كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : نظرية البيان

المحاضرة : الثانية/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

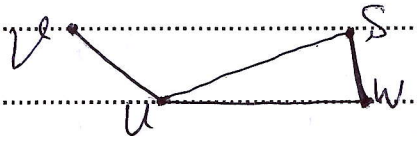
Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

البيانه البسيط: يتألف من مجموعة غير خالية من الرؤوس (متربة) ومجموعة مترتبة من الأضلاع ورمزه $G(V,E)$

مثال



* اصطلاحاً نرسم الضلع بالرأسين المكونين لطرفيه

$E=\{vu, su, uw, sw\}$

يمكن أن تكون الأضلاع بين الرؤوس مضاعفة كما يمكن أن ينطلق الضلع من رأس ويعود اليه مكوناً الحلول (loop)

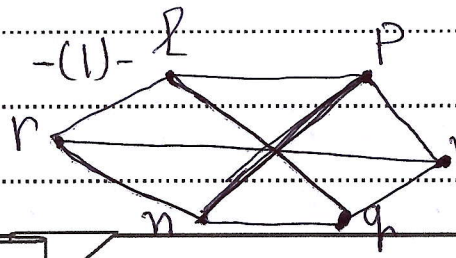
* البيانه البسيط: هو بيانه لا يحوي أضلاع مضاعفة

الايزومورفزم بين بيانين: نقول أن البيانين $G(V_1,E_1)$ ايزومورفزم للبيانه $G_2(V_2,E_2)$ إذا وفقط إذا تحقق وجود تابع $f: V_1 \to V_2$ بحيث أن f هو تقابل 1-1 بين مجموعة الرؤوس يحقق مايلي:

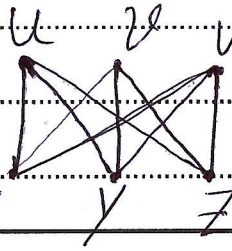
$$\#\{u,z\} = \#\{f(u), f(z)\}$$

مثال:

(1)-



(2)-



مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$f: V_2 \to V_1$

$f(u)=l$ ، $f(v)=m$ ، $f(w)=n$

$f(x)=p$ ، $f(y)=q$ ، $f(z)=r$.

* التجاور: الرأسان المتجاوران في بيان (G,E) هما رأسان بينهما ضلع واحد على الأقل، والضلعان المتجاوران هما ضلعان يشتركان برأس.

* درجة الرأس: هي عدد الأضلاع المتصلة بـ v ويرمز لها بـ $P(v)$

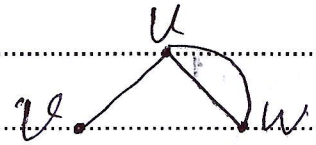
متتالية الدرجات: هي متتالية تعبّر عن درجات رؤوس البيانة ومرتبة تنازلياً (من اليسار إلى اليمين)

*) يمكن ترميز البيانة بطريقة أخرى:

$|V|=P$

في هذه الحالة $G(P,q)$ وهو رمز البيانة في هذه الحالة

مثال:



$P(u)=3$ ، $P(w)=2$ ، $P(v)=3$.

$P(u)+P(v)+P(w)=8=4(2)$.

مبرهنة:

في البيانة $G(P,q)$ ⇐

$$\sum_{i=1}^{p} P(v_i)=2q.$$

الإثبات: نعلم أنّ كلّ ضلع من أضلاع البيانة يشترك مع رأسين سواء كانا متمايزين أم متماثلين وبالتالي

فإنّه كلّ ضلع يُساهم بدرجتين منه مجموع درجات الرؤوس

البيانه الجزئيه:

يكونه $G'(V',E')$ بياناً جزئياً منه البيانه $G(V,E)$ إذا تحقق

$V' \subseteq V$ و $E' \subseteq E$

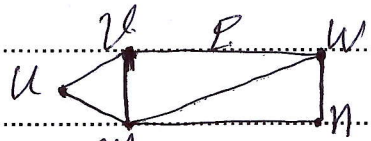
* ليكنه $G(V,E)$ بيانه $S' \subseteq V$ و $F \subseteq E$ و $e \notin E$

① $G-S$ هو البيانه G محذوفاً منه رؤوس S والأضلاع المتصلة بها

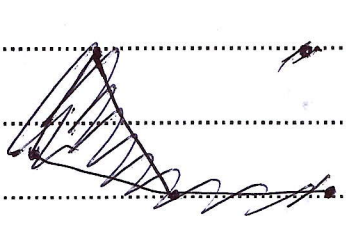
② $G-F$: هو البيانه G محذوفاً منه أضلاع F

③ G/e هو البيانه G بعد أن نحذف منه الضلع $e=vw$ ومطابقة نهايتيه v و w بحيث يكون عقد (رأس واحد) تتصل بكل الأضلاع التي كانت سابقاً متصلة بـ v أو w باستثناء e.

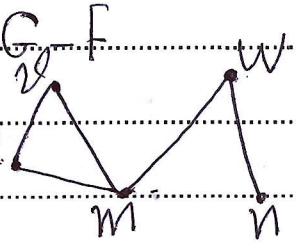
مثال:



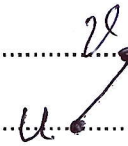
$G(V,E)$ و $S\{m,n\}$ و $F=\{vw, mn\}$ و $e=vw$



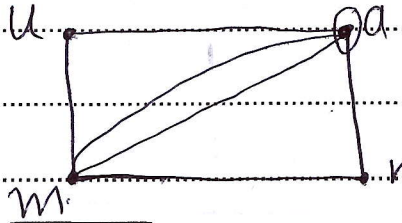
$G-F$



$G-S$



G/e

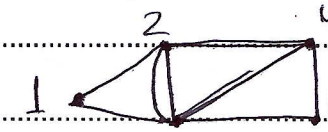


TEL:0931497960 — مكتبة A to Z

التمثيل المصفوفي: هنالك طريقتان لتمثيل بيانات مفروضة بشكل مصفوفي:

1) مصفوفة التجاور A(G): بفرض أنّ |V|=n عندئذٍ مصفوفة التجاور هي القياس nxm بحيث أنّ المدخل aij يعبّر عنه عدد الأضلاع الكائنة بين الرأسين i و j.

مثال:



التمثيل المصفوفي لهذا البيان:

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{5\times 5}$$

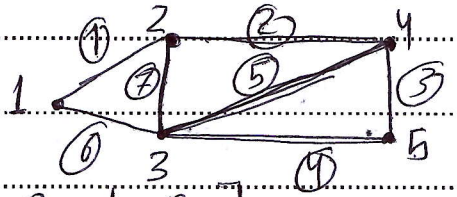
هذه المصفوفة متناظرة لأنّ $a_{ij}=a_{ji}$ ، $1\le i,j\le n$

مصفوفة الاتصال: بالبيان $G(V,E)$ ، $M(m_{ij})$

$|V|=n$ و $|E|=m$

M من القياس nxm بحيث أنّ المدخل $m_{ij}=1$ إذا كان الرأس i متصلاً بالرأس j ، $m_{ij}=0$ خلاف ذلك.

مثال:



$$M=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{5\times 7}$$

بعض البيانات المميزة:

① البيان الفارغ (null graph): هو بيان مجموعة أضلاعه فارغة

② البيان التام (complete graph): هو بيان بسيط فيه كلّ رأسين متمايزين متجاورين إذا كان $|V|=P$

عندئذٍ $\forall v \in V \quad \rho(v) = P-1$

وفي هذه الحالة أيضاً:

$$\sum_{i=1}^{P} \rho(v_i) = P(P-1)$$

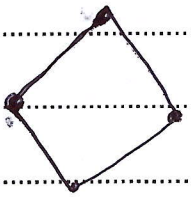
وبالتالي: $q = \frac{P(P-1)}{2}$

③ البيان المنتظم: هو بيان تساوت درجات رؤوسه

④ الحلقة: هي بيان منتظم درجة كل رأس من رؤوسه 2

C_n: هي حلقة بـ n رأس

مثال:



P_n: هو حلقة بـ n رأس حذفت منها ضلع

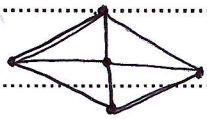
مثال:

P_4

العجلة: W_n هي حلقة C_{n-1} مضافاً إليها رأس n تتصل باقي الرؤوس فيه بضلع وحيد

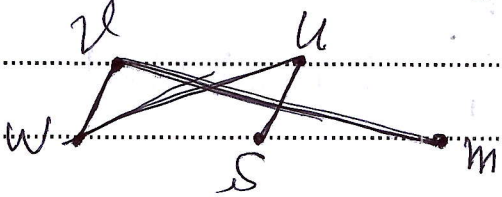
TEL:0931497960 — مكتبة A to Z

مثال:

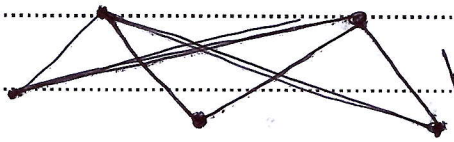


البيانه ثنائي التجزئ: هو بيانه مكوّنه من مجموعتين منفصلتين من الرؤوس A,B بحيث أنّه كلّ ضلع في هذا البيانه يصل بين رأسين الأوّل من A والثاني من B حصراً.

مثال:



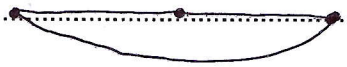
البيانه ثنائي التجزئ التام: هو بيانه ثنائي التجزئ بحيث أنّ كلّ رأس من المجموعة A يتّصل بضلع وحيد مع كلّ رؤوس المجموعة B ويرمز لـ $K_{r,s}$ حيث $|A|=r$, $|B|=s$



ملاحظة: البيانه التام الذي مجموعه n رأس يرمز لـ K_n

متمم البيانه G هو بيانه $\bar{G}$ بحيث أنّ مجموعة الرؤوس $\bar{G}$ هي نفسها مجموعة رؤوس G ويكون ضلعاً في $\bar{G}$ إذا وفقط إذا لم يكن ضلعاً في G.

مثال



هل كل متتالية من الأعداد الصحيحة هي متتالية رسم؟

برهنة: ليكن لدينا المتتالية S من الأعداد الصحيحة غير السالبة $S: d_1, d_2, \ldots, d_p$ بحيث $d_1 \geq d_2 \geq d_3 \geq \ldots \geq d_p$

تكون هذه المتتالية قابلة للرسم إذا وفقط إذا كانت المتتالية $S_1: d_2 - 1, d_3 - 1, \ldots, d_{d_1+1} - 1, d_{d_1+2} - 1, \ldots, d_p$

خوارزمية قابلية الرسم:

المعطيات: $S: d_1, d_2, \ldots, d_p$ المرتبة تنازلياً وغير السالبة

1. $d_i \geq p-1$ ، $i = (1, \ldots, p)$ عندئذٍ المتتالية غير قابلة للرسم.
2. S عناصرها أصفار تكون قابلة للرسم وإلا انتقل إلى الخطوة 3.
3. S تحوي عناصر سالبة عندئذٍ تكون غير قابلة للرسم وإلا انتقل إلى الخطوة 4.
4. نرتب عناصر S تنازلياً إذا لزم الأمر.
5. احذف العنصر d_1 وانقص 1 من أول d_1 عنصر بعد العنصر المحذوف واذهب للخطوة 2.

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 — مكتبة A to Z