كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة3

المحاضرة : الثالثة/نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

المحاضرة: نظري المحاضرة 3 القسم: الكيمياء
السنة: الأولى
المادة: رياضيات عامة 3

المتغيرات العشوائية:

① احتمال أي حدث موجب حصرة: $\forall \in P(\Omega)$ ؛ $1 \geq P(A) \geq 0$

② $P(\Omega) = 1$

③ إذا كان $A \cap B = \emptyset$ فهما حدثان منفصلان: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

وهي شروط تابع الاحتمال:

① احتمال أي حدث هو عدد حقيقي محصور بين الـ 0 و 1.

② المتغير العشوائي:

كل حدث يمكن أن يرتبط بعدد حقيقي يدل عليه والتابع الذي يقرن كل حدث بعدد ندعوه متغير عشوائي: حقيقي

نرمز له X , y , ... الخ.

مثال: عند رمي قطعة نقود 3 مرات:

(H,H,H) $+3$ (T,H,H)

(H,H,T) (T,T,H)

(H,T,H) (T,H,T) -2

(T,T,T) (H,T,T)

يمكن أن نفرض متغير عشوائي يدل مثلاً على ربح 3 نقاط لظهور شعارين على الأقل -2

خسارة 2 نقطة بعد ذلك

$$x : \Omega \longrightarrow R$$
منظمة ⟵ مستقر

$$x(\Omega) = \{3 , -2\}$$

نلاحظ أن كل قيمة من قيم المتغير العشوائي تدل على مجموعة من النتائج وبالتالي نعرف تابع ندعوه متغير عشوائي.

القانون الاحتمالي للمتغير العشوائي:

$$P(X=3) = \frac{4}{8}$$

$$P(X=-2) = \frac{4}{8}$$

يمكن تمثيله بجدول قانون الاحتمال:

x	3	-2	المجموع
$P(X)$	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{8}$	1

وكذلك يمكن تعريف متغيراً آخر على نفس التجربة كـ x الذي يدل على عدد الشارات نحصل على قيم المتغير العشوائي على الشكل التالي

$$Y = \{3 , 2 , 1 , 0\}$$

وهي قيم منفصلة ومنتهية قابلة للعد وهذا التغير.

$P(\Omega)$: مجموعة أحداث فضاء العينة.

تابع الاحتمال P ⟵ $P(\Omega) \longrightarrow [0,1]$

الأحداث هي مجموعة جزئية من فضاء العينة

وهذا المتغير له جدول الاحتمال التالي:

x	3	2	1	0	المجموع
$P(X)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

نعرف على نفس التجربة ما يسمى تابع التوزيع الاحتمالي المفضل ونرمز له بالرمز $P(Y \leq x_i)$ تابع تراكمي:

مثال:

y	0	1	2	3
$P(Y)=y$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$P(y < 0) = 0$

$P(y < 1) = \frac{1}{8}$

$P(y < 2) = \frac{4}{8}$

$P(y < 3) = \frac{7}{8}$

$P(y \leq 3) = 1$

2 المتغير العشوائي من النوع المستمر:

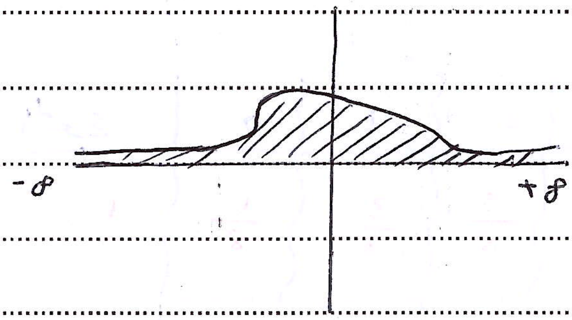
هو متغير عشوائي يدل على صفات مستمرة للاحداث وغير قابلة للعد مثل درجات الحرارة - الاوزان - الاطوال - المقاييس الفيزيائية.

- تابع الكثافة:

ويحقق الشروط التالية

1) $F(X) \geq 0$ موجب

2) $\int_{-\infty}^{+\infty} F(X)\,dx = 1$



تابع الكثافة:

(موجب لأنه مؤلف محور XX')

3) $F(x)=\int_{+\infty}^{x} F(t).dt$

مثال: متغير عشوائي حقيقي مستمر معرف وفق التابع

$$F(x)=\begin{cases} \frac{x^2}{9} & (0,3) \\ 0 & \text{عدا ذلك} \end{cases}$$

اثبت أن التابع $F(x)$ هو تابع كثافة

الحل: نلاحظ أن الشرط الأول محقق $F(x)\geq 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(x).dx$$

نجزء المجال إلى: $]-\infty,0[\cup[3,\infty[$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} F(x)=\int_{-\infty}^{0} 0.dx+\int_{0}^{3}\frac{x^2}{9}+\int_{3}^{+\infty} 0.dx+0=1$$

ومنه تابع التوزيع:

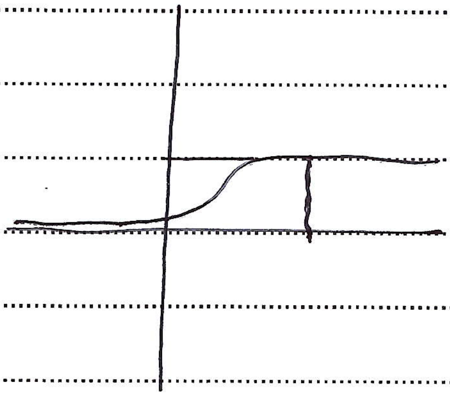
$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} F(x).dt$$

$$=\int_{0}^{x}\frac{t^2}{9}dt=\left(\frac{t^3}{27}\right)_0^x=\frac{x^3}{27}$$

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{27} & (0,3) \\ 0 & \text{عدا ذلك} \end{cases}$$

أي كل متبقية من هالمجال احتمالها صفر

$$F(x) = \begin{cases} 0 &]-\infty,0[\\ \dfrac{x^2}{27} & [0,3] \\ 1 & [3,+\infty[\end{cases}$$



$$p(1 < x < 2) = \int_1^2 \frac{x^2}{9}\,dx$$

$$= F(2) - F(1)$$

$$= \frac{8}{27} - \frac{1}{27} = \frac{7}{27}$$

$p(x > 3) = 1$ كذلك احتمال

أي $]3,\infty[$