega = \frac{2\pi}{T}$ فنجد حيث $\lambda = \frac{v}{f} = vT$

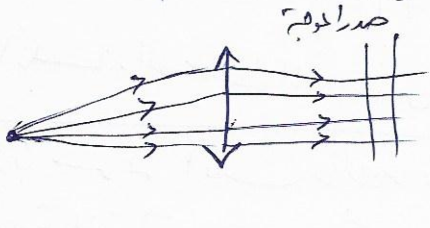
$$s = a\sin(\omega t - kx) = a\sin(\omega t - \varphi) \qquad 19$$

تبين هذه العلاقة فرق الطور φ بين الاهتزازة في (O) و (M) في اللحظة t



صدر الموجة : ليكن منبع ضوئي في النقطة M فيولد أمواجا في جميع الاتجاهات وبالتالي نعرف صدر الموجة بأنه مجموعة نقاط الفضاء التي تصلها الاهتزاز في آن واحد ويكون جميع الاهتزازات الشدة نفس دالتها هي مربع السعة وبالتالي فإن صدر الموجة هو سطوح ذي شدة الاهتزازة في لحظة ما وهنا هو عبارة عن كرة مركزها المنبع وبالتالي فالموجة كروية أما اتجاه الانتشار فمنطبقة على نصف قطر الكرة أي معامد لصدر الموجة. أما إذا كان المنبع بعيدا فيمكننا اعتبار هذه الكرات مستويات معامدة لاتجاه الانتشار ونقول عن الأمواج إنها أمواج مستوية تقريبا. ولذلك نعتبر أن الأمواج القادمة من الشمس أمواج مستوية أي أن الأمواج تسمى حسب الشكل الهندسي لصدرها

مثال: إذا وضعنا منبع ضوئي في نقطة محرق عدسة فإن الأشعة البارزة من العدسة تكون متوازية وموازية للمحور البصري وبالتالي تصبح الموجة مستوية وحسب مبدأ رجوع الضوء فإنه عند ورود أشعة متوازية على عدسة فإن الأشعة البارزة تجتمع في نقطة واحدة تسمى المحرق



سطوح تساوي الطور

هي السطوح التي يكون للطور قيمة ثابتة في كل نقطة من نقاطها أي

(21) $\varphi = \vec{K}\cdot\vec{r} = cte \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}|\vec{r}| = cte \Rightarrow |\vec{r}| = \frac{cte\,\lambda}{2\pi}$ = ثابت

وهي معادلة كرة أي أن سطوح ذي الطور تعامد منحى الانتشار فهي منطبقة على صدور الأمواج وهكذا نستنتج أن صدر الموجة هو سطح تساوي الطور.

إن شعاع الموجة $\vec{K} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}$ محمول على اتجاه الانتشار لذلك فهو يعامد سطح تساوي الطور.

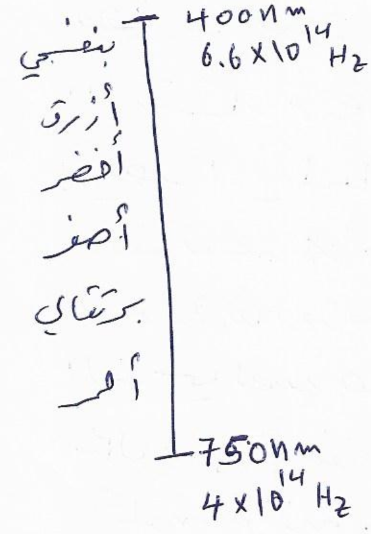
الأمواج الضوئية :

إن الضوء ذو طبيعتين موجية وجسيمية بآن معاً تؤكدهما النظرية الكهرطيسية لماكسويل ونظرية الفوتون اللتين تتشاركان ومجاهزاتنا إن ما يعنينا هو الطبيعة الموجية للضوء والتي تستطيع تفسيراً حقيقياً لظواهر التداخل والانعراج.

يعتبر الضوء بسيطاً إذا كان تواتر الموجة الصادرة من منبع محدد ووحيد $f = \frac{1}{T}$

وتؤلف مجموعة هذه الأضواء البسيطة المختلفة ضوءاً مركباً (الأبيض)

وتأثير هذه الأمواج الضوئية البسيطة على عين الانسان بانطباعات مختلفة تترجم بالألوان ندعو كل منها بشعاع ضوئي وحيد اللون وتمتد من البنفسجي إلى الأحمر بدون حدود فاصلة بشكل واضح.



تختلف سرعة الضوء وحيد اللون بحسب لونه أي بحسب تواتره وكذلك بحسب طبيعة الوسط الذي ينتشر فيه فمثلاً في وسط غير متجانس وغير متساوي المناحي تكون السرعة تابعة للموضع والاتجاه $V(M, \vec{u})$ أما في وسط غير متجانس ومتساوي المناحي فهي تابعة للموضع $V(M)$ وفي وسط متجانس ومتماثل المناحي تكون ثابتة وتتغير قيمتها من وسط إلى آخر.

أما سرعة الضوء في الخلاء فهي ثابتة بالنسبة لجميع الألوان وهي

$$C = 2.997925 \times 10^{8}\ m/sec.$$

قرينة انكسار الوسط المتجانس

إن سرعة انتشار الضوء في وسط ما ليست نفسها بالنسبة لجميع الألوان (تابعة للتواتر) تابعة للتواتر f ولا يمكننا تعريف السرعة v بدقة لعدم إمكاننا عزل شعاع ضوئي وحيد اللون. ندعو سرعة انتشار الضوء الوحيد اللون بسرعة الطور.

ونعرف سرعة انتشار الذروات العظمى للموجة الناتجة عن حادثة تراكب الأمواج (مجموعة أشعة متقاربة جداً في تواتراتها) بسرعة المجموعة.

نعرف قرينة الانكسار المطلقة بالنسبة لشعاع وحيد اللون بأنها النسبة سرعة الضوء في الخلاء إلى سرعته في وسط الانتشار $n = \frac{c}{v} \geq 1$

وعند قياس قرينة انكسار الزجاج من أجل ألوان مختلفة تبين أنها تتناقص بازدياد طول الموجة. إن دور الموجة متعلق بالمنبع فقط

لذا كانت $\lambda_0 = cT$ هي طول موجة الضوء في الخلاء و $\lambda = vT$ في وسط الانتشار

فإن $\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{c}{v} = n$ وهو تعريف آخر لقرينة الانكسار

مبدأ هايجنز :

تعرف الموجة بأنها إنتشار للاضطراب وتفسير الإنتشار بأن الجزيئة المهتزة تتبادل الطاقة مع الجزيئة المجاورة لها فتؤثر عليها بقوة وتجبرها على الاهتزاز وبالتالي يمكن اعتبار كل جزيئة مهتزة وكأنها منبع ثانوي نقطي للاضطراب وفقاً لمبدأ هايجنز الذي ينص على :

يمكن اعتبار أي نقطة من صدر الموجة منبعاً ثانوياً للاضطراب يصدر مويجات ثانوية كروية ونحصل على الاضطراب الثاني بتركيب جميع هذه المويجات الثانوية .

إن هذا المبدأ يوضح لماذا تحيد الأمواج عن مبدأ الانتشار المستقيم عند مرورها بطرف حاجز أو ثقب ضيق ويدعى هذا الحيود بالانعراج وبالتالي عند ورود موجة مستوية على حاجز يحتوي ثقب صغير يعمل كمنبع ثانوي للاضطراب وتظهر من الجهة الأخرى للحاجز موجة كروية .

تداخل الأمواج الضوئية

من تطبيقات التداخل يمكننا قياس الأطوال وحساب قرائن الانكسار
تفسر جميع ظواهر التداخل بتبني النظرية الموجية للضوء ولهذا فإن دراسة التداخل تتم بدراسة انتشار موجتين ضوئيتين ثم دراسة تلاقيهما بعد فترة معينة ولابد لحدوث التداخل أن تتوفر بعض الشروط .

شروط حدوث التداخل : إصدارين متتاليين للضوء من الجزيئة يدعى الزمن الفاصل بين ~~إصدارين~~ إصدارين بزمن الترابط ونرمز له بـ τ_c ففي الخلاء تقطع الصور المضطربة مسافة تدعى طول الترابط $L = c\,\tau_c$ وتختلف من ضوء لآخر .

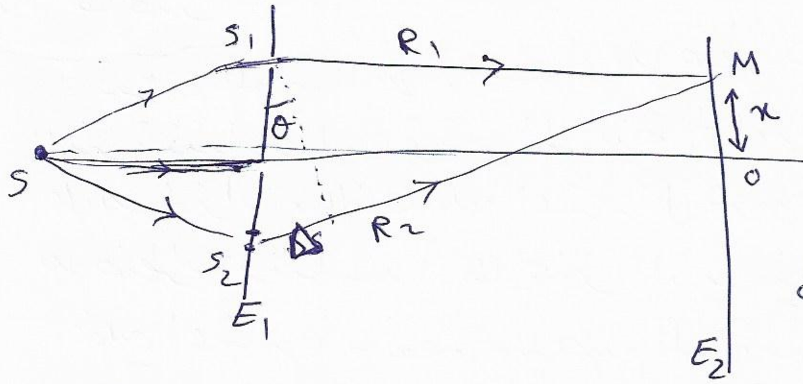
لحدوث التداخل لا بد من توفر الشروط التالية :

1 - أن يكون هناك ترابط زمني بين الحزمتين المتداخلتين ويتم ذلك إذا تحقق ما يلي
 a - يصدر المنبعان نفس الموجة وبآن معاً .
 b - الموجة الضوئية وحيدة اللون

2 - أن يكون هناك ترابط ~~مكاني~~ مكاني بين الحزمتين المتداخلتين ويتم ذلك إذا
 a - نقطية المنابع الضوئية
 b - فرق الطور بين الموجتين الصادرتين من المنبعين ثابت .

ونستخدم طريقة تقسيم صدر الموجة الواردة إلى قسمين باستخدام إحدى الطرق التالية : شقا يونغ - مرآتين - موشورين

شقا يونغ



إن الضوء الوحيد الصادر من المنبع S الذي يصدر أمواجاً كروية إلى قسمين باستخدام لوح عاتم E_1 يحتوي ثقبان متماثلان (S_1, S_2) ومتناظران بالنسبة للخط الواصل بين S ومنتصف المسافة بين الثقبين وليكن عرض الشق أو قطر الثقب صغير جداً والمسافة بينهما أيضاً صغيرة فنلاحظ بأن صدر الموجة الواردة على الشقين قد قسم إلى موجتين أي أن كلا المنبعين يصدر الموجة ذاتها وبآن واحد وبما أن أبعادهما صغيرة جداً فيمكننا اعتبارهما منبعين نقطيين يصدران موجتين كرويتين ولا يوجد فرق بالطور بينهما وبالتالي فشروط التداخل محققة وبالتالي تصل الموجة الواردة من S_1 إلى النقطة M قبل أن تصل الواردة من S_2 أي أن هناك فرق في المسير الهندسي ويقدر بالشكل عند وصولها إلى M

$$\Delta = |S_2M - S_1M| = |R_2 - R_1| = \overline{S_2H} \qquad (1)$$

إن الزمن اللازم لقطع المسافة R_1 من S_1 هي

$$t_1 = \frac{R_1}{v} = \frac{nR_1}{c} \qquad (2)$$

والزمن اللازم لقطع المسافة R_2 من S_2 هي

$$t_2 = \frac{nR_2}{c}$$

إذا كانت الموجة الصادرة في مستوي الشقين بأنه

$$S_1 = S_2 = a\sin\omega t$$

والموجة الصادرة من S_1 في النقطة M من شاشة المراقبة

$$S_1 = a\sin\omega(t - t_1) = a\sin(\omega t - \omega t_1)$$

بالتعويض عن t_1 بقيمتها سابقاً ومن $\omega = \frac{2\pi}{T}$ نحصل على

$$S_1 = a\sin\left[\omega t - \frac{2\pi n R_1}{\underbrace{cT}_{\lambda_0}}\right] = a\sin\left[\omega t - \frac{2\pi n R_1}{\lambda_0}\right]$$

وبنفس الطريقة يمكن التعبير عن الموجة الصادرة من S_2 في النقطة M بالعلاقة

$$S_2 = a\sin\left[\omega t - \frac{2\pi n R_2}{\lambda_0}\right]$$

ويكون مجموعهما

$$S_1 + S_2 = a\left[\sin\left[\omega t - \frac{2\pi n R_1}{\lambda_0}\right] + \sin\left[\omega t - \frac{2\pi n R_2}{\lambda_0}\right]\right]$$

$$= 2a\cos\left[\frac{\pi}{\lambda_0} n|R_2 - R_1|\right]\sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda_0} n|R_2 + R_1|\right]$$

وهي موجة جيبية بسعة مستقلة عن الزمن $A_M = 2a\cos\left[\frac{\pi}{\lambda_0} n|R_2-R_1|\right]$

وبما أن العين حساسة لشدة الموجة وليس لسعتها وبالتالي تكون الشدة

$$I = 4a^2\cos^2\left[\frac{\pi}{\lambda_0} n|R_2-R_1|\right] = 2a^2\left[1+\cos\frac{2\pi n}{\lambda_0}|R_2-R_1|\right]$$

$$= 2a^2[1+\cos\varphi] \;;\; \varphi = \frac{2\pi n}{\lambda_0}|R_2-R_1| = \frac{2\pi}{\lambda}|R_2-R_1|$$

وتكون الشدة أعظمية عند يأخذ تابع $\cos\varphi = 1$ أكبر قيمة له وعندها يكون

$$\frac{2\pi n}{\lambda_0}|R_2-R_1| = 2m\pi \Rightarrow \begin{cases} n|R_2-R_1| = m\lambda_0 \;;\; m=0,1,2,\dots \\ |R_2-R_1| = m\lambda \;;\; m=0,1,2,\dots \end{cases}$$

وهذا يعني أن شدة الإضاءة تكون أعظمية إذا كان فرق المسير الهندسي يساوي أعداداً صحيحة من طول الموجة في وسط الانتشار، وتكون معدومة عندما يكون للتابع cos قيمة أصغرية أي

$$\cos\left[\frac{2\pi n}{\lambda}|R_2-R_1|\right] = -1$$

ويتحقق ذلك عندما

$$\frac{2\pi n}{\lambda_0}|R_2-R_1| = (2m+1)\pi$$

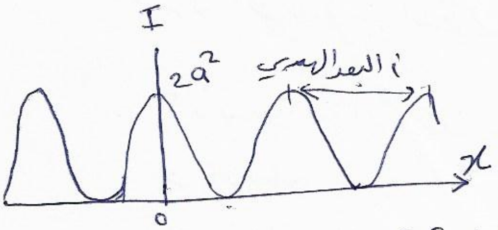
ومنه

$$|R_2-R_1| = (m+\tfrac{1}{2})\lambda \;;\; m=0,1,2,\dots$$

و

$$n|R_2-R_1| = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} = (m+\tfrac{1}{2})\lambda_0 \;;\; m=0,1,2,\dots$$

وهنا تكون الشدة دنيا أي معدومة وبالتالي فالمحل الهندسي للنهايات العظمى هي قطوع زائدة تدعى الأهداب المضيئة ويكون عندها فرق المسير الهندسي مساوياً عدداً صحيحاً من أطوال الموجة. أما المحل الهندسي للنهايات الصغرى فهي أيضاً قطوع زائدة تدعى الأهداب المظلمة ويكون فرق المسير عندها مساوياً لعدد فردي من نصف طول الموجة



مثال أو تمرين:

إذا عبرنا عن الموجة باستخدام الكتابة العقدية في مستوي الشقية

$$S_1 = S_2 = ae^{i\omega t}$$

فيكون في مستوي المراقبة M

$$s_1 = ae^{i\omega(t-t_1)} = ae^{i\omega t}e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_0}nR_1}$$

$$S_2 = ae^{i\omega(t-t_2)} = ae^{i\omega t}e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_0}nR_2}$$

$$s = S_1+S_2 = ae^{i\omega t}\left[e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_0}nR_1} + e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_0}nR_2}\right]$$

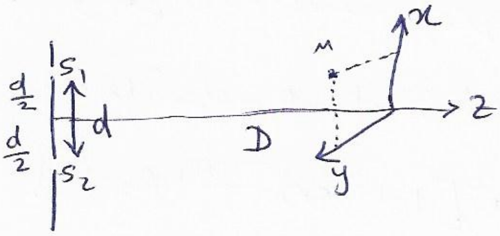
وتكون الشدة

$$I = SS^* = a^2\left[2+e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_0}n|R_2-R_1|} + e^{i\frac{2\pi}{\lambda_0}n|R_2-R_1|}\right]$$

$$= 2a^2[1+\cos\varphi] \;;\; \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}n|R_2-R_1| = \frac{2\pi}{\lambda}|R_2-R_1|$$

وهي نفس العبارة السابقة وتعالج بنفس الطريقة.

حساب فرق السير :



في ثلاثية متعامدة (x, y, z) نكتب
احداثيات النقط المختلفة فنجد احداثيات $M(x, y, 0)$
احداثيات النقطة S_1 $\left(\frac{d}{2}, 0, -D\right)$
S_2 = = $\left(-\frac{d}{2}, 0, -D\right)$

$$\overline{S_1M} = R_1 = \sqrt{\left(x-\frac{d}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} = D\sqrt{1+\frac{\left(x-\frac{d}{2}\right)^2+y^2}{D^2}}$$

$$\overline{S_2M} = R_2 = \sqrt{\left(x+\frac{d}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} = D\sqrt{1+\frac{\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}{}}$$

وبنشر هاتين العلاقتين والاكتفاء بالحدود الأولى نحصل على

$$R_1 = D\left[1+\frac{1}{2}\frac{\left(x-\frac{d}{2}\right)^2+y^2}{D^2}\right.$$
$$R_2 = D\left[1+\frac{1}{2}\text{———}\right]$$
$$\Rightarrow \Delta = n\,|R_2-R_1| = \frac{n x d}{D}$$

وفي وسط الهواء $n = 1 \Leftarrow$

$$\Delta = |R_2 - R_1| = \frac{xd}{D}$$

حساب البعد الهدبي

إن الأهداب المضيئة توافق فرقاً في السير الهندسي مساوياً لعدد صحيح من طول الموجة حيث $|R_2 - R_1| = m\lambda$ ، λ طول موجة الضوء في الهواء
وأيضاً $|R_2 - R_1| = \frac{xd}{D}$ إذن مواقع الأهداب المضيئة على الشاشة تحقق العلاقة

$$x\frac{d}{D} = m\lambda \Leftarrow$$

وحيث m رتبة الهدب.

$$x_m = m\frac{\lambda D}{d}$$

وإن الأهداب المظلمة توافق فرقاً في السير الهندسي عدد فردي من نصف طول الموجة

$$|R_2 - R_1| = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

إذن مواقع الأهداب المظلمة تتعين بالعلاقة
وبالتالي

$$x\frac{d}{D} = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$x_m = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda D}{d}$$

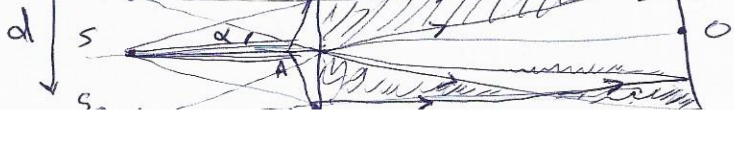
ونعرف البعد الهدبي بأنه البعد بين مركزي هدبين مضيئين أو مظلمين متعاقبين ونرمز له بالرمز i وبالتالي

$$i = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda D}{d}$$

$$\cancel{i = x_{m+1} = \left(m+\frac{1}{2}\right)}$$

موشورا فرنل

تعتمد مبدأ التداخل في موشورا فرنل كما في شقي يونغ على تقسيم صدر الموجة الواردة من منبع وحيد اللون إلى قسمين فنحصل بذلك على موجتين مترابطتين زمانياً ومكانياً



يمكن استنتاج بنفس الطريقة السابقة أن البعد الهدبي يعطى بالعلاقة $i = \lambda \frac{D}{d}$

حيث D يمثل بعد مستوي المنبعين عن الشاشة $D = (\overline{SA} + \overline{AO})$

d يمثل البعد بين المنبعين S_1 ، S_2 أي $d = \overline{S_1S_2}$ ، λ طول موجة الضوء

وأن موقع الأهداب المضيئة يعطى $X_m = m \frac{\lambda D}{d}$

وأن البعد بين المنبعين $d = \overline{S_1S_2}$ وأن علاقة زاوية الانحراف للموشور $\alpha = \beta(n-1)$

فيكون

$$d = \overline{S_1S_2} = 2\overline{S_1S} = 2l\, tg\alpha \approx 2l\alpha = 2(n-1)\beta l$$

وبالتالي فعبارة البعد الهدبي تصبح

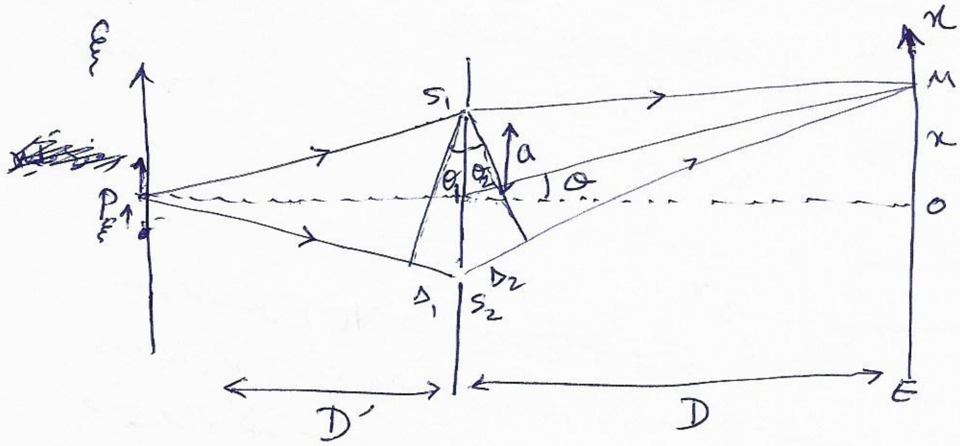
$$i = \frac{\lambda(\overline{SA}+\overline{AO})}{2(n-1)\beta l}$$

وهناك أيضاً مرآة لويد – عدسة بييه المشطورة.

تداخل موجتين ضوئيتين مترابطتين جزئياً

الترابط المكاني الجزئي:

للحصول على ضوء مترابط نختار منبع نقطي لتكون الأمواج الصادرة في طور واحد ومترابطة ونحسب شدة الإضاءة المتولدة عنه في مستوي المراقبة E



ثم نكامل الناتج على طول الشق فنحصل على شدة الإضاءة الكلية التي نراها على الشاشة E وباعتبار S_1 ، S_2 منبعين مترابطين وبينهما فرق سير Δ_1 نتيجة لعرض منبع الإضاءة

$$\Delta_1 = |\overline{PS_2} - \overline{PS_1}| = 2a\theta_1 = \frac{2a\xi}{D'}$$

وبالتالي فرق في الطور

$$\varphi_1 = 2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda} = \frac{4\pi a \xi}{\lambda D'}$$

ويمكن التعبير عن الموجتين الصادرتين من الشقين S_1 ، S_2 في مستوي الشقين.

$$S_1 = e^{i\omega t} \qquad S_2 = e^{i(\omega t - \varphi_1)}$$

وعند وصولهما على الشاشة يظهر فرق في الطور قيمته

$$\varphi_2 = 2\pi\frac{\Delta_2}{\lambda} = 2\pi\frac{|\overline{S_2M} - \overline{S_1M}|}{\lambda} = \frac{4\pi a x}{\lambda D}$$

وعبارة الموجتين المتداخلتين في مستوي المراقبة تكتب بالشكل

$$S_1 = e^{i\omega t} \qquad S_2 = e^{i[\omega t - (\varphi_1+\varphi_2)]}$$

وسعة الموجة عن تداخلهما تكون $S = S_1 + S_2$ أما شدة الإضاءة التي نراها الناتجة عن المنبع النقطي فهي متناسبة مع عرض الشق $d\xi$ ومع SS^* أي

$$dI = K\, S\, S^{*}\, d\xi = K\left[1+\cos(\varphi_1+\varphi_2)\right] d\xi$$

$$I(x) = K\int_{-l}^{l}\left[1+\cos\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{\xi}{D'}+\frac{x}{D}\right)\right] d\xi$$

$$= 2Kl + K\frac{\lambda D'}{4\pi a}\left[\sin\frac{4\pi a}{\lambda}\left(\frac{l}{D'}+\frac{x}{D}\right) - \sin\frac{4\pi a}{\lambda}\left(\frac{-l}{D'}+\frac{x}{D}\right)\right]$$

$$= 2lK\left[1+\frac{\sin\frac{4\pi a l}{\lambda D'}}{\frac{4\pi a l}{\lambda D'}}\cos\frac{4\pi a x}{\lambda D}\right]$$

إن أبعاد $2lK$ هي أبعاد شدة إضاءة ولذلك فإن $I_0 = 2lK$ وبالتالي نجد

$$I(x) = I_0\left[1+\frac{\sin\frac{4\pi a l}{\lambda D'}}{\frac{4\pi a l}{\lambda D'}}\cos\frac{4\pi a x}{\lambda D}\right]$$

و عامل وضوح الأهداب $V(S) = \dfrac{\sin\frac{4\pi a l}{\lambda D'}}{\frac{4\pi a l}{\lambda D'}}$

وبالتالي

$$I(x) = I_0\left[1+V(S)\cos\frac{4\pi a x}{\lambda D}\right]$$

وتكون الشدة أعظم ما يمكن عندما يكون $\cos\frac{4\pi a x}{\lambda D} = 1$ أي

$$I(x)_{max} = I_0[1+V(S)]$$

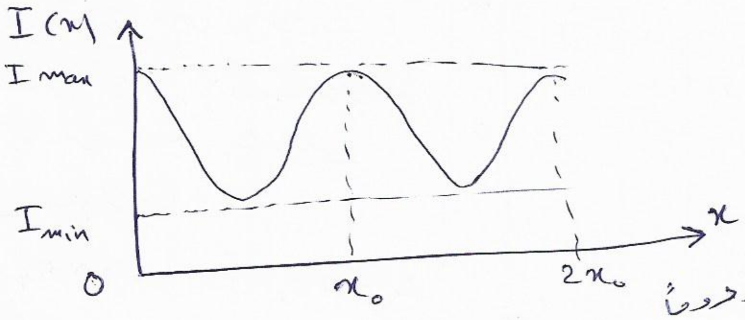
وتكون أقل ما يمكن عندما $\cos = -1$ أي

$$I_{min} = I_0[1-V(S)]$$

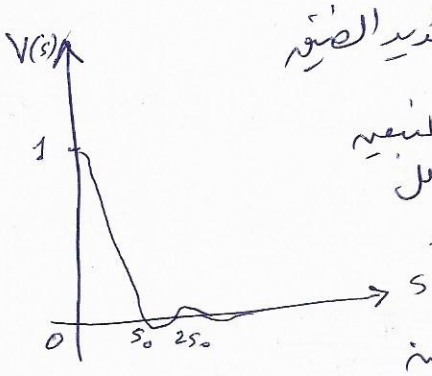
ومن هاتين العلاقتين نستنتج أن عامل وضوح الأهداب يعطى بالعلاقة

$$V(S) = \frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$$

نلاحظ من الشكل أنه لا يوجد انعدام تام للإضاءة في الأهداب المظلمة بل يوجد إضاءة شدتها I_{min}



يظهر في الشكل $V(S)$ ذو قيمة أقل من الواحد دوماً ولا تساوي الواحد إلا في حالة $l=0$ أي عندما يكون المنبع شديد الصغر وتبدو الأهداب مظلمة.



أي عندما يكون عامل وضوح الأهداب معدوماً تختفي الأهداب والمنبعين غير مترابطين أما إذا كان عرض منبع الإضاءة صغيراً فإن عامل وضوح الأهداب يكون ذا قيمة غير معدومة ولكن أقل من الواحد ويكون المنبعان مترابطان جزئياً إذاً عامل وضوح الأهداب $V(S)$ يقيس درجة الترابط المكاني بين المنبعين المتماثلين