كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الرابعة**

المادة : كيمياء البلورات

المحاضرة : الثانية/نظري/د . ميرنا صالح

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

الفصل الثاني

التناظر في البلورات

2-1- مفهوم التناظر:

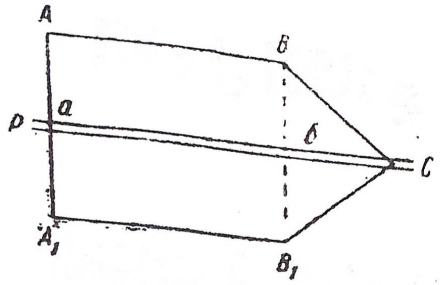
تعريف البلورة: البلورة شكل هندسي متعدد الوجوه له بنية منتظمة صحيحة محددة بوجوه وأضلاع معينة، وإذا كان للبلورة أجزاء متساوية من الوجوه والأضلاع والرؤوس، وتتكرر هذه الأجزاء بشكل دوري بمساعدة بعض العناصر الهندسية نقول عن البلورة إنها متناظرة ، أو يمكن أن نطلق على البلورة اسم متعدد الوجوه. ونخلص من ذلك إلى تعريف **الجسم المتناظر:** هو الجسم الذي يملك أجزاء متساوية حيث يمكن لهذه الأجزاء أن تتكرر بشكل دوري لتحل بعضها محل بعض بمساعدة عناصر التناظر، وبفعل ذلك يعود الجسم إلى وضعيته الأساسية. وقد عرف العالم الروسي (فيدروف) التناظر: بأنه دراسة الخصائص الهندسية للشكل البلوري في أوضاع مختلفة و يعود إلى وضعيته الأساسية عند تكرار دوري معين بمساعدة عناصر هندسية معينة، نسمي هذه العناصر الهندسية بعناصر التناظر وهي:

1-مستويات التناظر.

2-محاور التناظر.

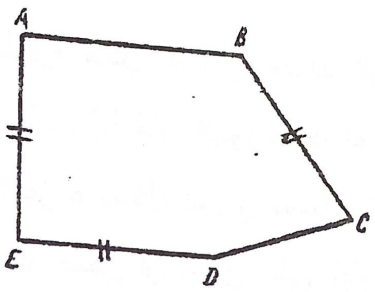
3-مركز التناظر.

ليس بالضرورة أن يكون كل شكل هندسي يملك أجزاء متساوية شكلاً متناظراً، بل يجب أن تتحقق صفة الدورية بالنسبة للأجزاء المتساوية، فمثلاً الشكل (2-1) يمثل شكلاً متناظراً. لأن فيه الأجزاء $(AB = A_1B_1, Aa = Aa, Bc = B_1c_1)$ متساوية، وتتكرر بانتظام بالنسبة للمستوي P. أي إذا ما انعكس النصف السفلي A_1acB انطبق على النصف العلوي $(aA\ Bc)$، وذلك من خلال المستوي P.



الشكل (2-1) شكل متناظر بالنسبة للمستوي P

أما الشكل (2-2) فهو شكل غير متناظر لأنه لا تتحقق بين أجزائه صفة الدورية



الشكل (2-2) شكل غير متناظر

إذاً تُعد خاصة التناظر صفة أساسية من صفات البلورات، ويكون تناظر البلورات مشروطاً ومرتبطاً بتناظر تركيبها الداخلي، وقد يكون في بعض البلورات خلل في الأضلاع، أو الوجوه، أو في الزوايا، وهذا يتعلق بالتركيب الداخلي لها، وهكذا تتأثر جميع الصفات الفيزيائية، والكيميائية، والبصرية، والكهربائية في هذه البلورات بالخلل الحاصل فيها.

إن تناظر الشكل الخارجي للبلورات يخضع لنظرية تسمى بنظرية (التناظر المتسلسلة)، أو نظرية (المجموعات النقطية). أما التناظر الداخلي للبلورات فيخضع لنظرية تسمى (نظرية التناظر الدورانية المتسلسلة). وهناك نظريات أخرى تدرس انزياح الذرات والجزيئات والشوارد، وانتقال في الشبكات البلورية، ومجموعاتها الفراغية.

وتُستخدم الأشعة السينية (طريقة الانعراج) لدراسة البنية البلورية، والتناظر في البلورات، وفيما يأتي عناصر التناظر بالتفصيل، وهي:

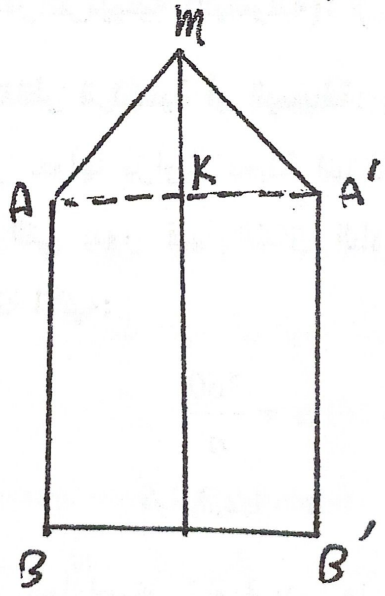
2-2- عناصر التناظر:

تعريف عناصر التناظر: هي العناصر الهندسية (مستويات – محاور – نقاط) التي بوساطتها يتحقق التكرار الدوري للأجزاء المتساوية في البلورات بحيث يعود الشكل البلوري إلى وضعيته الأساسية بعد تكرار معين.

2-2-1- مستوي التناظر (m)أو(p):

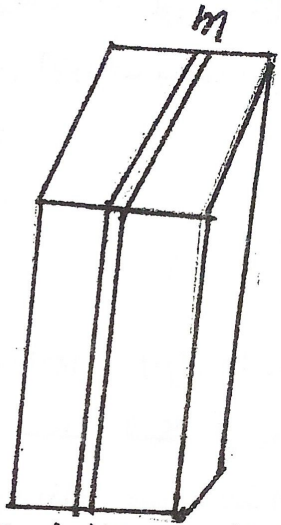
يعرف مستوي التناظر بأنه سطح مستو يرمز له (m) أو (p). إذا ما انعكس الشكل البلوري فيه يبدو وكأنه في مرآة ذات وجهين استطاع الشكل أن يحل محل نفسه. أي أن مستوي التناظر هو مستو يتحقق من خلاله انعكاس جميع النقاط المتساوية والمتناظرة بعضها محل بعض. أي أن مستوى التناظر يقسم الشكل البلوري إلى قسمين متساويين (مرآتين) يميني ويساري يكون أحدهما بالنسبة للأخر مثل شكل وخياله الموضح بالشكل (2-3) حيث يمثل الشكل مستوي التناظر العمودي على مستوي الرسم. و يتم الانعكاس فيه وفق الطريقة الآتية:

أي كل نقطة من نقاط الشكل ($ABB'A'$) تكون عمودية على مستوي التناظر (m) أي أن الجزء (Ak) ينطبق تماماً على الجزء ($A'k$) وتبدو النقطة A' كأنها خيال النقطة A و B' خيال B، أي ينطبق القسم الأيمن من الشكل على القسم الأيسر.

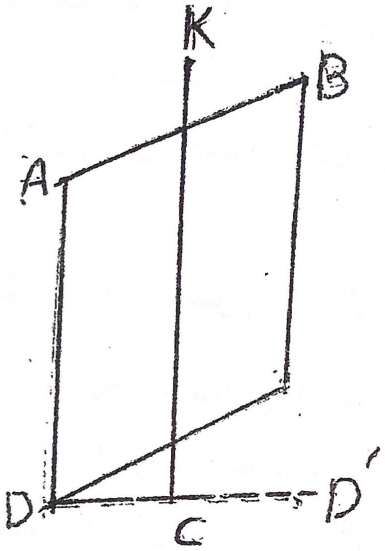


الشكل (2-3) الانعكاس في مستوي التناظر

ويوضح الشكل (2-4) مستوي التناظر في متعدد الوجوه حيث يمر المستوي (m) من منتصف الوجوه وعمودياً عليها.



الشكل(2-4) مستوى تناظر في متعدد وجوه



الشكل (2-5)غير متناظر

ويتضح من الشكل (2-5) أن الشكل الهندسي هو شكل غير متناظر على الرغم من أن المستقيم (kc) يقسم الشكل إلى قسمين متساويين، ولا يمكن أن نعد (kc) مستوياً تناظرياً لأنه لا يحقق صفة الدورية، ولا تنطبق جميع النقاط فيه على بعضها عند انعكاسها من خلال مستوى التناظر (m). أي أن النقطة (D')، هي خيال النقطة (D) ولا تنطبق عليها لأن النقطة D' ليست من الشكل.

2-2-2- محاور التناظر الرئيسية (البسيطة): $(L_6, L_4, L_3, L_2, L_1)$

تعريف محاور التناظر الرئيسية أو البسيطة: بأنها المستقيمات التي إذا ما دار أي شكل بلوري متناظر حولها بزاوية معينة استطاع الشكل أن يحل محل نفسه، وتسمى زاوية الدوران التي يدور فيها الشكل البلوري حول محور بسيط بزاوية الدوران ، وتعطى بالعلاقة الآتية:

$$\alpha = \frac{360}{n}$$

حيث: $n = 1,2,3,4,6$

ونعرف زاوية الدوران: بأنها أصغر زاوية يدورها الشكل حول محور التناظر ليحل محل نفسه، وتُسمى بزاوية الدوران الأولية. يرمز لمحاور الدوران الرئيسة

برموز مختلفة وهي:

$$(L_6, L_4, L_3, L_2, L_1)$$

أو: G_6, G_4, G_3, G_2, G_1

أو: g_6, g_4, g_3, g_2, g_1

ويختلف استعمال هذه الرموز من مدرسة إلى أخرى. وتسمى هذه المحاور نسبة إلى الزاوية التي تدور وفقها، وحسب قيمة n وهي كالآتي:

1-محور تناظر رئيسي من الدرجة الأولى: L_1 أي $n=1$ ، $\alpha = \frac{360}{1} = 360$، أي يدور الشكل دوره واحدة بزاوية مقدارها 360° حتى يعود إلى وضعه الأساسي.

2-محور تناظر رئيسي من الدرجة الثانية: L_2 أي $n=2$، $\alpha = \frac{360}{2} = 180$ ، أي محور الدرجة الثانية أي يدور الشكل حوله دورتين، كل دورة بزاوية 180° ليعود الشكل إلى وضعه الأساسي.

3-محور تناظر رئيسي من الدرجة الثالثة: L_3 أي $\alpha = \frac{360}{3} = 120^\circ$، أي يدور الشكل حول محور الدرجة الثالثة ثلاث دورات، وكل دورة بزاوية مقدارها 120°، ليعود إلى وضعه الأصلي.

4-محور تناظر رئيسي من الدرجة الرابعة: L_4 أي $\alpha = \frac{360}{4} = 90^\circ$ أي يدور الشكل حول محور الدرجة الرابعة أربع دورات، وكل دورة بزاوية مقدارها 90°، ليعود إلى وضعه الأساسي.

5-محور تناظر رئيسي من الدرجة السادسة: L_6 أي $\alpha = \frac{360}{6} = 60^\circ$ أي يدور الشكل حول محور الدرجة السادسة ست دورات، وكل دورة بزاوية مقدارها 60°، ليعود إلى وضعه الأساسي.

يتضح مما ذُكر أنه يوجد خمسة محاور رئيسة بسيطة هي L_6, L_4, L_3, L_2, L_1 ، ولا توجد محاور أعلى من المحور L_6، ولا يوجد محور من المرتبة الخامسة، وسنبرهن على صحة ذلك.

البرهان:

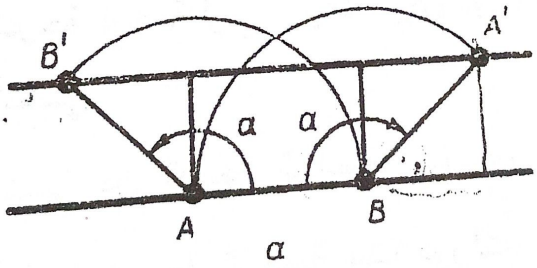
أولاً-لنبرهن على وجود المحاور الآتية فقط في البلورات: L_6, L_4, L_3, L_2, L_1.

من الشكل (2-6): ليكن AB هو المسافة بين عقدتين في الصف في الشبكة البلورية ولنفترض أنه يمر من العقدتين A و B وعمودياً على مستوى الرسم، محوران تناظريان من المرتبة (n)، وبنتيجة دوران النقطتين A و B حولهما تأخذان وضعيتين هما A' و B'، وستكون هاتان النقطتان مرتبطتين بعضهما ببعض في عملية الانتقال، والدوران مع النقطتين A و B، ستقع جميع العقد في الشبكة البلورية المتوافقة مع هذه العقد في الشبكة المستوية نفسها. أي أن الصف $A'B'$ يوازي الصف AB، ويجب أن يكونا متساويين في المسافة أي يجب أن تكون المسافة $A'B'$ تساوي المسافة AB، ومن الشكل (2-6):

$$A'B' = AB + 2A'C$$

$$\frac{A'C}{A'B} = \cos(180 - \alpha) = -\cos\alpha$$

حيث α زاوية الدوران الأولية.



الشكل (2-6) يوضح وجود المحاور $(L_6, L_4, L_3, L_2, L_1)$

أي أن تكون $A'B'$ المضاعف المشترك لـ AB. ومن العلاقة السابقة:

$$A'C = -A'B\cos\alpha$$

$$A'B' = AB$$

وعليه:

$$A'B' = AB - 2AB\cos$$
$$A'B' = AB(1-2\cos\alpha)$$

إن العلاقة: $(1-2\cos\alpha)$ تساوي دوماً عدداً صحيحاً عند القيم الآتية للزوايا.

$$\alpha = 360^\circ, 180^\circ, 120^\circ, 90^\circ, 60^\circ$$

وتجب هذه الزوايا هو:

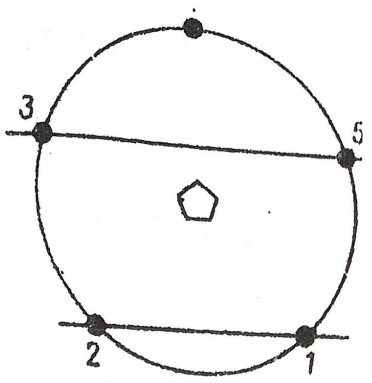
$$\cos 360^\circ = 1$$
$$\cos 180^\circ = -1$$
$$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$
$$\cos 90^\circ = 0$$
$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

أي عندما تكون $\alpha = 180^\circ$ يكون AB و $A'B'$ واقعين في الصف نفسه، وهكذا بالنسبة لجميع الزوايا ،إذاً يوجد في البلورات المحاور البلورية الرئيسية L_6, L_4, L_3, L_2, L_1.

ثانياً- لا يوجد في البلورات محور تناظر من المرتبة الخامسة، ومحاور أكبر من المرتبة السادسة.

البرهان:

نفترض وجود محور من الدرجة الخامسة L_5 في الشبكة البلورية، ويتوضع هذا المحور عمودياً على مستوي الرسم كما هو موضح على الشكل (2-7)ونرمز له بالمخمس ⬠



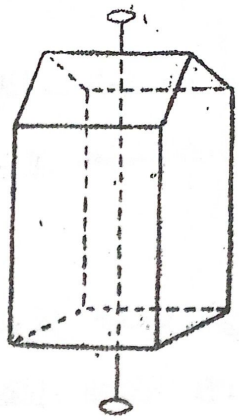
الشكل (2-7) لا يوجد محور دوران أو تناظر من الدرجة الخامسة في البلورات

يتم الدوران حول هذا المحور بزاوية 72°. ولنفترض أن النقاط القريبة منه هي النقاط 6,4,3,2,1 ويجب أن تنطبق هذه النقاط بعضها على بعض عند الدوران بزاوية 72° ،ولننظر إلى النقاط التي تقع في مستوٍ واحد وعلى استقامة واحدة ،و تكون المسافات بينها متساوية بحسب نظرية الشبكة الفراغية (في الصفوف المتوازية تكون المسافات بين النقاط المتماثلة متساوية).

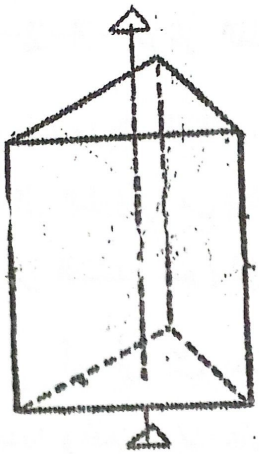
فمثلاً يمر من العقدتين 2,1 صف وتكون المسافة بين العقد متساوية، وتحددها المسافة بين العقدتين 2,1 و الصفوف الموازية للصف المار من العقدتين 2,1 يجب أن تكون متوازية، وأن تكون المسافات بين العقد في كل صف متساوية، وفي هذه الحالة إن الصف الذي يوازي الصف 2,1 هو الصف الذي يمر من العقدتين 5,3، ولكن المسافة بين العقدتين 5,3 أكبر من المسافة بين العقدتين 2,1. و النقطة $5'$ هي النقطة التي تحقق مع النقطة 3 المسافة التي تتساوى مع المسافة بين العقدتين 2,1، وإن $5'$ هي أقرب إلى محور الدرجة الخامسة من النقطة 5 وبذلك لا تحقق L_5 خاصية التناظر في البلورات.

وبالطريقة نفسها يمكن البرهان على عدم وجود محاور تناظر أعلى من الدرجة السادسة. يوضح الشكل (2-8-a-b-c-d) المحاور الرئيسية في البلورات.

يمثل الشكل (2-8-a) متعدد الوجوه الذي يحتوي على محور تناظر من الدرجة الثانية أي إذا دار متعدد الوجوه حول L_2 مرتين عاد إلى وضعه الأساسي.

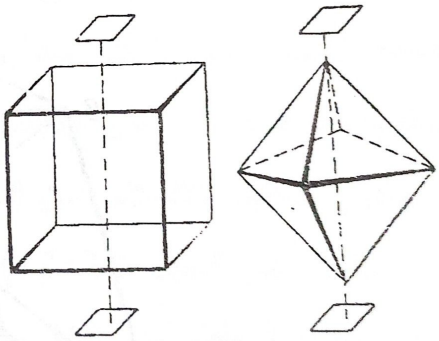


الشكل (2–8–a) متعدد الوجوه
يحتوي على محور تناظر من الدرجة الثانية

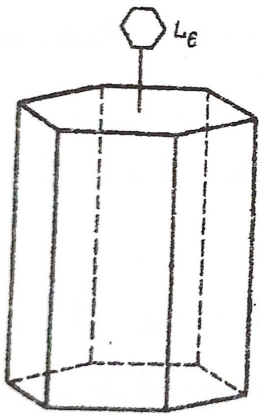


الشكل (2–8– b) متعدد الوجوه
يحتوي على محور تناظر من الدرجة الثالثة

أما إذا دار متعدد الوجوه في الشكل (2–8–b) ثلاث مرات حول المحور L_3 يعود إلى وضعه الأساسي.



الشكل (2–8– c) متعدد الوجوه يحتوي
على محور تناظر من الدرجة الرابعة L_4



الشكل(2–8– d) متعدد الوجوه يحتوي
على محور تناظر من الدرجة السادسة L_6

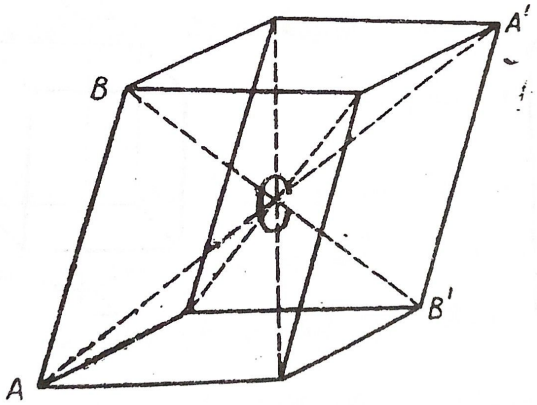
و إذا دار متعدد الوجوه في الشكل (2–8– c) حول محور الدرجة الرابعة أربع مرات فإنه يعود إلى وضعه الأساسي، و إذا دار متعدد الوجوه في الشكل (2–8– d) حول محور الدرجة السادسة ست مرات عاد إلى وضعه الأساسي.

2-2-3- مركز التناظر: يرمز له بـ (C)

تعريف مركز التناظر: هو النقطة داخل الشكل البلوري إذا ما انعكست جميع النقاط في الشكل البلوري من خلالها فإنها تحل بعضها محل بعض. إن عملية الانعكاس من خلال مركز التناظر تتم وفق الآتي كما يوضح الشكل (2-9):

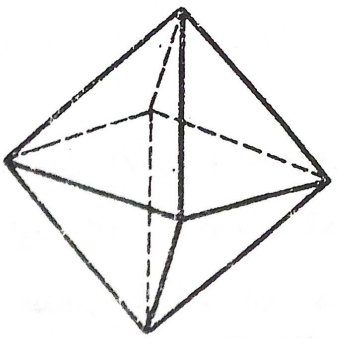
أي أن كل نقطة في الشكل تنعكس من خلال مركز التناظر في النقطة التي تقابلها وتقع معها على الخط نفسه، فمثلاً النقطة B' تقابل النقطة B، إذاً B' هي نظيره B، و A' هي نظيره A. وهكذا جميع النقاط لأي شكل يمكن عكسها من خلال مركز التناظر حتى يتم الحصول في الشكل البلوري على نصفين متناظرين، نصف يميني، ونصف يساري الموضح بالشكل (2-10).

أي نقول عن شكلٍ بلوري بأنه يملك مركزاً تناظرياً إذا كان يحتوي على وجوه، وأضلاع متوازية، ومتساوية فيما بينها.

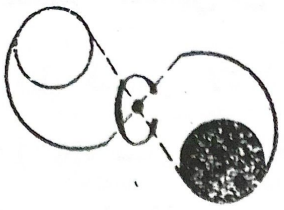


الشكل (2-9) الانعكاس من خلال مركز التناظر

يمثل الشكل (2-11) ثماني وجوه فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان، وأيضاً كل رأسين متقابلين متوازيان، إذاً يحتوي على مركز تناظر، وفيه أيضاً كل وجهين متقابلين متوازيين متساويين. إذاً ثماني الوجوه هذا يحتوي على وجوه وأضلاع ورؤوس متساوية ومتوازية بشكل يعاكس بعضه بعضاً.



الشكل (2-11) مركز التناظر
في ثماني الوجوه



الشكل (2-10) مركز التناظر لشكل يميني و نصفه
اليساري من خلال مركز التناظر

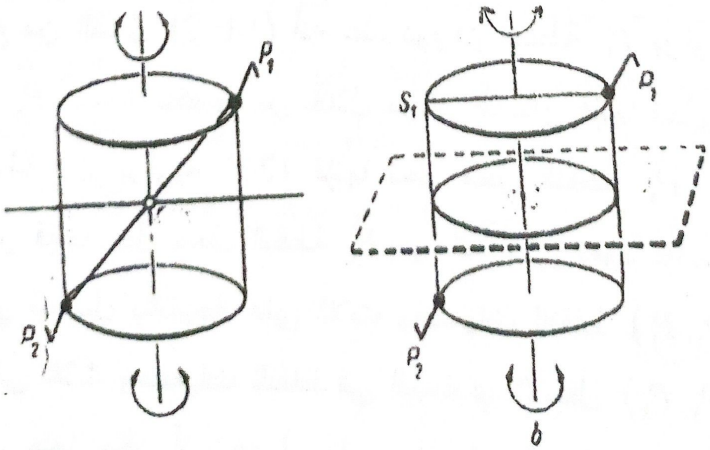
2-2-4- محاور التناظر الانقلابية $L_{i6}, L_{i4}, L_{i3}, L_{i2}, L_{i1}$:

يُعرف محور التناظر الانقلابي: بأنه المستقيم الذي إذا ما دار حوله الشكل البلوري بزاوية معينة ومن ثم انعكست جميع نقاطه المركزية من خلال مركز التناظر حل الشكل محل نفسه.

ونعرف زاوية الدوران: بأنها أصغر زاوية يدور بها الشكل حول محور تناظر انقلابي، ومن ثم تنعكس جميع النقاط من خلال مركز التناظر، فإن الشكل يعود إلى وضعه الأصلي ويرمز إلى محاور التناظر الانقلابية بالرموز $L_{i6}, L_{i4}, L_{i3}, L_{i2}, L_{i1}$. وسنتناول دراسة كل محور بالتفصيل، والعلاقة بينها وبين عناصر التناظر الأخرى.

I- محور التناظر الانقلابي من الدرجة الأولى L_{i1} أو $\bar{1}$.

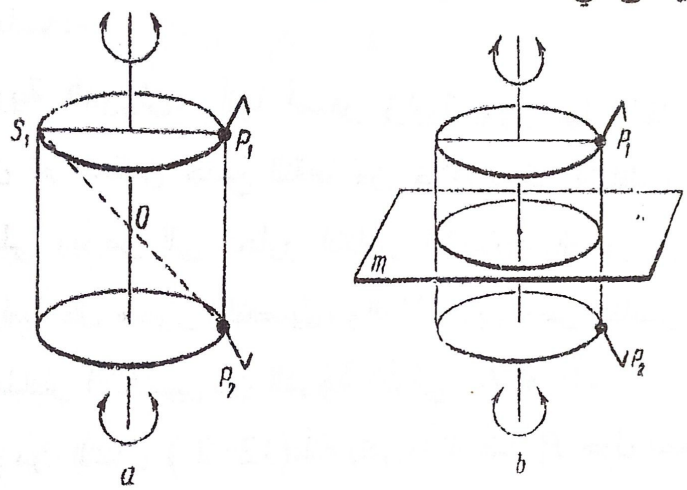
يتضح من الشكل (2-12)،أنه بتدوير النقطة P_1 حول المحور L_{i1} من الدرجة الأولى وبزاوية مقدارها $360°$، ستحل النقطة (P_1) محل نفسها، ولنعكسها من خلال مركز التناظر فإنها ستحل محل النقطة (P_2)، ومن الملاحظ في هذه الحالة أن محور التناظر الانقلابي من الدرجة الأولى يكافئ مركز تناظر انقلابي. $L_{i1} = C$



الشكل (2-12) محور التناظر الانقلابي من الدرجة الأولى

II- محور التناظر الانقلابي من الدرجة الثانية L_{i2} أو $\overline{2}$.

يتجلى فعل المحور الانقلابي من الدرجة الثانية L_{i2} وفق الآتي: يتضح من الشكل (2-13-a)، بتدوير النقطة P_1 حول المحور L_{i2} بزاوية 180° ، فإنها ستأخذ وضعاً جديداً، وهو النقطة S_1. وبعكس S_1 من خلال مركز التناظر فإنها ستحل محل P_2 وبتدوير P_2 بزاوية 180° ثم عكسها من خلال (C) مركز التناظر فإنها ستعود إلى وضعيتها الأساسية وهي P_1 ،ويمكن الاستعاضة عن عمل L_{i2} بإنشاء المستوي m العمودي على الشكل، كما هو موضح بالشكل (2-13- b)، ثم عكس جميع النقاط في الجهة العلوية من خلال المستوي m فإنها ستحل محل النقاط في الجهة السفلية من الشكل، إذاً إن L_{i2} **يكافئ في عمله عمل المستوي m العمودي عليه.**

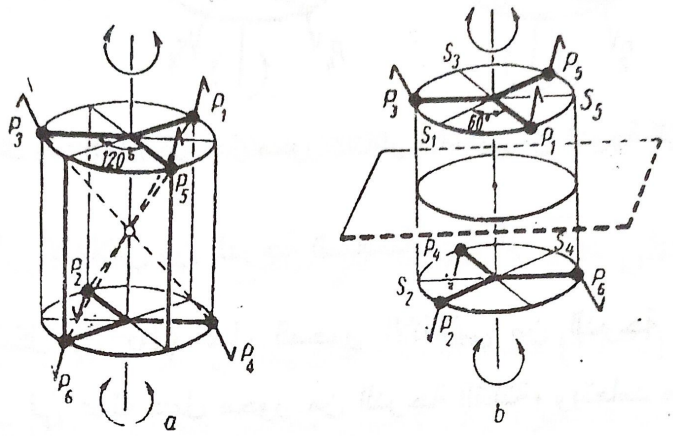


الشكل (2-13) محور التناظر الانقلابي من الدرجة الثانية

III- محور التناظر الانقلابي من الدرجة الثالثة L_{i3} أو $\overline{3}$.

يتضح من الشكل (2-14) أنه عند دوران النقطة P_1 بزاوية 120° فإنها تحل محل النقطة P_5، وعند عكسها من خلال مركز التناظر فإنها تحل محل النقطة (P_2)، وبتدوير النقطة P_2 بزاوية 120° فإنها تحل محل النقطة P_4، وبعكسها من خلال مركز التناظر فإنها تحل محل النقطة P_3، وهكذا حتى تعود نقاط الشكل إلى وضعها الأساسي، أي نحصل بالنتيجة على ثلاث وضعيات للنقاط (P_5, P_3, P_1) في المستوي الأعلى، وعلى ثلاث وضعيات للنقاط في المستوي الأسفل (P_6, P_4, P_2)، وهي لا تقع فوق بعضها. بينما يمكن أن نحصل على وضعيات النقاط نفسها في المستوي العلوي،

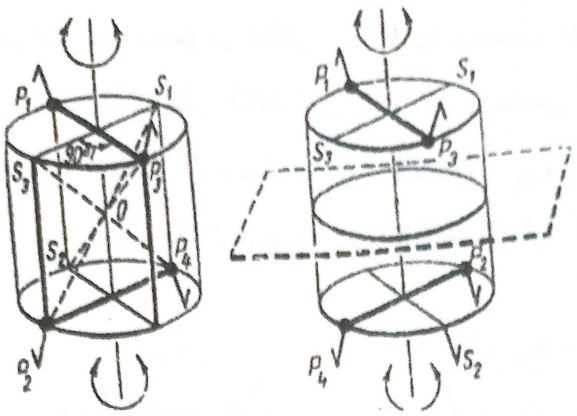
والمستوي السفلي إذا أخذنا محور تناظر مرآتي من الدرجة السادسة، وبالدوران، والانعكاس ست مرات مع مستوى تناظر m فإننا نحصل على النتيجة الأولى نفسها عند الدوران حول محور التناظر الانقلابي L_{i3}، والانعكاس من خلال مركز التناظر الشكل (2-14-b). أو يمكن الاستعاضة عن **المحور** L_{i3} **بمحور** L_3 **ومركز تناظر** (C)، حيث يمكن للنقاط العلوية أن تنطبق على النقاط السفلية الشكل (2-14- a).



الشكل (2-14) محور التناظر الانقلابي من الدرجة الثالثة

IV- محور التناظر الانقلابي من الدرجة الرابعة L_{i4} أو $\overline{4}$.

يتضح من الشكل (2-15) أن عمل محور التناظر الانقلابي من الدرجة الرابعة L_{i4} كأنه محور تناظر من الدرجة الثانية L_2، ودوماً مقابل L_{i4} يظهر المحور L_2، ولا يوجد مستوي تناظر ،ولا مركز تناظر ،وبذلك لا يمكن استبداله بأية عناصر تناظرية أخرى. إذاً فالشكل المحتوي على محور تناظر انقلابي من الدرجة الرابعة يمكن أن يحل محل نفسه ليس فقط بالدوران $90°$ والانعكاس في المركز بل بالدوران أيضاً $180°$، أي يبدو المحور L_{i4} وكأنه في الوقت نفسه محور من الدرجة L_2، ولكن لا يتبع ذلك استبدال L_2 بـ L_{i4} إذ لو تحقق ذلك لما أخذت الأجزاء المتناظرة في الشكل بإحلال بعضها محل بعض. كما هو موضح بالشكل (2-15).



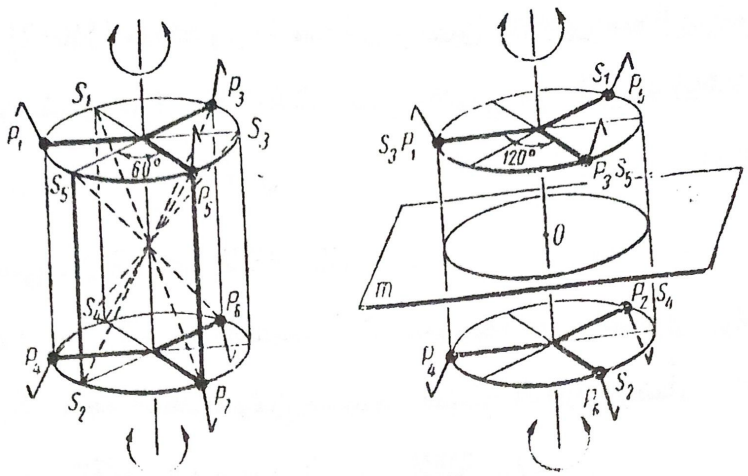
الشكل (2-15) يمثل عمل محور التناظر الانقلابي من الدرجة الرابعة

V- محور التناظر الانقلابي من الدرجة السادسة L_{i6} أو $\bar{6}$.

يوضح الشكل (2-16) عمل المحور الانقلابي من الدرجة السادسة L_{i6}، إذ يكافئ هذا المحور في عمله عمل محور من الدرجة الثالثة، ويتعامد معه مستوي تناظر (m)، حيث تتوضع النقاط (P_1, P_3, P_5) في المستوي الأعلى ،ومباشرة فوق النقاط (P_2, P_4, P_6) التي تتوضع في المستوي الأسفل، كما هو موضح بالشكل (2-16). أي يمكن الحصول على وضعية النقاط نفسها بتأثير محور L_3 مع مستوٍ عمودي عليه.

$$L_{i6} = L_3 \perp m$$

ونستنتج مما سبق أن الأشكال التي يمكن الحصول عليها عند الدوران حول محاور انقلابية فردية $\bar{3}, \bar{1}$ ،تملك مركزاً تناظرياً(C)، أما الأشكال البلورية التي يمكن الحصول عليها بتأثير محاور انقلابية مزدوجة $\bar{2}, \bar{6}$، فإنها تملك مستويات أفقية(m)، أما الأشكال التي يمكن الحصول عليها من تأثير محول انقلابي من الدرجة الرابعة $\bar{4}$ فإنها لا تملك مركزاً تناظرياً، أو مستوياً أفقياً.



الشكل (2–16) محور التناظر الانقلابي من الدرجة السادسة

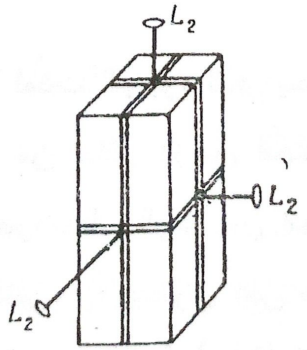
2–3– أمثلة على عناصر التناظر في بعض متعددات الوجوه:

I – يمثل الشكل (2–17) متعدد الوجوه الذي يحتوي على مجموعة مختلفة من عناصر التناظر، فيه كل ضلعين، وكل وجهين متقابلين متوازيان ومتساويان ،ولهذا يكون للشكل مركز تناظر C إضافة إلى بعض عناصر التناظر الآتية:

1- مركز تناظر C.

2- ثلاثة مستويات تناظر $3m$ يكون كل مستوي منها عمودياً على مستوي الرسم للأوجه التي تمر من مركز التناظر.

3- ثلاثة محاور تناظر من الدرجة الثانية $3L_2$، ويكون مجموع عناصر التناظر في الشكل السابق هو $(3L_2C3m)$.



الشكل (2–17) متعدد الوجوه فيه عناصر التناظر $3L_2C3m$

II- يمثل الشكل (2-18) متعدد وجوه فيه كل وجهين متقابلين متوازيين وكل وجه فيه مثلثاً، ويمر من خلال مركز كل مثلث محور رئيسي من الدرجة الثالثة L_3. ويكون مجموع عناصر التناظر فيه كالآتي:

1-محور رئيسي من الدرجة الثالثة L_3.

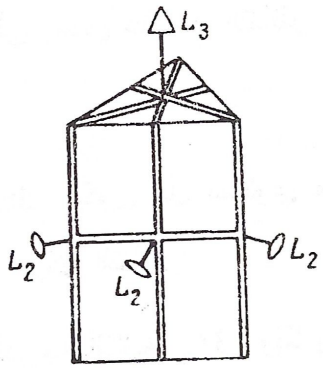
2-ثلاثة محاور من الدرجة الثانية $3L_2$ عمودية على المحور L_3، ويمر كل محور من مركز وجه المثلث، ومن منتصف الضلع المقابل أيضاً.

3-ثلاثة مستويات تتقاطع مع محور الدرجة الثالثة L_3.

4-مستوٍ واحد عمودي على محور الدرجة الثالثة L_3.

ويكون مجموع عناصر التناظر في الشكل السابق هي $L_3 3L_2 4m$.

كما لا يحتوي الشكل (2-18) على مركز تناظر بسبب أن الوجوه القائمة الزوايا غير متوازية.

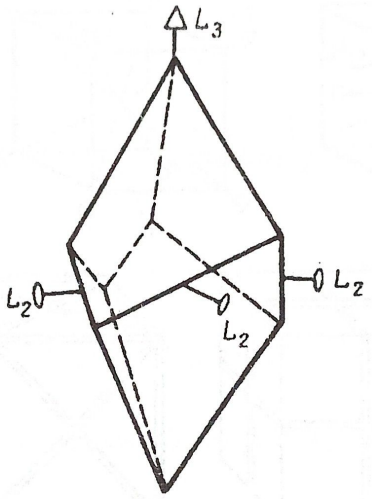


الشكل (2-18) متعدد الوجوه مع عناصر التناظر $L_3 3L_2 4m$

III- يمثل الشكل (2-19) شكلاً لمتعدد الوجوه الذي يحتوي على محور تناظر بسيط من الدرجة الثالثة L_3 يمر من خلال الرأس الحاد للشكل. ويربط هذا المحور جميع الأوجه مع بعضها ببعض ،على الرغم من أنها ليست جميعها متساوية، إذاً فهو لا يحتوي على مركز تناظر، ولا يحتوي على مستويات تناظر، ولكن يحتوي على ثلاثة محاور تناظر من الدرجة الثانية $(3L_2)$ تتعامد مع محور تناظر الدرجة الثالثة L_3، وتمر محاور الدرجة الثانية من منتصفات كل ضلعين متقابلين، ويكون مجموع عناصر التناظر في الشكل هو $(L_2 3L_2)$.

إذا احتوى الشكل البلوري على محور تناظر أعلى من محور الدرجة الثانية يعد هذا المحور محوراً رئيسياً في الشكل البلوري، يوضع في بداية مجموع عناصر التناظر ومنه نخلص إلى القاعدة الآتية.

قاعدة:عند وجود محور تناظر رئيسي (بسيط) في شكل بلوري يتقاطع مع محور رئيسي من الدرجة الثانية، حتما سيوجد مستوى تناظر(m) يمر من مركز الشكل، ويتعامد مع المحور الرئيسي في الشكل البلوري.



الشكل (2-19) متعدد الوجوه ذو عناصر تناظر $L_3 3L_2$

IV-تحتوي البنية المكعبة على مجموعة عناصر تناظر مختلفة كما هو موضح بالشكل (2-20) وهي الآتية:

1- ثلاثة محاور تناظر من الدرجة الرابعة $3L_4$، وهذه المحاور تتعامد مع الوجوه في المكعب الشكل (2-20-a).

2-أربعة محاور من الدرجة الثالثة $4L_3$، تمر من رؤوس المكعب،وتنطبق على منصفات الزوايا للوجوه بين محاور الدرجة الرابعة، كما هو موضح بالشكل (2-20- b).

3-ستة محاور من الدرجة الثانية الشكل (2-20-c).

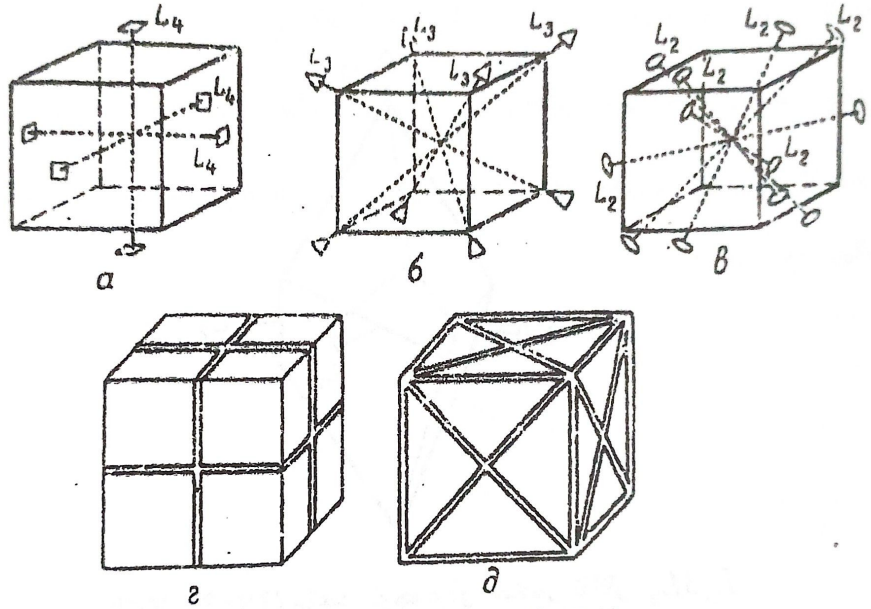
4-تسعة مستويات تتوزع على النحو الآتي:

يمر من خلال كل محور من الدرجة الرابعة مستو واحد، حيث تمر ثلاثة مستويات من ثلاثة محاور من الدرجة الرابعة، ولكن أحد المستويات يكون مشتركاً بين المحاور الثلاثة من الدرجة الرابعة ،وبذلك يكون عدد المستويات التي تمر من $3L_4$ مستويين فقط $2m$ ، ومستوياً يتعامد مع المحور الثالث فيكون عدد المستويات $3m$.

- يمر من خلال محاور الدرجة الثالثة $4L_3$ أربعة مستويات $4m$.

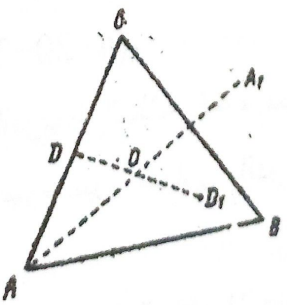
- يمر من خلال محاور الدرجة الثانية مستويان $2m$.

ومجموع المستويات في البنية المكعبة هو $9m$. الموضحة بالشكل (2-20- d).



الشكل (2-20) عناصر التناظر في المكعب

V- لاتملك جميع الأشكال البلورية مركزاً تناظرياً، كما هو موضح بالشكلين الآتيين .



الشكل (2-21) يمثل مثلثاً لا يحتوي مركزاً تناظرياً

مكتبة A to Z