



كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثانية

المادة : فيزياء كمومية

المحاضرة : الثانية / نظري / د. أصف يوسف

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

2026

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

١٣

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

عند سقوط أشعة ترددها يساوي $(1,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz})$ على النحاس ثم

احسب كمون الإيقاف.

3- احسب تردد الأشعة التي يجب أن تسقط على النحاس لكي تنطلق

الإلكترونات الضوئية بطاقة حركة عظمى مقدارها (10 eV) .

4- هل تنطلق الإلكترونات من النحاس عند سقوط الأشعة المرئية عليه؟

طول موجتها يتراوح بين $(4000 - 7000 \text{ \AA})$.

الحل:

1- إن عتبة التردد للإصدار الكهروضوئي للنحاس تحسب كما يلي:

$$W_0 = h\nu_0 \Rightarrow \nu_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{4,7,1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}} = 1,13 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

2- إن طاقة حركة الإلكترونات الكهروضوئية العظمى الصادرة من النحاس عند سقوط أشعة ترددها $1,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ تحسب كما يلي:

$$T_{\text{max}} = h(\nu - \nu_0) = 6,63 \cdot 10^{-34} (1,5 - 1,13) \cdot 10^{15} = 2,45 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,53 \text{ eV}$$

ومنه كمون الإيقاف يحسب كما يلي:

$$T_{\text{max}} = eV_s \Rightarrow V_s = \frac{T_{\text{max}}}{e} = \frac{1,53 \text{ eV}}{e} = 1,53 \text{ volt}$$

3- يحسب تردد الأشعة التي يجب أن تسقط على النحاس لكي تنطلق الإلكترونات الضوئية بطاقة حركة عظمى قدرها (10 eV) كما يلي:

$$h\nu = T_{\text{max}} + W_0 \Rightarrow \nu = \frac{T_{\text{max}} + W_0}{h}$$

$$T_{\text{max}} = 10 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ J}, \quad W_0 = 4,7 \text{ eV} = 7,52 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{(16 + 7,52) \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 3,55 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

4- إن أكبر تردد للأشعة المرئية يحسب كما يلي:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{4000 \cdot 10^{-10}} = 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

إذن: $\nu > \nu_0$ وبالتالي لا تنطلق الإلكترونات الكهروضوئية من سطح النحاس.

مثال (4):

1- عين تردد الفوتون المنتشت (ν) بدلالة زاوية تشتته ϕ وتردد الفوتون الساقط ν .

2- عين نسبة الطاقة الحركية لإلكترون كومبتون وطاقة الفوتون الساقط.

الحل:

1- نطلق من علاقة كومبتون التالية:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \phi)$$

ونقسم طرفها على طول موجة الفوتون الوارد (λ) فنجد أن:

$$\frac{\lambda'}{\lambda} - 1 = \frac{h}{m_0 c \lambda} (1 - \cos \phi)$$

وبالتعبير عن هذه العلاقة بدلالة التردد بدلاً من طول الموجة حيث $(\lambda = c/\nu)$ نجد ما يلي:

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \phi)} = \frac{1}{1 + 2\alpha \sin^2 \frac{\phi}{2}}$$

$$\text{حيث: } \alpha = \frac{h\nu}{m_0 c^2} = \frac{h}{m_0 c \lambda}$$

2- تعطى الطاقة الحركية للإلكترون بعد الصدم بالعلاقة التالية:

$$T = h\nu - h\nu'$$

والتي نجد منها:

$$\frac{T}{h\nu} = 1 - \frac{\nu'}{\nu} = 1 - \frac{1}{1 + 2\alpha \sin^2 \frac{\phi}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{h\nu} = \frac{2\alpha \sin^2 \frac{\phi}{2}}{1 + 2\alpha \sin^2 \frac{\phi}{2}}$$

نلاحظ من العلاقة السابقة أنه إذا كانت $(\phi = 0)$ فإن $(T = 0)$ وتزداد (T) مع (ϕ) وتصل إلى قيمتها العظمى عندما $(\phi = \pi)$ حيث يكون:

$$\frac{T}{hv} = \frac{2\alpha}{1+2\alpha}$$

وبما أن $(\theta = 0)$ من أجل $(\phi = \pi)$ لذلك يكون للإلكترون المتحرك باتجاه الفوتون الساقط طاقة حركية عظيمة، وهذه الطاقة العظمى صغيرة إذا كانت طاقة الفوتون (α) صغيرة وتزداد بازدياد طاقة الفوتون حتى إذا أصبحت (α) كبيرة للغاية أصبحت الطاقة الحركية للإلكترون كومبتون مساوية تقريباً لطاقة الفوتون الساقط $(T/hv \approx 1)$.

مثال (5):

برهن أن طاقة الإلكترون في تصادم كومبتون تعطى بالعلاقة التالية:

$$T = \frac{E^2(1 - \cos\phi)}{(1 - \cos\phi)E + m_0c^2}$$

ثم بين طاقة الحركة العظمى التي يمكن أن يطلق بها الإلكترون هي:

$$T_{\max} = \frac{E^2}{E + \frac{1}{2}m_0c^2}$$

حيث $E = hv$ هي طاقة الفوتون الساقط.

الحل:

تعطى طاقة حركة الإلكترون بالعلاقة $T = hv - hv'$ ولكن:

$$hv' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda} = \frac{hc}{\lambda + \left(\frac{h}{m_0c}\right)(1 - \cos\phi)}$$

$$hv' = \frac{hv\lambda}{\lambda + \left(\frac{h}{m_0c}\right)(1 - \cos\phi)}$$

$$hv' = \frac{hv}{1 + \left(\frac{hv}{m_0c^2}\right)(1 - \cos\phi)}$$

ولذلك نجد أن:

$$T = hv \left[1 - \frac{1}{1 + (hv/m_0c^2)(1 - \cos\phi)} \right]$$

$$T = hv \left[\frac{(hv/m_0c^2)(1 - \cos\phi)}{1 + (hv/m_0c^2)(1 - \cos\phi)} \right]$$

$$T = \frac{(hv)^2(1 - \cos\phi)}{m_0c^2 + hv(1 - \cos\phi)}$$

ولكن $(E = hv)$ وبالتالي فإن:

$$T = \frac{E^2(1 - \cos\phi)}{m_0c^2 + E(1 - \cos\phi)}$$

تكون طاقة حركة الإلكترون أكبر ما يمكن عندما $(\phi = \pi)$ أي $(\cos\phi = -1)$ لذلك يمكن أن نكتب التالي:

$$T_{\max} = \frac{2E^2}{m_0c^2 + 2E} = \frac{E^2}{\frac{1}{2}m_0c^2 + E}$$

مثال (6):

لتفرض أنه عندما تدخل حزمة فوتونات عبر مادة معينة يتولد نتيجة ذلك الزوج بوزيترون - إلكترون، مسارهما في حقل مغناطيسي متجانس عبارة عن قوسين متعاكسين بالإشارة، نصف قطر إنحناء كل منهما يساوي $m \cdot r = 2.5 \cdot 10^{-2}$ احسب طاقة وطول موجة الفوتون الذي خلق هذا الزوج.

الحل:

تعطى كمية حركة الإلكترون بالعلاقة التالية:

$$p = eBr = 1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 2 \cdot 10^{-1} T \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} m = 8 \cdot 10^{-22} kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

$$\text{حيث } 1N = 1kg \cdot 1ms^{-2} \text{ و } 1T = 1N \cdot 1A^{-1} \cdot m^{-1} \text{ و } 1C = 1A \cdot 1s$$

الطاقة الكلية للإلكترون E_- تحسب من العلاقة التالية:

$$E_-^2 = p^2 c^2 + E_0^2 = (m_0 c^2)^2 + (p \cdot c)^2$$

وبالتعويض عن هذه العلاقة بالقيم العديدة نجد:

$$E_-^2 = (9,1 \cdot 10^{-31} kg \cdot 9 \cdot 10^{16} m^2 \cdot s^{-2})^2 + (8 \cdot 10^{-22} kg \cdot m \cdot s^{-1} \cdot 3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1})^2$$

حيث $1J = 1kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ و $1J = 64307,6 \cdot 10^{-30} J^2$ ومنه نجد:

$$E_- = 253,6 \cdot 10^{-15} J$$

وبما أن مسار الـ بوزيترون مناظر لمسار الإلكترون وله نفس قطر الانحناء لذلك فإن الطاقة الكلية للـ بوزيترون E_+ تساوي الطاقة الكلية للإلكترون، أي $E_+ = E_-$. لفرض أن طاقة الفوتون الذي خلق الزوج هي $E = hv$ عندئذ يكون:

$$hv = E_- + E_+$$

$$hv = 2E_- = 507,2 \cdot 10^{-15} J$$

أو:

$$hv = 3,2 MeV$$

وطول موجة الفوتون الذي خلق الزوج بـ بوزيترون - إلكترون يحسب من العلاقة التالية:

$$E = hv = \frac{hc}{\lambda}$$

ومنه:

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} J \cdot 3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}}{3,2 \cdot 10^6 eV \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J/eV} = 3,9 \cdot 10^{-13} m = 0,0039 \text{ \AA}$$

مثال (7):

أثبت صحة العلاقة التالية: $\phi = \left(1 + \frac{hv}{m_0 c^2}\right) \theta$ ، في دراسة

مفعول كومبتو، والتي تربط اتجاهي حركة الفوتون المشتت والإلكترون المشتت، حيث θ زاوية تشتت الفوتون و ϕ زاوية تشتت الإلكترون.

الحل:

اعتماداً على مبدأ مصونية كمية الحركة للجملة في مفعول كومبتون

ينتج:

$$p' \sin \theta = p_e \sin \phi$$

$$p - p' \cos \theta = p_e \cos \phi$$

حيث p و p' و p_e كمية حركة كل من الفوتون الوارد والفوتون المشتت والإلكترون المشتت على التوالي. بتقسيم العلاقتين السابقتين طرفاً على طرف نجد:

$$\frac{p' \sin \theta}{p - p' \cos \theta} = \frac{p_e \sin \phi}{p_e \cos \phi} = \frac{h\nu' \sin \theta}{h\nu \cos \theta}$$

أو:

$$(1) \quad \frac{\sin \theta}{\nu' - \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\nu \cos \theta}$$

وبما أن:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

يكون:

$$(2) \quad \frac{\nu}{\nu'} = 1 + \frac{h}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

تبدل العبارة (2) في (1) فنجد:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{\sin \theta}{1 + \frac{h}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta) - \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\frac{h}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta) + (1 - \cos \theta)} \\ &= \frac{\sin \theta}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} \\ &= \frac{(1 - \cos \theta) \left(\frac{h}{m_0 c^2} + 1 \right)}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + \frac{h}{m_0 c^2} \right)} \\ &= \frac{\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}}{\left(1 + \frac{h}{m_0 c^2} \right)} \end{aligned}$$

ومنه نجد:

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = \left(1 + \frac{h}{m_0 c^2} \right) \operatorname{tg} \varphi$$

وهي العلاقة المطلوبة.

مثال (8):

احسب التردد والطول الموجي والطاقة مقدره بالجول لفوتون طاقته تساوي إلى القيمة التالية (2eV).

الحل:

• لحساب الطول الموجي لدينا القانون التالي:

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} (J.s) \cdot 3 \cdot 10^8 m.s^{-1}}{2,16 \cdot 10^{-19} J} = 6,216 \cdot 10^{-7} m$$

$$\Rightarrow \lambda = 6216 \text{Å}$$

• حساب التردد (التواتر): لدينا القانون التالي:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \nu = \frac{3 \cdot 10^8}{6,216 \cdot 10^{-7}} = 0,48 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

• طاقة الفوتون بالجول: هذا يعني أن نحول (2eV) إلى جول، وهذا يتم كما يلي:

$$1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J \Rightarrow 2eV = 3,2 \cdot 10^{-19} J$$

مثال (9):

ما هي كمية الحركة لفوتون واحد من الضوء الأحمر (ν = 400.10¹² Hz).

الحل:

نحن نعلم أن كمية الحركة تعطى بالعلاقة التالية:

$$p = \frac{h\nu}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$$

ومنه نجد:

$$p = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} (J.s) \cdot 400 \cdot 10^{12} (Hz)}{3 \cdot 10^8 m/s} = 8,84 \cdot 10^{-28} kg.m/s$$

مثال (10):

كم يجب أن يكون الطول الموجي لإشعاع كهرومغناطيسي بفرض أن كمية الحركة الفوتونية من هذا الإشعاع تساوي كمية الحركة لإلكترون يتحرك بسرعة قدرها 2.10⁵ m/s.

الحل:

من معطيات المسألة يمكننا أن نكتب الاشتراط التالي:

$$(mv)_{el.} = \left(\frac{h}{\lambda} \right)_{ph.}$$

ومنه نجد ما يلي:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63.10^{-34} \text{ J.s}}{9,1.10^{-31} (\text{kg}) \cdot (2.10^5) (\text{m/s})} = 0,364.10^{-8} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \lambda = 36,4 \text{ \AA}$$

نلاحظ هنا أن الطول الموجي هذا يقع في مجال الأشعة السينية.

مثال (11):

يسقط ضوء بنفسجي طوله الموجي 2000 \AA على صفيحة من النيكل، ما هو فرق الكمون الراجب تطبيقه لإيقاف أسرع الإلكترونات الضوئية المطلقة؟ مع العلم أن تابع العمل للنيكل يساوي $(5,00 \text{ eV})$.

الحل:

نحسب أولاً طاقة الفوتون الساقط كما يلي:

$$E_{ph} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62.10^{-34} (\text{J.s}) \cdot 3.10^8 (\text{m/s})}{2000.10^{-10} \text{ m}} = 9,945.10^{-19} \text{ J}$$

$$\Rightarrow E_{ph} = 6,21 \text{ eV}$$

حساب T_{max} (الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات الصادرة) تساوي

إلى:

$$T_{\text{max}} = h\nu - W_0$$

حيث W_0 هو تابع العمل للنيكل، ومنه نجد:

$$T_{\text{max}} = 6,21 - 5,00 = 1,21 \text{ eV}$$

ومنه نعين كمون الإيقاف كما يلي:

$$V_s = \frac{T_{\text{max}}}{e} \Rightarrow V_s = \frac{1,21 \text{ eV}}{e} = 1,21 \text{ volts}$$

مثال (12):

يصدم فوتون طول موجته $(\lambda = 0,400 \text{ nm})$ إلكترونًا ساكنًا ويرتد صناعاً الزاوية 150° مع منحاه الأصلي. أوجد سرعة الإلكترون وطوله الموجي بعد الاصطدام.

الحل:

سرعة الفوتون هي دوماً سرعة الضوء في الفراغ (c). لإيجاد طول له الموجي بعد الاصطدام، نستخدم المعادلة الخاصة بمفعول كومبتون:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

$$\Rightarrow \lambda' = 4.10^{-10} \text{ m} + \frac{6,63.10^{-34} \text{ J.s}}{9,1.10^{-31} \text{ kg} \cdot 3.10^8 \text{ m/s}} (1 - \cos 150)$$

$$\Rightarrow \lambda' = 4.10^{-10} \text{ m} + (2,43.10^{-12} \text{ m})(1 + 0,866) = 4,045 \text{ \AA}$$

- (2) احسب طاقة حركة الإلكترون.
- (3) ناقش الشروط التي تجعل طاقة الفوتون المفقودة أكبر أو أقل ما يمكن.
- (4) احسب التغير في طول موجة فوتون اصطدم بإلكترون مرتبط ارتباطاً وثيقاً بذرة الكربون إذا كانت زاوية تشتته تساوي 90° .
- 10- كم تبلغ الطاقة الحركية العظمى للإلكترون الصادر عن ذرة الهيدروجين، لدى تأين هذه الذرة ضوئياً، وذلك عندما تمتص الذرة فوتوناً طوله الموجي ($600A^\circ$). مع العلم أن طاقة التأين (التشرد) لذرة الهيدروجين تساوي ($13,6eV$).
- 11- تشتتت حزمة من الفوتونات طاقتها ($0,2MeV$) بفعل الإلكترونات في دريئة من الكربون والمطلوب ما يلي: (1) ما هو الطول الموجي لهذه الفوتونات؟ (2) ما هو الطول الموجي للفوتونات التي تستطير (تشتت) بزاوية قدرها 90° ؟ (3) ما هي طاقة الفوتونات المستطيرة والتي تصدر صانعة الزاوية 60° مع اتجاه السقوط؟
- 12- تساوي طاقة فوتون ($4,0eV$) يقدم هذا الفوتون كامل طاقته إلى إلكترون يغادر سطحاً معدنياً بطاقة حركية قدرها ($1,1eV$). ما هو تابع العمل W_0 للمعدن؟
- 13- برهن أن الطول الموجي للأشعة السينية (λ) يعطى بالعلاقة ($\lambda = 12,40/E$) حيث (E) هي الطاقة مقدره بالوحدة (keV)، و λ بالوحدة A° .
- 14- برهن أن عتبة الطول الموجي الضروري لإنتاج الزوج إلكترون - بوزيترون يساوي نصف طول موجة كومبتون.



مسائل على الفصل الأول

- 1- احسب الطاقة التي يحملها شعاع طول موجته تساوي إلى ($\lambda = 200nm$).
- 2- إذا كان طول موجة عتبة الإصدار الكهروضوئي في التتغيتين مساوياً إلى ($0,23 \mu m$)، فاحسب طول موجة الضوء اللازم استعماله لكي تصدر إلكترونات طاقتها العظمى مساوية إلى ($1,5eV$).
- 3- ما هو طول موجة الأشعة السينية الصغرى الصادرة عندما تصدم إلكترونات ذات طاقة قدرها ($50 keV$) هدفاً؟
- 4- يساوي تابع العمل لمعدن الصوديوم ($2,3eV$)، ما هو أكبر طول للموجة الكهروضوئية التي يمكنها إصدار إلكترونات كهروضوئية من الصوديوم؟ وما هي الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات الضوئية إذا سقط على سطح الصوديوم ضوء طول موجته ($200nm$)؟
- 5- عيّن طول موجة وتواتر فوتون طاقته ($100MeV$).
- 6- عيّن طاقة فوتون طول موجته ($700nm$).
- 7- احسب السرعة التي يجب أن يتحرك بها إلكترون، عندما يساوي اندفاعه إلى اندفاع فوتون بموجة طولها ($\lambda = 1A^\circ$).
- 8- تقع أطوال موجات الجزء المرئي من الطيف ضمن المجال الممتد من ($400nm$) إلى ($750nm$)، فما هي حدود مجال طاقة فوتونات الضوء المرئي، وحدود مجال سرعة الإلكترونات التي طاقتها تساوي إلى طاقة فوتونات الضوء المرئي؟
- 9- اصطدم فوتون طول موجته ($\lambda = 0,7A^\circ$) بإلكترون ساكن وكانت زاوية تشتت الفوتون تساوي 90° ، والمطلوب:
- (1) احسب التغير في طول موجة الفوتون والتغير في طاقته نتيجة للتصادم.

الفصل الثاني

الخواص الموجية للجسيمات المادية ومبدأ الازدواجية The Wave Properties of Corpuscular and Dual Principle

بالرغم من كثرة النظريات الفيزيائية المتلاحقة في الدراسة التحليلية للمناطق الفيزيائية، كنظرية بلانك (Planck) في تكميم الطاقة، ونظريات أينشتاين (Einstein) في النسبية وفي المفعول الكهرضوئي، والنموذج النيوي الذري الذي كان بور (Bohr) ورذرفورد (Rutherford) قد وضعوا أولى لبناته عام 1913، ولكن بالحقيقة لم تفلح هذه النظريات مجتمعة، في التوفيق بين طبيعتي الضوء، الموجية والحيوية ولا في تفسير استقرار أفلاك الإلكترونات الدائرة حول النواة في الذرة. بيد أن الفيزياء التجريبية توصلت إلى نتيجة مؤكدة مفادها أن الضوء رغم طبيعته الموجية التي تفسر بالضبط والتمام ظواهر تداخله وانعرجه واستقطابه، يتألف من حزم طاقة صغيرة هي الفوتونات، ولا يمكن بدونها تفسير المفعول الكهرضوئي ولا مفعول كومبتون (Compton). فمن المعروف الآن أنه إذا أردنا إجراء تجربة معينة في تداخل أو انعراج أو استقطاب الضوء يكفي أن نفهم الضوء على أنه موجة كهرومغناطيسية، أما إذا أردنا إجراء تجربة في المفاعيل الكهرضوئي أو مفعول كومبتون فيجب أن نفهم الضوء على أنه حزم من الطاقة تدعى بالفوتونات.

1- أمواج لوي دي بروي (Louis de Broglie):

يمكن تلخيص الأفكار الأساسية التي طرحها دي بروي، وذلك فيما

يتعلق بالطبيعة الموجية والجسيمية للمادة كما يلي: إذا كان للضوء طبيعة ازدواجية؛ بمعنى أنه تارة يسلك سلوك الأمواج، وتارة أخرى سلوك الجسيمات، فمن الجدير بالقول: أن للجسيمات المادية أيضاً الطبيعة الطبيعية الازدواجية ذاتها، أي كل جسيم مادي، أو طاقوي بموجب نظرية النسبية، تلازمه في حركته موجة يتناسب طولها عكسياً مع كمية حركة الجسيم، وبذلك نقل دي بروي الصراع بين المظهرين الموجي والجسمي إلى حالة تشارك بينهما تعم كل الظواهر الفيزيائية ما كان منها موجياً أو مادياً.

الواقع إن نظرية دي بروي قد لاقت بسرعة صدى كبيراً في أوساط العلماء. فمنذ عام 1926 وضع شرودينغر (Schrödinger) المعادلة التفاضلية الرياضية التي تحكم أمواج دي بروي وبرهن بعدئذ على تكافؤ هذا الميكانيك الموجي الجديد مع ميكانيك الكم الذي اقترحه هايزنبرغ (Heisenberg) بعد ذلك بقليل. وفي عام 1927 جاءت تجربة دافيسون وجيرمير (Davisson - Germer)، على انعراج الأمواج المادية الملائمة لحزمة من إلكترونات تعبر شبكة بلورية، تأكيداً لا لبس فيه لصحة أفكار دي بروي كيقاً وكماً. فقد كشفت هذه التجربة، النبوءة النظرية وللمرة الأولى عن وجود أمواج تلازم الجسيمات المادية في حركتها، وأن طول الموجة يساوي ما تنبأ به دي بروي تماماً.

لتربط الآن طاقة الفوتون $E = mc^2$ فنجح:

$$mc^2 = h\nu$$

أو:

$$mc = \frac{h\nu}{c}$$

وبملاحظة أن: $\lambda\nu = c$ و $p = mc$ تأخذ العلاقة السابقة الشكل:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (1)$$

أو:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (2)$$

وطالما أن كمية حركة أي جسيم كتلته m يتحرك بسرعة v تعطى بالعلاقة:

$$p = mv \quad \text{إذا:}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (3)$$

هذا يعني أن هناك موجة مرافقه لحركه كل جسيم طولها $\lambda = \frac{h}{mv}$ ، تتميز

بشعاع اتجاهها \vec{k} ، الذي يرتبط مع كمية حركة الجسيم \vec{p} بالعلاقة السلمية:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi \hbar}{\lambda} = \hbar k \quad (4)$$

حيث $k = 2\pi / \lambda$ العدد الموجي و $\hbar = h / 2\pi$ ثابت بلانك، أو بالعلاقة المتجهة:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (5)$$

ويجب أن نميز بين الحالتين التاليتين:

الحالة الأولى: إذا كانت سرعة الجسيم v أصغر من سرعة الضوء

c فإن كتلته الحركية m تساوي كتلته السكونية m_0 أي $m = m_0$ وتأخذ علاقة دي بروي الشكل:

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} \quad (6)$$

الحالة الثانية: إذا كانت سرعة الجسيم قريبة من سرعة الضوء c

فإن طول موجة دي بروي يعطى بالعلاقة:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (7)$$

حيث:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

إنّ الموجة الموصوفة بالعلاقة (2) تحمل اسم موجة دي بروي، ويجب أن نلاحظ بعين الاعتبار أن الطرف الأيسر من هذه العلاقة هو عبارة عن مقدار مميز للموجة، أما حدود الطرف الأيمن منها فهي مميزة للجسيم. بالنسبة للفوتونات إما أن تتحرك بسرعة الضوء c أو وجود لها، لذلك فهي تختلف عن الجسيمات المادية التي يمكن أن تتحرك بسرعة أقل من سرعة الضوء، وبشكل أكيد يمكن القول: إنّ السرعة الوحيدة الأقل من سرعة الضوء والتي يتحرك بها الفوتون يجب أن تساوي الصفر.

1-1 طول موجة دي بروي بدلالة طاقة الجسيم المتحرك:

نفرض أن جسيماً كتلته السكونية m_0 يتحرك بسرعة نسبية v ، فيكتسب طاقة حركية E_k ، وطاقة كلية $E = E_k + E_0$ ، حيث $E_0 = m_0 c^2$ الطاقة السكونية للجسيم و c سرعة الضوء. إنّ العلاقة التي تربط بين كمية حركة الجسيم p وطاقته الكلية E هي:

$$p^2 = \frac{E^2 - E_0^2}{c^2} \quad (8)$$

نبدل $E_0 = m_0 c^2$ و $E = E_k + m_0 c^2$ في العلاقة (8) فنجد:

$$p^2 = \frac{E_k^2 + 2m_0 E_k c^2}{c^2} = 2m_0 E_k \left(1 + \frac{E_k}{2m_0 c^2} \right)$$

ومنه:

$$p = \sqrt{2m_0 E_k \left(1 + \frac{E_k}{2m_0 c^2} \right)} \quad (9)$$

بتعويض العلاقة (9) في العلاقة (2) نجد:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E_k \left(1 + \frac{E_k}{2m_0 c^2}\right)}}$$

أو:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E_k} \left(1 + \frac{E_k}{2m_0 c^2}\right)^{-1/2}} \quad (10)$$

وهو عبارة عن طول موجة دي بروي المرافقة لحركة الجسم الذي كتلته المسكونية m_0 وطاقته الحركية E_k .

أما عند الحدود اللانسية يكون $c \ll v \ll 1$ أي $(v/c) \ll 1$ وتكون

الطاقة الحركية للجسيم هي $E_k = m_0 v^2 / 2$ ، وبالتالي تأخذ العلاقة (10) الشكل:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 \cdot \frac{1}{2} m_0 v^2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{m_0 v^2}{m_0 c^2}\right)^{-1/2}} = \frac{h}{m_0 v} \left(1 + \frac{v^2}{4c^2}\right)^{-1/2}$$

وبما أن $(v/c) \ll 1$ ، لذلك يمكن إهمال الحد $(v^2/4c^2)$ وتأخذ عندها العلاقة السابقة الشكل:

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} \quad (11)$$

وهي نفس العلاقة (6) الواردة في الفقرة (1).

تتميز أمواج دي بروي بخواص أساسية تميزها عن غيرها من الأمواج الكهرطيسية، وذلك فيما يتعلق بسرعة أمواج دي بروي v ، وتشتت هذه الأمواج في الفراغ، التي سببت خلاقات مباشرة مع النظرية الكهرطيسية للضوء، وبالتالي نشوء أفكار جديدة ساعدت إلى حد ما في حل هذه

الخلاقات.

2-1- سرعة الطور (سرعة أمواج دي بروي):

تتصف الموجة المستوية وحيدة اللون، المتحركة في الاتجاه \vec{r} ، وتتواتر ω بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\psi(\vec{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (12)$$

حيث A يمثل سعة هذه الموجة. لنفرض أن هذه الموجة مرافقة لحركة جسيم طاقته الكلية E وكمية حركته \vec{p} وبملاحظة أن $E = \hbar \omega$ و $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ فإن العلاقة (12) تكتب بالشكل:

$$\psi(\vec{r}, t) = A e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{r})/\hbar} \quad (13)$$

نعرف سرعة الطور v_r للموجة بأنها السرعة التي تتحرك بها نقطة من الموجة بطور ثابت، إذا كان المتجه \vec{r} ينطبق على متجه كمية الحركة \vec{p} ، عندئذ فإن شرط ثابت الطور يكتب على النحو التالي:

$$Et - pr = \text{const.}$$

أو:

$$r = \frac{\omega}{k} t + \text{const.}$$

والسرعة الطورية v_r للموجة تحسب من العلاقة:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

بالإستفادة من العلاقات التالية:

$$E = \hbar \omega = mc^2$$

$$p = \hbar k = mv$$

حيث m الكتلة الحركية للجسيم، v سرعة الجسم، و c سرعة الضوء،

وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar \omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} \quad (14)$$

نميز هنا الحالتين التاليتين:

الحالة الأولى: إذا كان الجسيم المتحرك هو الفوتون الذي يتحرك

بسرعة الضوء c أي $v = c$ ، فإن سرعة الطور تُحسب من العلاقة (14):

$$v_f = \frac{c^2}{v} = \frac{c^2}{c} = c$$

وهذا صحيح في الأمواج الكهرومغناطيسية لأن الجسيم المتحرك هو الفوتون وسرعته تساوي سرعة الموجة المرافقة له (السرعة الطورية) أي:

$$v_f = v = c$$

الحالة الثانية: إذا كان الجسيم المتحرك يختلف عن الفوتون فإن سرعته كما هو معروف في النظرية النسبية تكون أصغر من سرعة الضوء c ، أي $v < c$. وإذا حسبنا السرعة الطورية للموجة المرافقة لحركة الجسيم من العلاقة (14) نجد أن:

$$v_f = \frac{c \cdot c}{v} > c$$

لأن $1 < (c/v)$ ، ومنه نجد:

$$v_f > v$$

أي أن الجسيم يتحرك بسرعة أقل من سرعة الموجة المرافقة له وبالتالي ليس لهذا التوافق معنى، لأن الجسيم يجب أن يتحرك بسرعة تساوي سرعة الموجة المرافقة، لذلك يمكن القول: أن الموجة المستوية (12) لا يمكن لها أن تصف موجة مرافقة لجسيم.

3-1- تشتت الأمواج المادية في الفراغ:

وجدنا سابقاً أن الأمواج الكهرومغناطيسية تتحرك في الفراغ بسرعة طورية ثابتة v_f تساوي سرعة الضوء أي $v_f = c$ ، وهذا يعني أن هذه السرعة مقدار مستقل عن طول الموجة الكهرومغناطيسية λ . بمعنى أن الأمواج الكهرومغناطيسية ذات الأطوال الموجية المختلفة تتحرك في الفراغ بسرعة طورية v_f ثابتة. أما فيما يتعلق بالأمواج المادية فإن الأمر يختلف عن ذلك كثيراً لأننا نعلم أن العلاقة التي تربط كمية حركة جسيم p بطاقته E هي:

$$p^2 = \frac{E^2 - E_0^2}{c^2}$$

وبما أن $E_0 = m_0 c^2$ فإن العلاقة السابقة تأخذ الشكل:

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

أو:

$$E = m_0 c^2 \left(1 + \frac{p^2}{m_0^2 c^2} \right)^{1/2}$$

وبنشر ما ضمن الجذر نستطيع أن نكتب:

$$E = m_0 c^2 \left(1 + \frac{p^2}{2m_0^2 c^2} + \dots \right)$$

وبما أن $E = \hbar \omega$ و $p = \hbar k$ تصبح علاقة السابقة كما يلي:

$$\hbar \omega = m_0 c^2 \left(1 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0^2 c^2} + \dots \right)$$

أو:

$$\omega = \frac{m_0 c^2}{\hbar} + \frac{\hbar k^2}{2m_0} + \dots$$

ومنه نجد:

$$\frac{\omega}{k} = \frac{m_0 c^2}{\hbar k} + \frac{\hbar k}{2m_0} + \dots$$

وبما أن $\omega/k = v_r$ ، $k = 2\pi/\lambda$ و $h = h/2\pi$ ، لذلك تأخذ العلاقة السابقة الشكل التالي:

$$(15) \quad v_r = \frac{m_0 c^2}{h} \lambda + \frac{h}{2m_0 \lambda} + \dots$$

تعني هذه العلاقة أن السرعة الطورية للموجة عبارة عن مقدار تابع لطول الموجة، أي أن الأمواج المادية ذات الأطوال الموجية المختلفة تنتقل في الفراغ بسرعة طورية مختلفة.

1-4- وصف الأمواج المادية (أمواج دي بروي) بواسطة باقة أمواج:

وجدنا سابقاً أنه لا يمكن وصف الجسيم بواسطة موجة مستوية من الشكل:

$$\psi(\vec{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

وذلك لأن السرعة الطورية لهذه الموجة v_r أكبر بكثير من سرعة الجسيم v ، كما أن الموجة تصف مقدار مستمر ويمكن أن تبقى في بعض المناطق، أما الجسيم فهو مقدار متقطع ويظهر في أي مكان بمقدار معين. لذلك نبحت الآن عن طريقة أخرى لوصف الموجة المادية بحيث تنتفي معها جميع التناقضات السابقة، وبالتالي نقوم بإنشاء باقة أمواج مستوية ذات ترددات وسعات مختلفة عن بعضها، ولنفرض أن هذه الأمواج تنتشر باتجاه المحور x وذات أعداد موجية محصورة في مجال صغير $(k_0 - \epsilon)$ و $(k_0 + \epsilon)$ بحوار العدد الموجي $k_0 = 2\pi/\lambda_0$. حيث $\epsilon \ll k_0$ وبالتالي فإننا نستطيع رياضياً التعبير عن باقة الأمواج هذه بتكامل فورية لمجموعة أمواج هارمونية كما يلي:

$$(16) \quad \psi(x, t) = \int_{k_0 - \epsilon}^{k_0 + \epsilon} A(k) e^{-i[\omega(k)t - kx]} dk$$

تكون بذلك قد حصلنا على باقة أمواج سعتها كبيرة في الحوار المباشر لمكان توضع الجسيم المادي، ويمكن لهذه السعة أن تتعدم في أماكن أخرى. وبهذه الطريقة يمكن التأكيد من وجود الجسيم في مكان ما من الباقة الموجية، وأن سرعة الباقة تساوي سرعة الجسيم كما سنجد في الدراسة التالية:

$$\omega t - kx = \omega_0 t - k_0 x + (\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x$$

عندئذ تأخذ العلاقة (16) الشكل:

$$\begin{aligned} \psi(x, t) &= \int_{k_0 - \epsilon}^{k_0 + \epsilon} A(k) e^{-i[\omega_0 t - k_0 x + (\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x]} dk \\ &= e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)} \int_{k_0 - \epsilon}^{k_0 + \epsilon} A(k) e^{-i[(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x]} dk \\ &= B(k_0) e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)} \end{aligned}$$

حيث:

$$B(k_0) = \int_{k_0 - \epsilon}^{k_0 + \epsilon} A(k) e^{-i[(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x]} dk$$

تدعى سعة باقة الأمواج. وبما أن سرعة الباقة الموجية تساوي سرعة حركة سعتها، لذلك فإن شرط ثبات طور سعة الباقة الموجية له الشكل التالي:

$$(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x = const.$$

أو:

$$x = \frac{\omega - \omega_0}{k - k_0} t + const.$$

ومن هنا نجد سرعة الباقة الموجية v_g :

$$v_g = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega - \omega_0}{k - k_0} = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} = \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0}$$

أي:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

وبالاستفادة من $E = \hbar\omega$ و $p = \hbar k$ نجد:

$$v_g = \frac{d(E/\hbar)}{d(p/\hbar)} = \frac{dE}{dp}$$

وبما أن:

$$E^2 = p^2 c^2 + E_0^2$$

نجد:

$$2EdE = 2c^2 p dp$$

أو:

$$\frac{dE}{dp} = \frac{c^2 p}{E}$$

كما أن $p = m v$ و $E = m c^2$ لذلك يكون:

$$\frac{dE}{dp} = \frac{c^2 m v}{m c^2} = v$$

أي:

$$v_g = \frac{dE}{dp} = v$$

وهذا يعني أن سرعة باقة أمواج دي بروي تساوي سرعة الجسيم، الذي تصف حركته هذه الباقة، وهذا يعني أن باقة الأمواج هي التي تقود حركة الجسيم وتوضعه، وليس الموجة بحد ذاتها.

لنبحث الآن عن العلاقة بين السرعة الطورية v_r للأمواج المشكّلة للجسيم وبين سرعة الباقة الموجية كما يلي:
لدينا:

$$v_r = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \omega = k v_r$$

ونعلم أن:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(k v_r)}{dk} = v_r + k \frac{dv_r}{dk}$$

وبما أن:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

نجد:

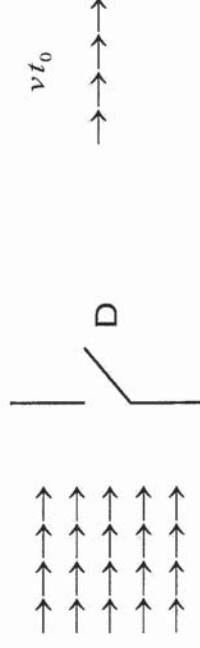
$$v_g = v_r + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{dv_r}{d\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)}$$

أو:

$$v_g = v_r - \lambda \frac{dv_r}{d\lambda} \quad (17)$$

يتبين من هذه العلاقة أن سرعة الباقة v_g أصغر من السرعة الطورية v_r . لكن عندما لا يحدث تشتت في الوسط فإن $\left(\frac{dv_r}{d\lambda}\right) = 0$ وتكون سرعة الباقة الموجية مساوية إلى السرعة الطورية.

تطبيق: إيجاد علاقة بلانك $E = \hbar\omega$ باستخدام سرعة الباقة الموجية:
لتكن حزمة من جزيئات معينة كالإلكترونات بسرعتها (v) ، ترد على حاجز مجهز بتقرب يمكن إغلاقه وإغلاقه بواسطة نافذة متحركة D كما في الشكل المجاور.



ولنفرض أن النقيب كان في البدء مغلقاً، ثم فتحناه خلال زمن مقداره

(t_0) وأغلقناه من جديد. وبالتالي خلال هذه الفترة الزمنية (t_0) تمر حزمة من الإلكترونات يكون طولها وفق اتجاه إنتشارها مسلوياً $(v t_0)$. وباستخدام تابعاً (ψ) يصف سلوك جملة الإلكترونات المتحركة نسميه التابع الموجي نستطيع ملاحظة ما يلي: عندما فتحنا النقيب، مرت خلاله (نبضة موجية) أي مجموعة من الأمواج طولها محدود، نسميها (بإقاة موجية) تتألف من أمواج ذات أطوال موجية مختلفة تتمركز بمقاديرها حول طول موجي أساسي (λ_0) ، وهذه الباقية الموجية تشبه إلى حد كبير، النبضة الصوتية (الضوضاء) التي تتألف عادة من عدة أصوات مختلفة. إن كل موجة من الأمواج الجزئية وحيدة اللون التي تتألف منها هذه الباقية الموجية، لها سرعة طور تختلف عن سرعة طور غيرها من الأمواج الجزئية. فإذا فرضنا أن الباقية الموجية تحافظ على شكلها خلال مدة وجيزة (لأن الباقية الموجية سوف تغير شكلها وضوحاً خلال الزمن) وأن شدة الموجة تساوي شدة الإلكترونات في الباقية، فإن هذه الباقية الموجية ينبغي أن تنتقل بسرعة v_g تساوي سرعة الإلكترونات التي تلاتها:

$$v = v_g$$

وبما أن سرعة الإلكترونات تساوي:

$$v = \frac{P}{m_0 \hbar k}$$

حيث m_0 الكتلة السكونية للإلكترون. وسرعة الباقية الموجية الملازمة للإلكترونات تساوي:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

فإننا نحصل على العلاقة:

$$\frac{\hbar k}{m_0} = \frac{d\omega}{dk}$$

أو:

$$d\omega = \frac{\hbar k}{m_0} dk$$

وبإجراء عملية التكامل نحصل على:

$$\omega = \frac{\hbar k^2}{2} + const.$$

وبما أن:

$$k = \frac{m_0 v}{\hbar}$$

فإن العلاقة السابقة تصبح كما يلي:

$$\omega = \frac{1}{2} \frac{m_0 v^2}{\hbar} + const.$$

أو:

$$\hbar \omega = \frac{1}{2} m_0 v^2 + const.$$

وهكذا نجد أن الطاقة الحركية $\frac{1}{2} m_0 v^2$ للإلكترون تساوي طاقة الموجة

الملازمة له $\hbar \omega$ بثابت كفي مستقل عن السرعة v ويمكن حسابه كما يلي:

إن حزمة معينة من الإلكترونات تنتقل خلال زمن لانتهائي وهي تحت تأثير حقل قوي، يمكن تمثيلها بموجة ذات تواتر ثابت، فحساب الثابت الكيفي يمكن اختيار النقطة التي تكون الطاقة الكامنة فيها معدومة، وتعريف $\hbar \omega$ عندئذ كطاقة حركية في تلك النقطة، وبذلك نحصل على علاقة بلانك التالية:

$$E = \hbar \omega$$

حيث E هي الطاقة الكلية في تلك النقطة المنتخبة.

نستنتج مما سبق أن الطاقة الكلية تتعين بثابت كيني، وإن كل معنى فيزيائي يكمن هنا هو التغير في الطاقة، كما أن تواتر هذه الأمواج يتضمن أيضاً ثابتاً كينياً. وهذا ما يقودنا إلى التفكير بأن هذه الأمواج ليست من نفس نوع الأمواج ذات الحقيقة الفيزيائية للأمواج الصوتية أو الأمواج الكهرومغناطيسية.

2- أنعراج الأمواج المادية بالبنية البلورية:

وجدنا أن طول موجة دي بروي المرافقة لحركة جسيم كتلته السكونية m_0 وطاقته الحركية E_k يعطى بالعلاقة التالية:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E_k} \left(1 + \frac{E_k}{2m_0 c^2} \right)^{-1/2}}$$

وعندما تكون سرعة الجسيم v أقل بكثير من سرعة الضوء أي $v \ll c$ فإن العلاقة السابقة تأخذ الشكل:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E_k}}$$

لنفرض أن الجسيم المتحرك هو إلكترون شحنته e يكتسب الطاقة الحركية E_k عندما يجتاز فرق في الكمون مقداره U أي $E_k = eU$ ، عندئذ تأخذ العلاقة السابقة الشكل:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eU}} \quad (18)$$

وبالتعويض عن هذه العلاقة بقيمتها العددية، نجد:

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{\sqrt{2,911 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C.U}}}$$

وبملاحظة أن فرق الكمون U يقاس بالفولت V وأن $1J = 1C \cdot 1V$ و $1J = 1kg \cdot 1m^2 \cdot s^{-2}$ نجد:

$$\lambda = \frac{12,26 \cdot 10^{-10} \text{ J.s}}{\sqrt{kg^2 \cdot m^2 \cdot s^{-2} [U]}} = \frac{12,26 \cdot 10^{-10} \text{ m}}{\sqrt{[U]}}$$

أو:

$$\lambda = \frac{12,26}{\sqrt{[U]}} \text{ \AA} \quad (19)$$

حيث $[U]$ القيمة العددية لفرق الكمون مقدرة بالفولت.

نلاحظ من هذه العلاقة أن طول موجة دي بروي المرافقة لحركة الإلكترون يساوي بضعة انغسترومات عندما يجتاز فرق في الكمون مقداره عدة فولتات. لذا فإنه لملاحظة ظاهرة انعراج الأمواج المادية المرافقة لحركة الإلكترونات ينبغي اعتماد الطرائق المعروفة في نظرية انعراج الأشعة السينية. أي ينبغي اعتماد انعراج الأمواج الإلكترونية على شبكة بلورية.

فمثلاً إذا كان فرق الكمون المسرع مساوياً $U = 10^4 V$ ، فإننا نحصل بتعويض هذه القيمة في العلاقة (19) من الفصل الثاني على طول موجي ملازم للإلكترونات يساوي:

$$\lambda = 0,1226 \text{ \AA}$$

فرتبة الأطوال الموجية الملائمة لحزمة الإلكترونات هي إذن عملياً من رتبة الأطوال الموجية للأشعة السينية.

أما إذا استخدمنا طاقة هذه الإلكترونات E_k مقدرة بالإلكترون فولت (eV) عوضاً عن فرق الكمون (V) وذلك عندما تكون هذه الطاقة محصورة في المجال التالي:

$$10^3 eV < E_k < 10^5 eV$$

وهو المجال المستخدم عادة للحصول على أطراف الأشعة السينية في البلورات، فإننا نحصل على العلاقة التي تعطي طول موجة دي بروي المرافقة لحركة الإلكترونات بدلالة طاقتها E_k ، كما يلي:

حيث $[E_k]$ هي القيمة العددية للطاقة الحركية للإلكترونات، وبملاحظة أن:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E_k}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot [E_k] \text{ eV}}}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

تصبح العلاقة السابقة على الشكل التالي:

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot [E_k]}}$$

$$= \frac{12,26 \cdot 10^{-10} \text{ J.s}}{\sqrt{[E_k] \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot [E_k]}} = \frac{12,26 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{[E_k]}} \text{ m}$$

أو:

$$\lambda = \frac{12,26}{\sqrt{[E_k]}} \text{ \AA}$$

حيث يُقدر الطول الموجي في هذه العلاقة بالانغستروم (\AA) والطاقة الحركية للإلكترونات بالإلكترون فولت (eV).

لقد أجرى ستيرن (Stern) وزملائه عام (1932) تجارب مماثلة باستخدام حزم وحيدة الطاقة من إشعاعات ذرية مؤلفة من ذرات الهليوم (He)، وحصلوا باستخدام ظاهرة انعكاس هذه الإشعاعات على السطح البلورية - على حوادث انعراجية مماثلة للحوادث السابقة الذكر، وتحققوا بذلك من صحة علاقة دي بروي بدقة مقدارها 1% تقريباً.

إن الطول الموجي المعبر في هذه الحالة، هو طول الموجة الحاصلة عن حركة مركز ثقل كل ذرة من ذرات الحزمة على الترتيب. وأخيراً يمكن التحقق عملياً من أن حزمة النيوترونات (والتي يمكن الحصول عليها في عصرنا هذا من المفاعلات النووية مثلاً) تعطي حوادث انعراجية مماثلة لما ذكرناه سابقاً.

تدل جميع التجارب الحديثة بشكل واضح، على أن البنية الموجية، لا

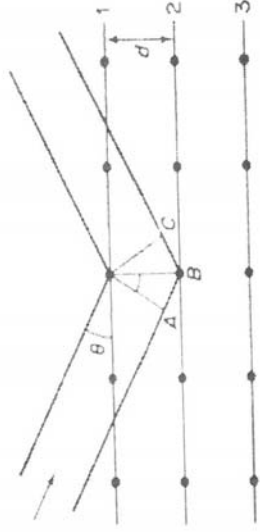
تقتصر على الإلكترونات فحسب، بل هي خاصة عامة تشمل جميع الأجسام المادية.

2-1- انعراج الأشعة السينية (أشعة X):

بإستخدام شقوق ضيقة جداً في التجارب الحديثة تبين أن طول موجة أشعة X (أشعة رونتجن) من مرتبة 10^{-10} m ، أي 1 \AA . وبما أن الفراغات بين الذرات في البلورات هي من نفس هذه المرتبة، لذلك فإن مساكس فون لاوي (Max Von Laue) في عام 1912 استنتج نتيجة مفادها أن البلورات تستطيع بالنسبة لأشعة X أن تعمل بطريقة مشابهة تماماً لعمل شبكة الانعراج بالنسبة للضوء.

لقد تحقق فريدريك (Friedrich) وكنيبنغ (Knipping) من صحة نتيجة فون لاوي في العام ذاته، حيث وجها حزمة من أشعة X عبر بلورة كبريتات النحاس CuSO_4 ، بعدما وضعوا خلف هذه البلورة لوح فوتوغرافي. وبالنتيجة لاحظوا أن جزءاً من أشعة X لا يدخل البلورة على نفس الاستقامة الواردة، مولداً بذلك مرتبة صفوية بينما أجزاء أخرى من الأشعة تتحرف أو تنتشر بواسطة إلكترونات الطبقات الخارجية للذرات البلورية، وتشكل صورة مؤلفة من نقاط متناظرة بالنسبة لمركز الصورة المعروفة بمخطط لاوي.

شرط براغ (Bragg): تعُدُّ البلورة جملة ذرات ثلاثية الأبعاد، أو مجموعة ذرات مبنية من تكرر واحدة البنى الأساسية، المعروفة بالخاليا العنصرية. نستطيع ملاحظة انعراج أشعة X عند البنى الأساسية للبلورة بدراسة الانعكاس كما في الشكل (1).



الشكل (1): مخطط توضيحي لاستنتاج شرط براغ.

لنفرض أن حزمة وحيدة اللون من أشعة X ترد على بلورة، بحيث تصنع زاوية θ مع سطح هذه البلورة. إن جزءاً من الطاقة الواردة سوف ينعكس عن الطبقة العليا 1، وأجزاء أخرى من الشعاع تدخل البلورة لتصل إلى سطوح المستويات 2 و 3 وهكذا.

لنفرض أن المسافة بين هذه المستويات متساوية وتساوي d . فمن أجل تقوية الموجة المنعكسة عن المستوى 1 بواسطة الموجة المنعكسة عن المستوى 2 يجب أن يكون فرق المسير $\Gamma = AB + BC$ بين شعاعين مناسبين مساوياً إلى طول الموجة λ أو مضاعفات صحيحة من طول الموجة λ أي:

$$\Gamma = m\lambda \quad \text{و} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

وبما أن:

$$\sin \theta = \frac{AB}{d}$$

فإن:

$$AB = BC = d \cdot \sin \theta$$

لذلك من أجل الحصول على فرق مسير أعظمي، فإن:

$$\Gamma = 2d \cdot \sin \theta$$

يجب أن يساوي مضاعفات صحيحة تماماً من طول الموجة λ ، أي:

$$2d \cdot \sin \theta = m\lambda \quad (20)$$

وهو عبارة عن شرط براغ. إن هذا الشرط نفسه صحيح في حالة دخول أشعة X عبر البلورة.

2-2- تجربة دافيسون - جرمير (Davisson-Germer):

تسقط حزمة الإلكترونات المنتشرة في تجربة دافيسون - جرمير على سطح بلورة وتسرع بواسطة فرق كمون U مهبط متوهج ومصعد حيث تنكسب طاقة حركية $eU = mv^2 / 2$. عندما تكون سرعة الإلكترونات v أقل بكثير من سرعة الضوء c ، أي $v \ll c$ فإن طول الموجة المرافقة لحركة الإلكترون يساوي:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eU}} \quad (21)$$

أما عندما تكون سرعة الإلكترونات كبيرة ولا يمكن إهمال التغير النسبي لكتلة الإلكترون فإن الطاقة الحركية تساوي:

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = eU$$

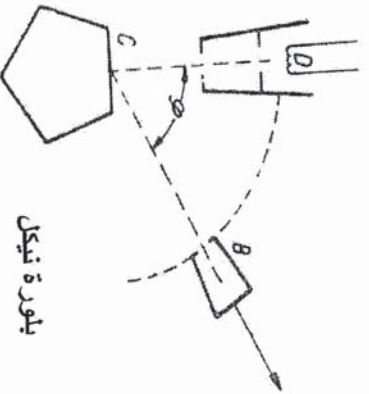
وطول موجة الإلكترون المسرع بفرق الكمون U يُعطى بالعلاقة:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eU} \cdot \left[\left(\frac{eU}{2m_0c^2} \right) + 1 \right]} \quad (22)$$

فمثلاً من أجل $U = 100V$ يكون طول الموجة $m = 1,22 \cdot 10^{-10} \lambda = 1,22 \cdot 10^{-10} m$ ، وهذا بالمقارنة يساوي ثابت الشبكة للبلورات، وبالتالي يمكن دراسة ظاهرة الإنعراج لحزمة إلكترونات باستخدام البلورة كشبكة إنعراج.

إن المخطط التجريبي لتجربة دافيسون - جرمير موضح بالشكل

(2). تتطير الإلكترونات من الفروع الإلكترونية D وتسرّع بواسطة فرق الكمون المتشكل بين سلاك متوهج من التفستين والمصعد حتى تحصل إلى بلورة من النيكل وبعد تشتتها عن مستويات البلورة تصنع زاوية φ بالنسبة إلى اتجاه الحزمة الواردة.

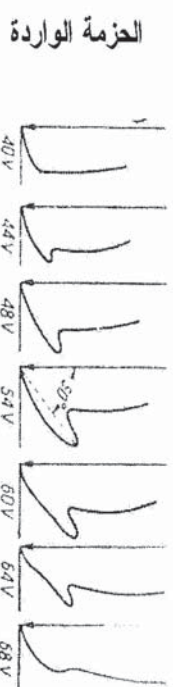


الشكل (2): مخطط تجربة دافيسون - جرمير.

نستطيع بواسطة خلية التآين B ومقدار تغير الزاوية φ ، أي موضع الخلية B بالنسبة للنقطة C كمركز، من قياس شدة الحزمة المشتتة كعلاقة بزاوية التشتت. لقد لوحظت حقيقة غير متوقعة وهي أن الإلكترونات لم تكن مشتتة بشكل متوازٍ. لقد أكد دافيسون - جرمير بنتيجة دراسة هذه الظاهرة أنه في اتجاهات محددة توجد حدود أعظمية في كمية الإلكترونات المشتتة. ومن أجل زوايا معينة φ بالنسبة لاتجاه الحزمة الواردة يحدث انعكاس مميز يشابه تجربة أشعة رونتجن. لقد سمحت نتائج القياسات التجريبية لـ دافيسون - جرمير بمقارنه الإلكترونات المشتتة مع الإنعكاس المميز لأشعة X على مستوى الشبكة البلورية واستخدام علاقة براغ.

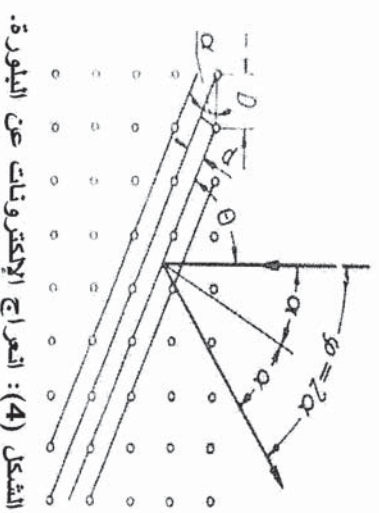
إن نتائج القياسات في جملة قطبية، حيث أن طول نصف القطر الشعاعي يكون معيار لشدة الحزمة المشتتة، موضحة بالشكل (3). يتبين من

الشكل أنه بالإضافة للشدة العظمى من أجل زاوية تشتت صفيرية تحدث نهاية عظمى ثانية شدتها وموضعها يتعاقدان بزوايه تشتت الإلكترونات المسرعة. تبدو النهاية العظمى الثانية بشكل واضح عند جهد مسرع $54V$ وتحدث من أجل زاوية $\varphi = 50^\circ$. وتعدّ هذه أعظم شدة للحزمة المشتتة عن مستوي الشبكة البلورية للنيكل.



الشكل (3): شدة الحزمة المشتتة (في الإحداثيات القطبية) كعلاقة بزوايه التشتت (الحزمة تسقط عمودياً على سطح البلورة).

تسقط الإلكترونات في هذه التجربة بشكل عمودي على بلورة النيكل، لذلك فإنه لا يحدث الانعكاس عند سطح البلورة، بل عند المستويات الداخلية وبزاوية α ، حيث $2\alpha = \varphi$. يتضح من الشكل (4) أن الزاوية θ الكائنة بين حزمة الإلكترونات الواردة وسطح البلورة تساوي $\alpha - 90^\circ$.



الشكل (4): انعراج الإلكترونات عن البلورة.

باستخدام شرط براغ نجد:

$$2d \cdot \sin \theta = n\lambda = 2d \cdot \cos \alpha$$

بالإضافة إلى ذلك يتبين من الشكل (4) أن المسافة d بين المستويات البلورية، ترتبط مع المسافة D بين الذرات في الطبقة السطحية بالعلاقة:

$$d = D \cdot \sin \alpha$$

بتعويض d في علاقة براغ نجد:

$$n\lambda = 2D \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = D \cdot \sin 2\alpha$$

ومنه:

$$(23)$$

$$n\lambda = D \cdot \sin \varphi$$

وبما أنه تحدث نهاية عظمى واحدة فقط، إذاً $n = 1$.

نستطيع من العلاقة $\lambda = D \cdot \sin \varphi$ وذلك بمعرفة زاوية التشتت φ ، أن نحدد طول موجة دي بروي للإلكترونات. فمن أجل بلورة النيكل $D = 2,154 \text{ \AA}$ ، والزاوية $\varphi = 50^\circ$ نحصل على $\lambda = 1,654 \text{ \AA}$. إن القيمة المحسوبة من العلاقة (21) عندما $U = 54V$ تساوي $\lambda = 1,664 \text{ \AA}$. ونلاحظ بالمقارنة أن هناك تطابق تام بين النتائج التجريبية وبين توقعات نظرية دي بروي.

2-3- تجربة تومسون (Thomson):

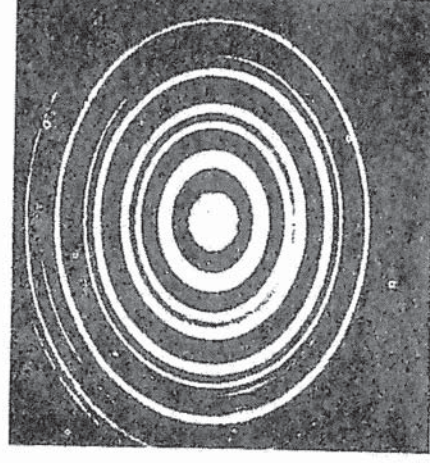
تعُد على سبيل المثال الذهب والألمينيوم معادن لها بنية متعددة التبلور، مبنية من عدد كبير من البلورات الصغيرة جداً، وذات اتجاه فراغي عشوائي. إذا مرت حزمة من أشعة X عبر طبقة رقيقة فسي مثل هذه المعادن، فإنها تعطي على لوح فوتوغرافي صورة انعراجية على شكل حلقات مضيئة ومظلمة متحدة المركز. بالاستفادة من علاقة براغ، يمكن أن

نحسب من هذه الصورة طول موجة الأشعة الواردة λ ، إذا عُرف ثابت الشبكة البلورية d للمعدن المدروس.

أنجز تومسون في عام 1928 تجربة حول انعراج حزمة إلكترونات عند مرورها عبر طبقة رقيقة من الذهب. حيث كانت الإلكترونات مسرعة في أنبوب باستخدام جهد مسرع من 10000V حتى 60000V.

يوضح الشكل (5) المخطط التجريبي لتجربة تومسون، والشكل (6) الذي حصل عليه تومسون على اللوح الفوتوغرافي بعد انتقال الإلكترونات عبر طبقة رقيقة من الذهب. إن كلاً من تجربة تومسون وتجربة دافيسون تثبت على أنه يمكن وصف الخواص الموجية للإلكترون المتشتت وتحديد طول موجته من علاقة دي بروي:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$



لوح فوتوغرافي

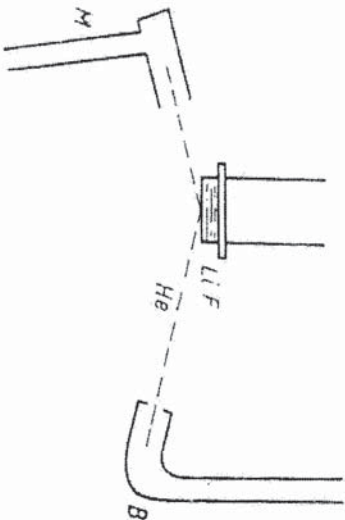
الشكل (6): صورة انعراجية أُنجرت من قبل تومسون بواسطة انتقال الإلكترونات عبر طبقة رقيقة من الذهب

الشكل (5): مخطط تجربة تومسون

2-4- الظواهر الموجية المرتبطة مع حركة الذرات والجزيئات:

تصف فرضية دي بروي الخواص الموجية لكل جزيئة ميكروية تملك كمية حركة p ، وبالتالي الذرات والجزيئات أيضاً. إن أول تجربة على انعراج جزيئات الهيدروجين والهليوم على شبكة فلوريد الليثيوم كان قد أنجزها ستيرن (Stern).

إن تدفق الجزيئات المتطيرة من الفرن B الشكل (7) الذي درجة حرارته T ، يوجه على بلورة بحيث يصنع مع سطحها زاوية θ . تشتتت الحزمة الواردة على البلورة في جميع الاتجاهات، بحيث تحدث الشدات الأعظمية في تلك الأماكن، التي من أجلها تنتقي الأمواج من مختلف مراكز التشتت بتوافق في الطور.



الشكل (7): مخطط أجهزة تجربة ستيرن.

لقد تم اكتشاف الشدات الأعظمية للحزمة المشتتة بواسطة مضغط حساس جداً M اعتماداً على زيادة ضغط الغاز. إن تجربة ستيرن وفيما بعد وبصورة مشابهة تجربة جونسون (T.H. Johnson) على تشتت جزيئات الهيدروجين، أكدت صحة فرضية دي بروي.

2-5- نظرية دي بروي والمدارات الكمومية:

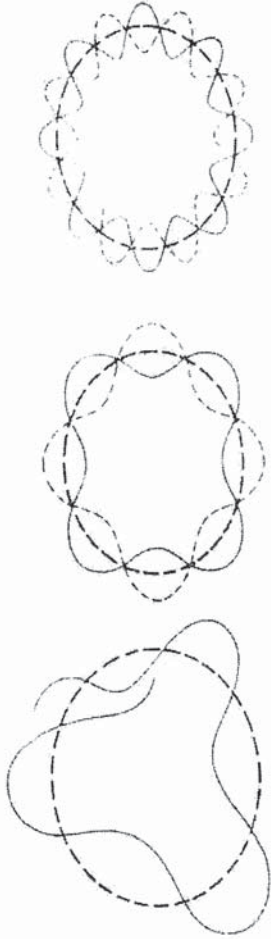
لنبين فيما يلي كيف أن فرضية بور الأولى تنتج بطريقة بسيطة من نظرية دي بروي. إن الإلكترون الذي كمية حركته $p = m v$ يرافقه في أثناء حركته موجة طولها $(\lambda = h / m v)$ حسب نظرية دي بروي، وبالتالي بدلاً من الحديث عن حركة الإلكترون داخل الذرة وفق مدار ثابت، نستطيع دراسة حركة قطر أمواج دي بروي المرتبطة مع الإلكترون المتحرك وفق هذا المدار. إذا كان المدار الدائري الذي نصف قطره r يتسع لأعداد كسرية من طول الموجة، فإن هذه الأمواج تضمحل وتتلاشى في وقت قصير نتيجة التداخل كما في الشكل (8). وبالتالي كي لا تقضي هذه الأمواج بعضها البعض بالتداخل يجب أن تشكل على مدار مستقر أمواج مستقرة. وكما هو معروف تتشكل الموجة المستقرة عندما يكون طول المسير مساوياً إلى أعداد صحيحة من طول الموجة، أي عندما:

$$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{m v}$$

ومن هنا ينتج الشرط الكمومي لبور (Bhor):
أو:

$$m v r = n h \quad (24)$$

عندما يدور الإلكترون حول التواة خلال زمن طويل وغير محدد فإنه لا يشع خلال ذلك طاقة إلى الخارج، بشرط أن يحتوي مداره عدد صحيح من أطوال موجة دي بروي المرتبطة مع الإلكترون، الشكل (9).



الشكل (9): أمواج دي بروي عند مدار مستقر
الشكل (8): تلاشي أمواج دي بروي نتيجة التداخل.

تتضمن النظرية السابقة في طبيعتها الخواص الموجبة والجسيمية للإلكترون، لأن طول موجة الإلكترون تُحسب من سرعة الإلكترون على مداره. ترتبط مع هذه السرعة القوة النابذة المركزية التي تعادل قوة الجذب الكهروستاتيكية للنواة. وهذا يثبت مرة أخرى أن الطبيعة الأزدواجية للإلكترون: الجسيمية الموجبة، بالرغم من أننا لا نستطيع اختبارها بنفس الوقت لكنها غير منفصلة في الطبيعة.

2-6- مبدأ عدم التعيين:

تعدّ القوانين الأساسية في الفيزياء الكلاسيكية (كقوانين نيوتن وغيرها) محدودة بعض الشيء، ولم ترتبط بفكرة الاحتمالات المستخدمة في الميكانيك الإحصائي، ويعدّ التحليل الإحصائي بكل بساطة وسيلة عملية تستخدم لدراسة الجمل المعقدة جداً. أما من وجهة نظر هايزنبرغ (Heisenberg) وبور (Bohr) فإن الصورة الاحتمالية أساساً للفيزياء الكمومية، بينما يجب الابتعاد عن مبدأ الحتمية.

نستطيع عند معرفة القوة المؤثرة في جملة في الميكانيك الكلاسيكي

من حل معادلة الحركة وتحديد موضع وكمية حركة الجزيئة في كل لحظة زمنية. إذ يكفي تماماً معرفة موضع وكمية حركة الجزيئة في لحظة زمنية $t=0$ (الشروط الابتدائية)، كي تكون الحركة المستقبلية كلها للجزيئة معينة تماماً. لقد استخدم الميكانيك الكلاسيكي بنجاح كبير في تحديد الحركة المتوقعة لجمال العالم الماكروسكوبية، كالجمل الكونية اعتماداً على معرفة الشروط الابتدائية. مع ذلك يجب أن لا ننس أنه خلال إجراء عملية المراقبة، فإن المراقب يتفاعل مع الجملة المدروسة. ويعدّ القياس الدقيق لموضع القمر بوساطة انعكاس الأمواج الراديوية عن سطحه مثلاً على ذلك في علم الفلك المعاصر. إن حركة القمر تعيق عملية القياس نفسها لكن بفضل الكتلة الكبيرة له يمكن إهمال مثل هذه الإعاقات. وبالانتقال إلى قياس أصغر إلى حد ما كأعداد تجربة ماکروسكوبية جيدة على الأرض، فإن هذه الإعاقات تكون عادة صغيرة أو على الأقل يمكن مراقبتها وتحديدها وذلك بوضع طريقة مسبقة لعملية الحسابات.

تحدث الفيزيائيون عن مجالات الطول ومجالات الزمن، وبالتالي عن الفراغ والزمن، دون إجراء تحليل حدي لطريقة قياسهم. وهكذا تحدثوا على سبيل المثال عن تزامن حادثتي تصادم مختلفتين حتى لم يسألوا على أي أساس فيزيائي يمكن أن يسفر هذا التزامن. لقد بيّن أينشتاين (Einstein) بالواقع أن فكرة التزامن لم تكن نهائياً فكرة مطلقة. كما كانت مفروضة سابقاً، حيث إن اصطدامين مختلفين يحدثان في لحظات مختلفة من الفراغ بنفس الوقت من أجل مراقب ما، بينما يحدثان في لحظات مختلفة بالنسبة لمراقب آخر يتحرك بالنسبة للمراقب الأول. لذلك فإن فكرة التزامن عبارة عن فكرة نسبية. وبالتالي بطريقة مشابهة نطرح على أنفسنا السؤال التالي، كيف نقيس بشكل دقيق الموضع وكمية الحركة؟

هل نستطيع إجراء تجربة مناسبة، ونحدد في نفس اللحظة موضع

وكمية حركة المادة أو الإشعاع؟ إن الجواب في النظرية الكمومية الذي ينص: لا يمكن تحديدها بالضبط، ونتج هذا من مبدأ عدم التعيين لهايزنبرغ، ويتألف هذا المبدأ من جزأين كما سنرى:

الجزء الأول: يتعلق هذا الجزء بالقياسات المترامنة للموضع وكمية الحركة، وينص على أنه لا يمكن تجريبياً وبفلس اللحظة تحديد القيمة الدقيقة لمركبة كمية الحركة للجزيئات، مثل المركبة P_x والقيمة الدقيقة للإحداثي المواقف x ، أو بشكل معاكس تكون دقة القياس بطريقة غير منفصلة محددة بواسطة عملية القياس ذاتها. وهذه الحدبة تعطي المتراجحة التالية:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (25)$$

حيث إن كمية الحركة P_x معينة بدقة Δp_x ، والموضع x معين بنفس اللحظة بدقة Δx . أما \hbar فهو عبارة عن ثابت بلانك $\hbar = h/2\pi$. والعلاقات الأخرى الموافقة لبقية مركبات الحركة والموضع هي:

$$\Delta p_z \cdot \Delta z \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{و} \quad \Delta p_y \cdot \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}$$

كما أن هناك متراجحات متشابهة تماماً من أجل عزم كمية الحركة. ومن المهم جداً أن نشير هنا إلى أن هذا المبدأ لا يتعلق بعيوب أجهزة القياس المستخدمة بنفس الوقت لتحديد P_x و x .

وينص هذا المبدأ غالباً على أنه لو تم إنجاز أجهزة قياس مثالية من نفس طبيعة الأشياء فإنه لا يمكن إحراز دقة أفضل من $\Delta p_x \cdot \Delta x \geq (\hbar/2)$. نلاحظ من جراء حدي عدم التعيين أنه كلما أكثرنا من ترتيب التجربة بهدف تحسين دقة قياس المقدار P_x ، كلما أقصنا من إمكانية تحديد المقدار x . إذا عرفنا بدقة مطلقة P_x ، فإننا في حالة لا تسمح لنا بمعرفة شيء عن x (إذا كان $\Delta p_x = 0$ فإن $\Delta x = \infty$). نلاحظ أيضاً أنه في القياس الذي يهدف لتحديد x و P_x بأن واحد، فإن هذه الحدبة غير موضوعة على دقة قياس

هذه المقادير بل على الجداء $\Delta p_x \cdot \Delta x$.

الجزء الثاني: يتعلق هذا الجزء بقياس الطاقة E والزمن t اللازم لإنجاز هذا القياس. إن لفكرة القياس في النظرية الكومبية هدف أشمل من المتعارف عليه، إذ يمكن مثلاً أن نطلق هنا من مجال الزمن Δt ، الذي خلاله يصدر الفوتون من الذرة بعرض طاقي ΔE . في مثل هذه الحالة يكون:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (26)$$

حيث ΔE الارتباب بمعرفة طاقة الجملة E ، بينما Δt الزمن المميز لسرعة التغيرات الحادثة في الجملة المدروسة. سنبين فيما بعد أن مبدأ عدم التعيين ينتج من فرضية دي بروي ومن خواص معينة بسيطة مشتركة من أجل جميع الأمواج. بما أن صحة فرضية دي بروي برهنت تجريبياً وهذا ما تحدثنا عنه سابقاً بشكل كافٍ، لذلك يمكن القول: إن مبدأ عدم التعيين يملك البرهان التجريبي أيضاً. لندرس بشكل مختصر فيما إذا أصبح هذا المبدأ يتفق مع تجارب أخرى. نعدّ أولاً أن ثابت بلانك \hbar عبارة عن مقدار يميز النتائج الكومبية عن الكلاسيكية. إذا اعتبرنا في العلاقتين (25) و (26) أن الثابت \hbar أو \hbar يساوي الصفر عندئذ فإنه لا توجد أية حدود أساسية لدقة القياس، وهذا يتفق مع وجهة نظر الكلاسيكية. لم نلاحظ في تجاربنا العادية المتعلقة بالعالم الماكرووسكوبي ظاهرة عدم التعيين، وذلك بسبب صغر قيمة الثابت \hbar ، كما أننا لم نلاحظ الطواهر النسبية بسبب صغر النسبة (v/c) . وبما أنه من الأشياء الطبيعية أن يكون استخدام الفيزياء الكلاسيكية محدوداً في العالم الميكروسكوبي مما يؤدي إلى تقلص في النتائج التجريبية. بما أننا لا نستطيع تحديد كلا المقدارين x و P_x بأن واحد، وبالتالي لا يمكن أن نحدد تماماً الشروط الابتدائية للحركة. وفي النتيجة لا نستطيع أن نحدد بدقة تصرف الجملة. إذ لسنا في حالة تسمح لنا أن نتوقع

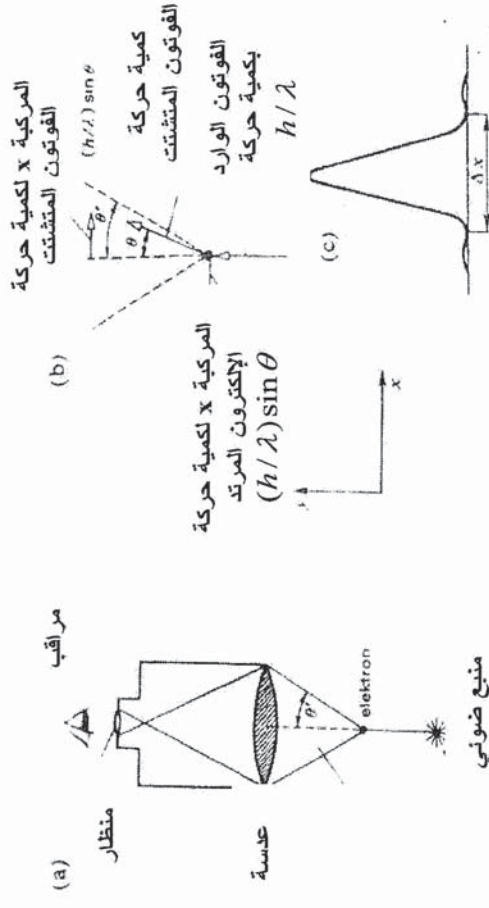
تماماً نتائج المراقبة، بل نستطيع أن نتوقع فقط كيف هي النتائج المحتملة ونستطيع إعطاء احتمالات نسبية لحدوثها. بالحقيقة إن فعل المراقبة ذاته يعيق الجملة بالطريقة التي لا يمكن التوقع فيها كلياً، وبالتالي لا يمكن الحصول على الحالة الحقيقية لحركة الجملة.

لنوضح الآن بأمثلة مختصرة الأسباب الفيزيائية لظهور مبدأ عدم التعيين. إننا نحقق بهذه الطريقة وجهة نظر معينة لأهمية المسألة وسنكون في حالة تقييم أكثر صياغة لمبدأ عدم التعيين، الذي ندرسه في الموضوع التالي. سوف نستخدم الفكرة التجريبية التي كان قد اقترحها بور (Bohr) لإثبات المتراحه (25). لنفرض أننا نريد قياس موضع جزيئة "نقطية" مثل الإلكترون بأكثر دقة ممكنة. نستخدم من أجل ذلك الميكروسكوب الذي مخططه مبنين بالشكل (10). كي يرى الإلكترون يجب إضاءةه، حيث إن عملية المشاهدة تعتمد على تسجيل الفوتونات المشتتة بواسطة الإلكترون. عندما نضيء الإلكترون فقط، فإنه يرتد اعتماداً على ظاهرة كومبتون (Compton) كما نرى باختصار أنه لا يمكن تحديد مركبة هذا الارتداد بشكل كامل. بينما إذا لم نضيء الإلكترون فإننا لن نستطيع رؤيته. ينتج من هنا أن مبدأ عدم التعيين يقود إلى عملية القياس ذاتها وأنه بين المراقب والجملة المراقبة توجد دائماً تفاعلات معينة. لا توجد طريقة معينة لإجتنب هذه التفاعلات أو أخذها بعين الاعتبار قبل إجراء القياس. نستطيع في المثال المدروس المحاولة من تحديد اضطراب الإلكترون إلى حده الأدنى وذلك باستخدام منبع ضوئي ضعيف جداً. وفي أحسن الأحوال نستطيع أن نفرض أننا في حالة تسمح لنا من رؤية الإلكترون، إذا تشتت بواسطة فوتون واحد فقط ماراً عبر عدسة منظار الميكروسكوب. إن كمية حركة الفوتون ($p = h/\lambda$)، ويمكنه أن يتشتت ضمن أية زاوية في المجال الزاوي 2θ ، التي ضمنها ترى عدسة المنظار من موضع الإلكترون. لذلك لسنا في حالة

أيضاً نستطيع أن نحدد فيها تماماً نتائج التفاعلات خلال عملية القياس. لكن نعلم فقط أن مركبة كمية حركة الفوتون المشتت p_x يمكن أن تكون محتواة في المجال من $(p \sin \theta')$ حتى $(-p \sin \theta')$ فقط. بعبارة أخرى عدم تعيينها يساوي:

$$\Delta p_x = 2p \sin \theta' = \left(\frac{2h}{\lambda} \right) \sin \theta'$$

ينتج من قانون الحفظ كمية الحركة أن كمية حركة الإلكترون المرند والمتحرك في الاتجاه x تساوي مقدار تغير كمية حركة الفوتون وفق المحور x . نلاحظ أنه من أجل تصغير Δp_x نستطيع استخدام ضوء طول موجته أكبر أو استخدام ميكروسكوب ذات عدسة يتضمن منظارها زاوية أقل.



الشكل (10): المخطط التجريبي لميكروسكوب بور (Bohr)، (a) مخطط الجهاز، (b) الفوتون المشتت بواسطة الإلكترون، (c) الصورة الاعرائية المرئية بواسطة المراقب.

ماذا نستطيع أن نقول عن الإحداثي x موضع الإلكترون؟ لنذكر أن صورة الجملة النقطية ليست عبارة عن نقطة في الميكروسكوب، بل لها شخصية الصورة الانعراجية، لذلك فإن صورة الإلكترون تكون مقطوعة. تتعلق حدود الدقة التي نعين بها موضع الإلكترون بالقدرة التحليلية للميكروسكوب. إذا حدثنا الارتياح بالمقدار x بوساطة عرض النهاية العظمى الانعراجية الرئيسية، فإنه اعتماداً على العلاقة المعروفة جيداً للقدرة التحليلية للميكروسكوب يكون:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin \theta'}$$

الفوتون الوحيد الذي لدينا للمناقشة، يمكن أن يخضع لتشتت غير ضروري في نقطة واقعة على محور الميكروسكوب، أو في أي نقطة فاصلتها x محتواة في المجال Δx . نلاحظ أنه من أجل تصغير Δx يمكن استخدام ضوء ذات طول موجة أقل؛ أو ميكروسكوب تتضمن عدسة منظاره زاوية أصغر من $2\theta'$.

إذا حسينا الآن جداء الحدود السابقة لتحديد مبدأ عدم التعيين نحصل على النتيجة التالية:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x = \left(\frac{2h}{\lambda} \sin \theta' \right) \left(\frac{\lambda}{\sin \theta'} \right) = 2h \quad (27)$$

نلاحظ أن القيمة الناتجة ليست بعيدة جداً عن حدود القيمة $(h/2)$ المعينة بوساطة مبدأ عدم التعيين. وبالتالي لا نستطيع بأن واحد أن نجعل Δp_x و Δx صغيراً بمقدار ما نريد. لأنه عندما نحاول تصغير إحدى القيمتين، فإننا نسبب زيادة القيمة الثانية. وعلى سبيل المثال إذا استخدمنا ضوء ذات طول موجة أقل (مثل أشعة X)، للحصول على قدرة تحليلية أفضل، وبنفس الوقت تصغير Δx ، فإننا نزيد من كمية الارتداد في ظاهرة كومبتون، وبالتالي زيادة Δp_x ، وبالعكس. عملياً إن النتائج التجريبية يمكن أن تكون

اسوأ بشكل ملحوظ من النتيجة المتوقعة من العلاقة (27)، لأننا استنتجنا هذه العلاقة من أجل الحالة المثالية. من المفيد هنا أن نلفت الانتباه إلى أن الدراسة اعتمدت في جوهرها على حقيقة الظواهر المقاسمة، والمقصود ظاهرة كومبتون والقدرة التحليلية للعدسة.

إن النتائج التي حصلنا عليها ليست ملازمة تماماً لموافقة القراء عليها، فكل شيء حصلنا عليه يعد نتيجة مباشرة للخواص الكمومية للأشعة. نلاحظ أنه يجب أن نملك فوتوناً واحداً على الأقل لإضاءة الإلكترون، أو في الحالة المعاكسة ليس لدينا أية إضاءة. كما أن فوتوناً واحداً يحمل كمية حركة معينة $p = h/\lambda$. وبالطبع فإن هذه الفردية تجعل للفوتون المتشتت يؤكد بشكل قطعي على التفاعلات بين الميكروسكوب والإلكترون. حيث تجعل هذه التفاعلات حالة الإلكترون في اضطراب لدرجة تصبح فيها بحالة لا تسمح لنا بتوقعه أو مراقبته. وبالنتيجة نلاحظ أنه بعد إجراء عملية القياس لا نستطيع تماماً معرفة إحداثيات وكمية حركة الجزيئة المدروسة. إذا ربطنا هذه الدراسة بقوانين الفيزياء الكلاسيكية فقط، فإن الأشعة تتميز بصفحة مستمرة، عندئذ يمكن خفض الإضاءة إلى أية سوية منخفضة. وبالتالي نستطيع أن نحقق بأن واحد أية كمية حركة صغيرة باستخدام أي طول موجة صغير. وبهذه الطريقة يتم إحراز قدرة تحليلية "مثالية". ومن الشيء الطبيعي عندئذ عدم تزامن الحدود الدنيا للقدرة التحليلية وكمية حركة الارتداد وبالطبع عدم وجود مبدأ عدم التعيين. نوكد من جديد اعتماداً على العلاقة $\Delta p_x \cdot \Delta x \geq (h/2)$ أن ثابت بلانك يعتبر معيار المقادير الصغيرة ويميز وجوده الفيزياء الكمومية عن الفيزياء الكلاسيكية.

نلاحظ الآن العلاقة (26) المرتبطة بمبدأ عدم تعيين الطاقة والزمن. نستطيع في حالة الجزيئة الحرة استنتاج العلاقة (26) من العلاقة (25) التي تربط بين الموضع وكمية الحركة. نفرض أن الإلكترون يتحرك

على طول المحور x وبالتالي تعطى طاقته بالعلاقة $E = (p_x^2 / 2m)$. إذا كان عدم تعيين المقدار p_x هو Δp_x ، فإن عدم تعيين الطاقة E يُعطى بالعلاقة:

$$\Delta E = \left(\frac{p_x}{m} \right) \Delta p_x = v_x \cdot \Delta p_x$$

يمكن أن نفسر v_x في هذه العلاقة على أنها سرعة ارتداد الإلكترون على طول المحور x نتيجة إضائته في زمن قياس الموضع. إذا كان الزمن اللازم لتنفيذ القياس يساوي Δt فإن عدم تعيين موضع الإلكترون يساوي $\Delta x = v_x \cdot \Delta t$. يربط العلاقة $\Delta x = (v_x / \Delta t)$ بالعلاقة $\Delta E = v_x \cdot \Delta p_x$ نحصل على $\Delta E \cdot \Delta x = \Delta p_x \cdot \Delta x \geq (\hbar / 2)$ ومنه نجد:

$$\Delta E \cdot \Delta x \geq \left(\frac{\hbar}{2} \right)$$

أمثلة محلولة:

مثال (1):

يتحرك جسيم كتلته السكونية m_0 بسرعة v ، فيكتسب طاقة حركية E_k والمطلوب: أوجد طول موجة دي بروي المرافقة لحركة هذا الجسيم وسرعته أيضاً عندما تكون طاقته الحركية مساوية إلى طاقته السكونية.

الحل:

وجدنا أن طول موجة دي بروي يُعطى بالعلاقة (10) التالية:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E_k}} \left(1 + \frac{E_k}{2m_0 c^2} \right)^{-1/2}$$

ويما أن $E_k = E_0 = m_0 c^2$ لذلك تأخذ العلاقة السابقة لشكل:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0^2 c^2}} \left(1 + \frac{m_0 c^2}{2m_0 c^2} \right)^{-1/2}$$

أو:

$$\lambda = \frac{h}{m_0 c \sqrt{3}}$$

ويمكن حساب سرعة الجسيم في هذه الحالة كما يلي:
بما أن:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع العلاقة السابقة نجد:

$$p = m_0 c \sqrt{3}$$

أو:

$$mv = m_0 c \sqrt{3}$$

لذلك نجد:

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 c \sqrt{3}$$

ومنه:

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

مثال (2):

قارن بين طول موجة دي بروي المرافقة لحركة الإلكترون، مع طول موجة دي بروي المرافقة لحركة رصاصة مسدس كتلتها 0.1g وتتحرك بسرعة الإلكترون.

الحل:

إن طول موجة دي بروي المرافقة لحركة الإلكترون هو:
 $\lambda_e = (h / m_e v)$ وطول موجة دي بروي المرافقة لحركة الرصاصة هو:
 $\lambda_g = (h / m_g v)$ ومنه نجد:

$$\frac{\lambda_k}{\lambda_e} = \frac{m_e}{m_k} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{0,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}} = 91 \cdot 10^{-28}$$

مثال (3):

احسب الطاقة الحركية للإلكترون، الذي يكون من أجلها طول موجة دي بروي المرافقة لحركة الإلكترون يساوي طول موجته الكومبتونية.

الحل:

إن طول موجة دي بروي المرافقة لحركة الإلكترون يساوي: $\lambda = h/mv$ بينما طول موجته الكومبتونية يساوي: $\lambda_e = h/m_0c$. وبما أن:

$\lambda = \lambda_e$ نجد:

$$\frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0c}$$

أو:

$$mv = m_0c$$

ومنه:

$$\frac{m_0v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_0c$$

لذلك نجد:

$$v^2 = \frac{c^2}{2}$$

وبما أن:

$$\begin{aligned} E_k &= E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2 \\ &= (\sqrt{2}-1)m_0c^2 = 0,2 \text{ MeV} \end{aligned}$$