كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة3

المحاضرة : الثانية/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

الفضاء الاحتمالي: هو الفضاء المكون من العناصر التالية:

① (Ω) فضاء العينة: مجموعة نتائج التجربة ② $P(\Omega)$: مجموعة أحداث التجربة.

③ P: تابع الاحتمال وهذا الفضاء له أحد الصفتين أو أن يكون متساوي الاحتمال وبالتالي للأحداث البسيطة الاحتمال ذاته كما في حالة حجر النرد المتوازن أو قطعة النقود المتوازنة. أو أن يكون الفضاء غير متساوي الاحتمال بالتالي الاحداث البسيطة ليست لها نفس الاحتمال فأن نقول: حجر نرد غير متوازن أو قطعة نقود غير متوازنة وفي هذه الحالة يجب ذكر البيانات جميع الاحتمالات البسيطة

الاستقلال الاحتمالي لحدثين:

اذا علمنا أن حدث ما متوقع أي ظهرت أحد عناصره من التجربة فهل يؤثر وقوع هذا الحدث على احتمال حدوث وقوع حدث آخر

مثال: حجر نرد $A=\{2,3,4,6\}$ $B=\{2,5,1\}$ ما هو احتمال وقوع العدد (2).

الحل:

نرمز هذا الاحتمال احتمال شرطي $P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

$=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{6}}=\frac{1}{4}$

$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B)=\frac{3}{6}$

A و B غير مستقلان احتمالياً

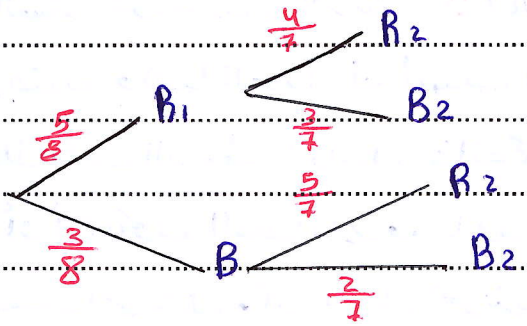
إذا كان احتمال $P(B|A)=P(B)$ أو $P(A|B)=P(A)$ أو $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

يكونا مستقلان احتمالياً.

مثال: لدينا صندوق يحوي الكرات التالية 5 حمراء و 2 سوداء سحبنا من الصندوق كرتين على التتالي دون إعادة . احسب احتمال أن تكون الكرة الثانية سوداء علماً أن الثانية حمراء

الحل:

السحب الأول إمّا B_1 أو R_1 .



احتمال أن تكون الثانية سوداء والأولى حمراء $P(B_2 \setminus R_1) = \frac{3}{7}$

احتمال أن تكون الثانية حمراء والأولى سوداء. $P(R_2 \setminus B_1) = \frac{5}{7}$

احتمال أن تكون الكرتين حمراء: $P(R_1 \wedge R_2) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{5}{14}$

$$P(A \wedge B) = P(A) \times P(B \setminus A)$$

$$P(A \wedge B) = P(B) \times P(A \setminus B)$$

في حالة التجربة كانت سحب على التتالي مع اعادة حصل على احداث مستقلة احتمالياً لأن السحب الاول لا يؤثر على السحب الثاني .

الأحداث الشاملة (imp): يكون الاجتماع هو التقاطع ∅

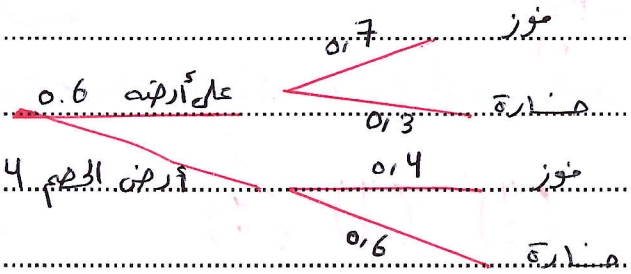
مسألة: مزرعة كرة قدم فيها 60% من اللاعبين على أرضها و 40% على أرض الخصم إذا علمت أن احتمال ربحها على أرضها 70% وربحها على أرض الخصم 40% احتمال فوزها في مباراة اختيرت عشوائياً.

الحل:

TEL:0931497960 - مكتبة A to Z

$$P(B) = P(A) \times P(B|A) + P'(A) \cdot P(B|A')$$

$$= 0.6 \times 0.7 \quad 0.4 \times 0.4 = \frac{58}{100}$$



نظرية باين:

إذا علمت أن الفريق متسرع ما احتمال أنه يكون قد لعب على أرضه:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.6 \times 0.7}{\frac{58}{100}} = \frac{0.6 \times 0.7}{0.58} = \frac{42}{5.8}$$

طرائق العد:

① ترتيب: عند سحب ثلاث كرات من صندوق يحوي 5 كرات فإن عدد طرائق السحب هو الترتيب:

$$P_r^n = n(n-1)(\ldots\ldots)(n-r+1) \quad \text{أو} \quad \frac{n!}{(n-1)!}$$

ويأتي من حالة: ١- السحب على التتالي دون إعادة ومن حالة تشكيل عدد مؤلف من

مثال: $\{1,2,3,4,5\}$ ما عدد الطرق التي يمكن تشكيل أعداد من ثلاثة منازل مختلفة الأرقام.

كرات

الحل: 3 منازل $3 \times 4 \times 5$

$$P_3^5 = 60$$

② التباديل: عند السحب من الصندوق على التتالي دون إعادة جميع عناصر الصندوق

ونحصل على ما يسمى تباديل وتحسب باستخدام (!) وهو يمثل P_n^n

- تباديل لـ n من العناصر والتي تحوي عناصر متشابهة:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \cdots n!}$$

مثال: $\{a,a,a,b,b,c,d,d,d,d\}$

الحل:

$$\frac{10!}{3! \times 2! \times 1! \times 4!}$$

TEL:0931497960 - مكتبة A to Z

٤) التوافيق (التجميعات):

تمثل عدد المجموعات الجزئية التي يمكن تشكيلها من عناصر n والتي تحوي r عنصر من كل مجموعة

$$\binom{n}{r} = \frac{P_r^n}{r!}$$

مثال: لدينا مجموعة من العناصر {a, b, c, d} أوجد جميع التوافيق التي يمكن تشكيلها

$\binom{4}{4}$ ← مجموعة مؤلفة من 4 عناصر

$\binom{4}{3}$ ← مجموعة مؤلفة من 3 عناصر

$\binom{4}{2}$ ← مجموعة مؤلفة من عنصرين

$\binom{4}{1}$ ← مجموعة مؤلفة من عنصر

$\binom{4}{0}$ ← مجموعة فارغة

$$\binom{4}{4} = 1 \quad \binom{4}{3} = 4 \quad \binom{4}{2} = 6 \quad \binom{4}{1} = 4 \quad \binom{4}{0} = 1$$

وهي تتم بوجه دوماً $n \geq r$ حيث $n, r \in \mathbb{N}$

ملاحظة:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

فإن عدد المجموعات التي تقسم n شيئاً تحوي على عناصر متشابهة هو قانون متشابهة لـ $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_r!}$ وتدعى قاعدة الجزئيات.

قاعدة التجارب المكررة (برنولي): هي الحدث وحيد أو ليغير أو لا يغير

مثال: عند تكرار تجربة برنولية تحقق الطلوب عدد من المرات ويكون عدد حالات محققة على الشكل التالي.

لدينا قطعة نقود (HT) ما هو احتمال الحصول على صفا، ثلاث مرات

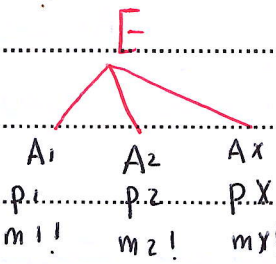
الحل:

$$P(H, H, H) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

مفهوم ليكن E تجربة ولها الحادثة الشاملة للاحداث ولنفرض اننا كررنا التجربة n من المرات كما يلي

عندئذ احتمال ظهور حدث الاحداث وبعدد المرات المذكورة هو

$$P(m_1, m_2, \ldots, m_x) = \frac{n!}{m_1! \cdot m_2! \cdot m_x!} \times p_1^{m_1} \times p_2^{m_2} \ldots \times p_x^{m_x}$$



مثال: E تجربة القاء مكعبة نرد 10 مرات $n=10$ ولتكن لدينا الحادثة التالية

$A_1=\{1,2\}$ $A_2=\{3\}$ $A_3=\{4,5,6\}$

احتمال وقوع الحدث الاول

$$P\{2,5,3\} = \frac{10}{2!\times 3!\times 5!} \times \left(\frac{2}{6}\right)^2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^5 \times \left(\frac{3}{6}\right)^3$$

مثال: يرمي رامي على هدف لنفرض ان احتمال اصابة مركز الهدف $\frac{2}{10}$ واحتمال اصابة باقي الاجزاء $\frac{5}{10}$

عندما يرمي 10 طلقات احسب احتمال اصابة الهدف 4 مرات و 5 مرات باقي الاجزاء.

نفرض الاحداث التالية A_1 اصابة مركز الهدف A_2 اصابة باقي الاجزاء A_3 عدم اصابة الهدف A_4 تشكل هذه المجموعة مزالا جلث حادثة مستقلة بنيا عندما الاحتمال المطلوب

$$P(4,5,1) = \frac{10!}{4!\times 5!\times 1!} (0,2)^4 \times (0,5)^5 \times (0,3)^1$$

لو كان لدينا مجتمع احادي:

صندوق يحوي N شيئاً مختلفاً معرفة الى احداث مستقلة بنيا $A_1, A_2, \ldots A_k$

عدد عناصر كل مجموعة N_1 N_2 N_k

وكل حدث يحوي عدد من العناصر.

TEL:0931497960 - مكتبة A to Z

صندوق الصندوق على التتالي مع إعادة عينة حجمها n ما احتمال أن تحوي العينة

n_1 عنصر من A_1 $\quad n_2$ عنصر من A_2 $\quad n_k$ عنصر من A_k

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_k!} \cdot \frac{(N_1)^{n_1} \cdot (N_2)^{n_2} \cdot (N_3)^{n_3}}{N}$$ حيث: هذا الاحتمال بإعادة

مثال:

صندوق يحوي 5 كرات سوداء و 8 بيضاء سحبت بإعادة حجمها $n=4$ ما احتمال أن تحوي العينة كرتين سوداء.

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} \left(\frac{5}{13}\right)^2 \left(\frac{8}{13}\right)^2$$

TEL:0931497960 - مكتبة A to Z

مكتبة A to Z