كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة4

المحاضرة : الثالثة /ن+ع/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

متتاليات المجاميع:

تعريف: هي متتالية تعطى على شكل مجموع حدود S_n حيث:

$S_0 = U_0$

$S_1 = U_0 + U_1$

$S_2 = U_0 + U_1 + U_2$

$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

$S_3 = U_0 + U_1 + U_2 + U_3$

مثال: لدينا مجموع حدود: $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$

احسب U_1 و U_2 و U_3 و U_5 و U_{n+1}.

الحل:

$U_1 = 1$

$U_2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$U_3 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$

$U_5 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

$U_{n+1} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}$

هام جداً: متتالية كوشي:

لتكن لدينا المتتالية (U_n) نقول عن المتتالية أنها كوشي

$\forall \varepsilon > 0 \ \exists n_0 \in \mathbb{N} ; |U_n - U_m| < \varepsilon$ $^{n > 0}$

$\forall U_n , U_m > U_0$

هام جداً جداً:

كل متتالية متقاربة تدعى متتالية كوشي.

البرهان:

نفرض الـ U_n متتالية متقاربة من العدد a وعندئذ

$$\forall \varepsilon > 0 \; \exists n_0 \in N ; |U_n - a| < \varepsilon \; \forall n > n_0$$

«شرط التقارب»

$$|U_n - U_m| = |U_n - U_m + a - a|$$

$$= |\underbrace{(U_n - a)}_{\text{مقدار (1)} \; a} - \underbrace{(U_m) - a}_{\text{مقدار (2)} \; b}|$$

$$|(U_n - a) + c - (U_m - a)|$$

$$< |U_n - a| + |-U_m - a|$$

$$|U_n - U_m| < \underbrace{|U_n - a|}_{< \varepsilon} + \underbrace{|U_m - a|}_{< \varepsilon}$$

بما أن المتتالية متقاربة وبالتالي هي متتالية كوشي لأنها تحقق شرط كوشي

للتوضيح: $|U_n - U_m| < \varepsilon + \varepsilon$

$$|U_n - U_m| < \varepsilon'$$

السؤال هو: اثبت أن كل متتالية متقاربة هي متتالية كوشي

السلاسل العددية:

نعرف $(U_n)\; n > 0$ متتالية عندئذ نعرف السلسلة العددية وفق الصيغة

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$$

نقول عن المتسلسلة اذا كان المجموع ∞ أو غير موجود

علاقة المتسلسلة بالمتتالية الجامع:

لتكن لدينا $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ عندئذ نعرف المتتالية وفق الصيغة متتالية مجاميع $\sum_{n=0}^{n} a_n$

ومتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty} a_n = \lim_{n \to \infty} s_n$

مثال: ادرس تقارب المتسلسلة $\frac{1}{n^2+n} = \frac{1}{n(n+1)}$

الحل:

$$\frac{1}{n^2+n} = \frac{1}{n(n+1)}$$

نفرض a و b عددان حقيقيان

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$$

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{a(n+1)+bn}{n(n+1)}$$

$$a(n+1)+bn = 1$$

$$an + a + bn = 1$$

$$an + bn + a = 1$$

بالمطابقة $n: \ a+b=0 \Rightarrow b=-1$

$n^0: \ a=1$ نعوض

خلال $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

نفرض $S_n = \sum_{1}^{n} \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$$S_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \dots \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\Rightarrow S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \to \infty} S_n = \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n} = 1 - 0 = 1$$

TEL:0931497960 — A to Z مكتبة

تكون متقاربة:

وظيفة: ادرس تقارب المتسلسلة:

$$U_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1} \quad \text{و} \quad \frac{1}{6}$$

المتسلسلة الهندسية:

$$\sum_{n=1}^{\infty} aq^n \quad : \quad |q| < 1$$

متسلسلة متقاربة:

$$a_n = aq^n$$

$$S_n = a\,\frac{1-q^n}{1-q}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \to \infty} S_n = a\,\frac{1-0}{1-q} = \text{عدد}$$

وإذا كانت متباعدة $|q| > 1$

لتكن لدينا المتتالية: $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = 1 - \frac{9}{U_n + 5}$

- اثبت بالتدريج من أجل كل عدد طبيعي $U_n > -2n$
- اثبت أنها متناقصة ثم بين أنها متقاربة $U_n = \frac{1}{U_n + 2}$
- اثبت أن V_n حسابية أساسها $\frac{1}{3}$ عين V_0 حدها الأول واحسب نهايتها.

مكتبة
A to Z
للخدمات الجامعية

مكتبة A to Z