كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

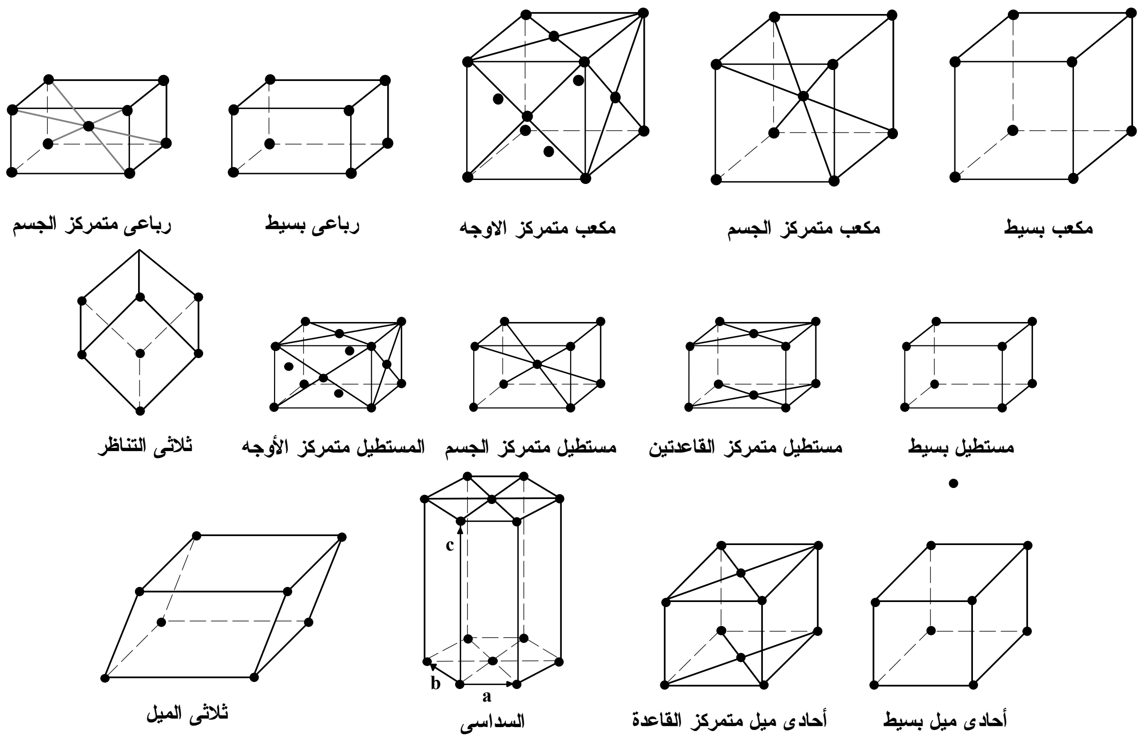
السنة : **الثالثة**

المادة : حالة صلبة1

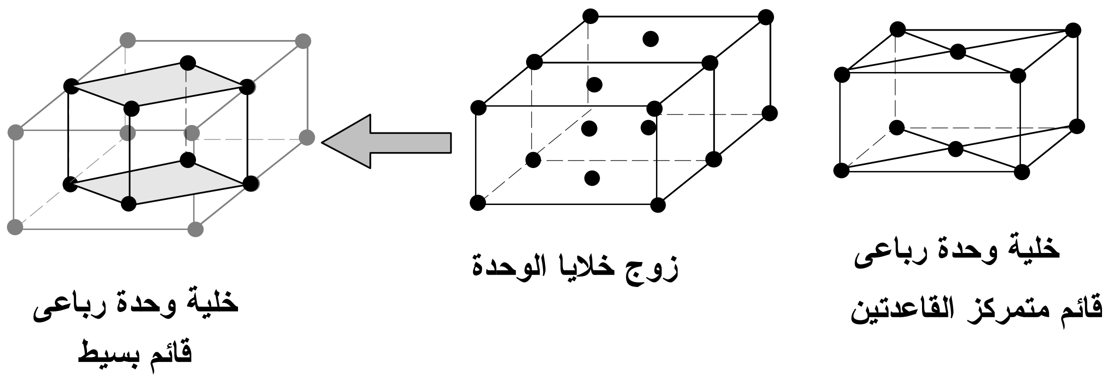
المحاضرة: الثانية/نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة



الشكل 2–14 أشكال برافيس الأربعة عشرة.



الشكل 2–15 تحويل الرباعي القائم المتمركز القاعدتين إلى رباعي قائم بسيط وذلك باختيار خلية وحدة جديدة.

2–5 خلية فيجنر–زايتس الأولية WIGNER SEITZ PRIMITIVE CELL

سبب دراستنا للخلايا غير الأولية من دون الخلايا الأولية هو تفضيلنا للتعامل مع الخلايا التي لها تماثل يشابه تماثل الشبيكة قيد الدراسة. فمثلا في حالة المكعبى المتمركز الأوجه يتم التعامل مع خلية غير أولية وهى عبارة عن مكعب يحتوى على عقد في مراكز

الأوجه وذلك بسبب تشابه التماثل مع شبيكة المكعبى. على الجانب الأخر، تكون الخليـــة الأولية للشبيكة المتمركزة الأوجه عبارة عن متوازي سطوح مائل لا يملك تماثل شـــبيكة المكعبى. والسؤال الذي يطرح نفسه هو، أليس من الممكن اختيار خلية أولية بحيث يكون لها تماثل يشابه تماثل الشبيكة التي هي جزء منه؟ الجواب: نعم يوجد مثل هذا الاختيار، والخلية الأولية التى نحقق ذلك تسمى خلية فيجنر–زايتس.

أقترح العالم فيجنر–زايتس طريقة بسيطة يمكن بواسطتها اختيار وحدة الخلية ويتم ذلك بأتباع الخطوات الآتية :

1- نرسم الشبيكة النقطية التي تمثل الشبيكة البرافية.

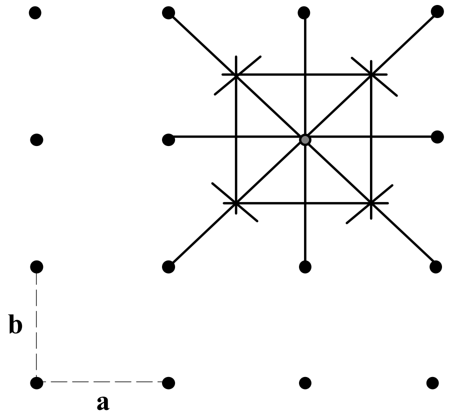
2- نعتبر نقطة معينة في الشبيكة، ثم نرسم خطوطا تصل هذه النقطة بكل نقاط الشبيكة المحيطة والأقرب إلى هذه النقطة، كما هو موضح بالشكل 2–16.

3- عند منتصف الخطوط المرسومة نرسم خطوط أو مستويات متعامدة.

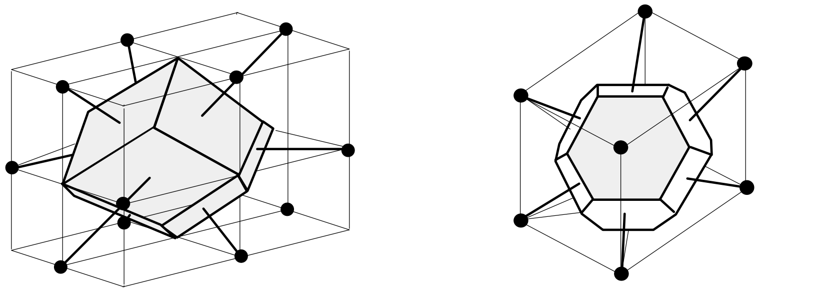
4- تكون أصغر مساحة (في حالة البعدين) أو أصغر حجم (في حالة الأبعاد الثلاثة) ينتج بهذه الطريقة هو وحدة خلية فيجنر–زايتس وهى خلية تحتوى على نقطة شبيكية (عقدة) واحدة بداخلها. وقد وجد أن شكل خلية فيجنر–زايتس هو دائما سداسي الشكل ماعدا في حالة الشبيكة المستطيلة والمربعة تكون الخلية فيهما مربعة، كما يبين الشكل 2–16.

تبدو خلية فيجنر–زايتس للشبيكة المكعبة المتمركزة الجسم، BCC، على هيئة جسم

ثماني الأوجه مشذب (مقطوع)، أي له ثماني وجوه عبارة عن أشكال سداسية منتظمة وستة وجوه مربعة الشكل كما هو مبين بالشكل 2–17(أ) ويكون كل وجه سداسي عموديا على المستقيم الواصل من الرأس إلى الخلية المتمركزة.



الشكل 2–16 خلية فيجنر–زايتس في بعدين متعامدين و a = b .



أ– خلية فجنر–زايتس للمكعب متمركز الجسم BCC

ب– خلية فجنر–زايتس للمكعب متمركز الأوجه FCC

الشكل 2–17 خلية فيجنر–زايتس للمكعب المتمركز الجسم وللمكعب المتمركز الأوجه.

أما خلية فيجنر–زايتس للبلورة المتمركز الأوجه، FCC، فتكون على هيئة معيني اثني عشري (Rhombic dodecahedron)، أي له اثني عشر سطحاً على شكل معين، كما هو موضح بالشكل 2–17(ب). في هذا الشكل لم تظهر الخلية الأولية للشبيكة، فالمكعب المرسوم المحيط بخلية فيجنر–زايتس ليس خلية أولية. تكون كل الأوجه الاثنى عشر متطابقة ويكون كل وجه عموديا على المستقيم الواصل بين الذرة الموجودة وسط خلية

فيجنر–زايتس والذرات الاثنى عشر الموجودة وسط أضلاع المكعب المرسوم.

2-6 عناصر التماثل في البلورات SYMMETRY ELEMENTS OF CRYSTALS

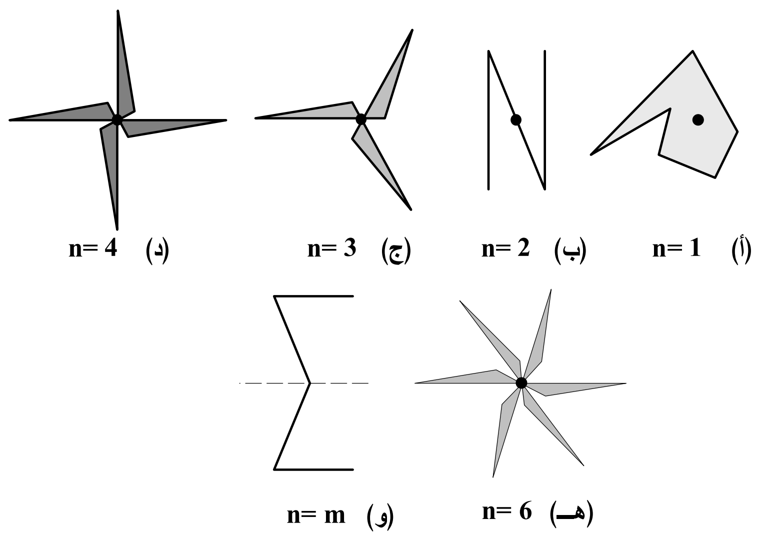
يأتى اختلاف بلورات المواد الصلبة من تباين شكل الشبيكات البلورية لها. وينتج هذا التباين من اختلاف أبعاد وزوايا وحدات التركيب البلوري. ولكي يمكن تصنيف الشبكات البلورية يجب أخذ مبدأ التماثل في الاعتبار. والتماثل هو تحول الشيء بطريقة أو بأخرى لكي ينطبق على نفسه مرة أخرى. ويعتبر التماثل أهم الخصائص الهندسية التي تميز خلايا الوحدة للجسم الصلب المتبلور، حيث تتميز كل خلية بنوع واحد أو أكثر من أنواع التماثل الهندسي.

تنشأ عناصر التماثل الهندسي في الأجسام المتبلورة بسبب تكرار الوحدات البنائية بشكل منتظم وبالتالي يمكن وصف انتظام التوزيع البنائى للبلورة بدلالة عناصر تماثل توجد منها عناصر خارجية وأخرى داخلية. عناصر التماثل الخارجية ثلاث هي: مركز التماثل، محور التماثل، ومستوى التماثل بينما تكون عناصر التماثل الأخرى داخلية مثل الدوران والانقلاب والانعكاس والمستوى المنزلق. سوف نناقش كل من هذه العناصر بشئ من التفصيل فيما يلى.

2-6-1 محور التماثل AXIS OF SYMMETRY

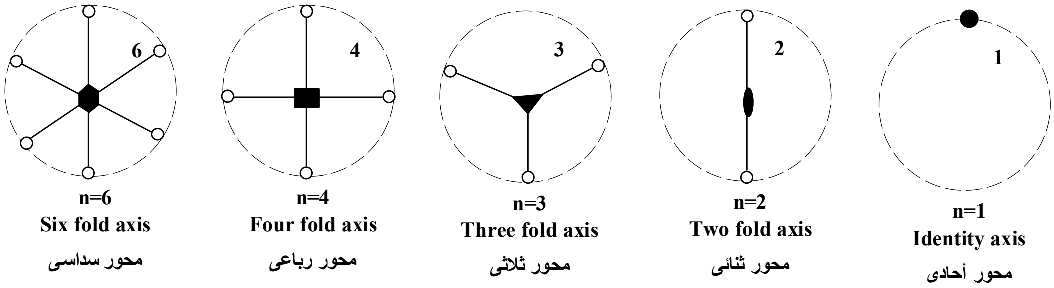
يعرف محور التماثل بأنّه محور تخيلي يمر بمركز البلورة أو الخلية، بحيث إذا دارت حوله الخلية بزاوية 360^{o} فإنها تكرر نفسها (أي تحتل نفس الوضع في الفراغ)، من

حيث الشكل عددا من المرات. تتحدد رتبة التماثل للمحور بعدد المرات (n) التي تكـــرر فيها البلورة وضعها خلال دورة كاملة. فعلى سبيل المثال، إذا أدرنا أي جسم غير متماثل حول أي محور فإن الجسم سوف يعود إلى وضعه الأصلي (وضع مماثل) بعد 360^{o}، أي بعد دورة واحدة ويسمى محور التماثل، في هذه الحالة، محور تماثل من الرتبـــة الأولـــى (n=1). ويقال أن محور التماثل من الرتبة الثانية إذا تكرر وضع الجسم أو البلورة مرتين عند الدوران حوله دورة كاملة وهكذا، كما هو مبين بالشكل 2–18. تعرف رتبة التماثـــل بأنها عدد المرات التي يكرر الجسم أو البلورة نفسها عند دورانها حـــول المحـــور دورة كاملة، أي أن $n=\frac{2\pi}{\theta}$، حيث θ هي الزاوية التي يكرر الجسم نفسه عندها.



الشكل 2–18 تماثل الجسم حول محور.

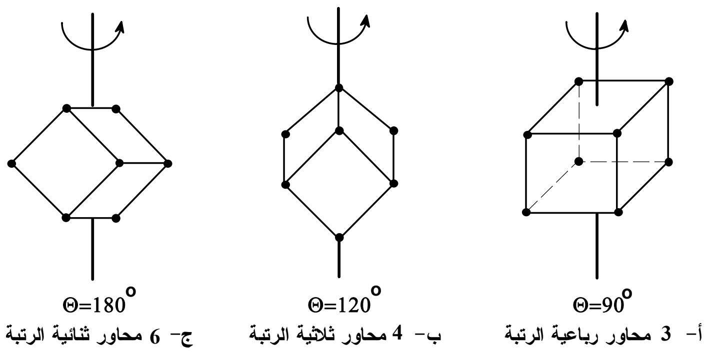
وقد وجد أن رتبة التماثل، n، تأخذ فقط قيم عدديـــة صـــحيحة (1، 2، 3، 4 و 6 فقط). لاحظ غياب الرقم 5. يبين الشكل 2–19 أنواع ورموز محاور التماثل ذات الرتب المختلفة.



الشكل 2-19 أنواع ورموز محاور التماثل البلوري.

وفى ضوء ما سبق، يكون لفصيلة المكعبى ثلاثة عشر محور تماثل، كما هو مبين الشكل 2-20، وبياناتها كالأتي :

- عدد 3 محاور من الرتبة الرابعة يصل كل منها بين مراكز الأوجه المتقابلة (الجزء-أ من الشكل 2-20).
- عدد 4 محاور من الرتبة الثالثة يصل كل منها بين زاويتين مجسمتين متقابلتين (الجزء-ب من الشكل 2-20).



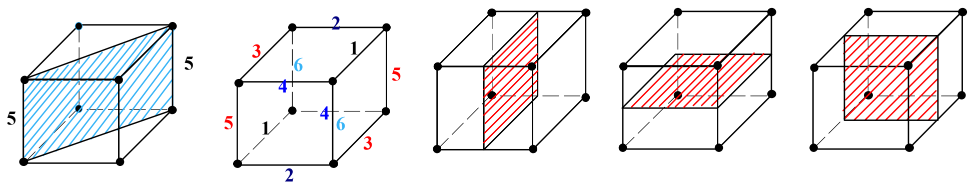
الشكل 2-20 محاور التماثل في فصيلة المكعبى.

- عدد 6 محاور من الرتبة الثانية يصل كل منها بين النقطتين المنصفتين لحرفين متقابلين (الجزء-ج من الشكل 2-20).

2-6-2 مستوى التماثل PLANE OF SYMMETRY

يعرف مستوى التماثل بأنه المستوى الذي يقسم البلورة إلـــى نصـــفين متســـاويين

ومتشابهين بشرط أن يكون أحد النصفيين صورة مرآة للنصف الأخر. ويلاحظ أن كل نقطة أو حرف أو وجه أو زاوية مجسمة على أحد جانبي مستوى التماثل يقابلها نقطة أو حرف أو وجه أو زاوية مجسمة على الجانب الأخر من مستوى التماثل. وفي ضوء ما سبق فإنه يكون لفصيلة المكعبى تسعة مستويات تماثل، كما هو مبين بالشكل 2–21، وبيانها كالأتي:



ب– ستة مستويات تماثل

أ– ثلاث مستويات تماثل

الشكل 2–21 مستويات التماثل في فصيلة المكعبى.

– عدد ثلاث مستويات تمر بمركز البلورة وتوازى أوجه المكعب، كما فى الشكل 2–21(أ).

– عدد ستة مستويات تمر بمركز البلورة وكل مستوى منها يصل بين حرفين متقابلين، كما بالشكل 2–21(ب).

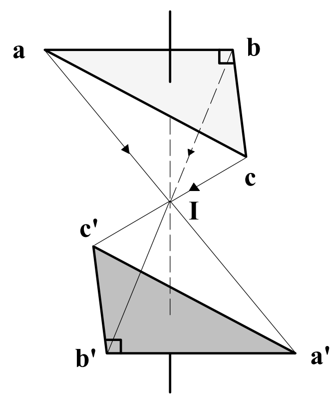
2–6–3 مركز التماثل CENTER OF SYMMETRY

مركز التماثل هو نقطة وهمية متوسطة في البلورة تتميز بأن أي وجهين أو حرفين أو زاويتين مجسمتين تتماثلان عبر هذه النقطة.

2–6–4 مركز الانقلاب CENTER OF INVERSION

يقال أن للبلورة مركز انقلاب إذا وجدت فيها نقطة تماثل انقلابي بشرط أن تظل

الخلية كما هي عند أجراء الانتقال الرياضي $\vec{r} \to -\vec{r}$ عليها. يبين الشكل 2-22 أن المثلث abc ينطبق على نفسه بعملية انقلاب عبر مركز الانقلاب I فيتحول إلى المثلث $a'b'c'$. يقال في هذه الحالة أن المثلث متماثل تماثلا انقلابيا عبر مركز التماثل I. تكون جميع الشبيكات البرافية متماثلة الانقلاب ويمكن رؤية هذه الحقيقة بالرجوع إلى الشكل 2-22 أو بملاحظة أن لكل متجه انتقالي $\vec{R}_n = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c}$ يوجد متجه معكوس $\vec{R}_n = -\vec{R}_n = -n_1\vec{a} - n_2\vec{b} - n_3\vec{c}$. كما يمكن أن يوجد مركز انقلاب للشبيكة غير البرافية ويعتمد ذلك على تماثل الأساس.



الشكل 2-22

2-6-5 مستوى الانعكاس PLANE OF REFLECTION

مستوى الانعكاس في البلورة هو المستوى الذي يمكن أن يحدث (إجراء) عنده انعكاس للبلورة وتظل كما هي. لاحظ أنّ المستوى m، في الشكل 2-18(و) هو مستوى تماثل انعكاسي، أي أن الجسم ينطبق على نفسه بواسطة عملية انعكاس على هذا المستوى. ويمكن القول أن مستوى الانعكاس هو في الحقيقة مستوى تماثل. لاحظ أن ثلاثي الميل ليس له مستوى انعكاس، بينما يكون لأحادي الميل مستوى واحد في منتصف

المسافة بين القاعدتين وموازيا لهما ويكون للمكعب تسعة مستويات انعكاسية كما بينا مـــن قبل.

2-6-6 محور الدوران AXIS OF ROTATION

يعرف محور الدوران بأنه المحور الذي إذا دارت حوله البلورة بزاوية ما تظـــل البلورة كما هي، تماما كما في حالة محور التماثل. أي أن كل محور تماثل هـــو محـــور دوراني.

2-6-7 مستوى الانزلاق SLIPPING PLANE

يوجد مستوى الانزلاق في البلورة عندما يتحـــدد مســـتوى الانعكـــاس بالانتقـــال الموازى لهذا المستوى بحيث يصل التركيب إلى تطابق ذاتي بواسطة الحركة والانعكاس عبر مستوى معين. ومما سبق يمكن القول بأن للمكعب 23 عنصر تماثل وبياناتها كالأتي :-

- عدد 13 محور تماثل: 3 محاور رباعية، 4 محاور ثلاثية و 6 محاور ثنائية.
- عدد 9 مستويات تماثل: 3 عمودية على الأوجه و 6 قطرية تصل بين الأحرف.
- مركز تماثل واحد.

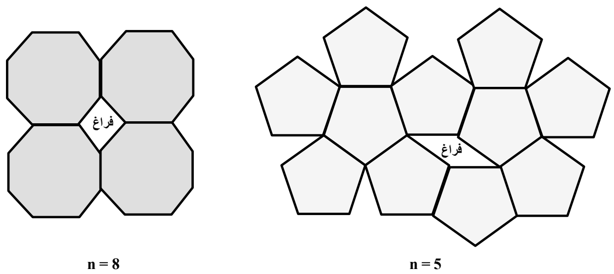
2-6-8 حول رتبة التماثل ABOUT SYMMETRY ORDER

في الشبكات البلورية لوحظ عدم وجود محاور تماثل (تماثل) ذات الرتبة 5، 7 أو 8 ...الخ. التماثل الخماسي ($n = 5$)، مثلا، يمكن أن يكون موجودا للجزيئات أو لأشـــياء

أخرى خلاف الشبكات البلورية. يرجع ذلك إلى عدم إمكانية ملــئ أي مســتوى بلــوري بخلايا أولية خماسية أو سباعية أو ثمانية .... الأضلاع من دون ترك فواصل فارغة فيما بينها أو من دون تراكبها بعضها على بعض، كما يتضح في الشكل 2−23. فلكي يغطــى المستوى البلوري بمضلعات (خلايا أولية) عدد أضلاع أي منها n يجب أن تكون الزاوية المحصورة بين أي ضلعين عدد صحيح من 2π (أي تساوى $\frac{2\pi}{p}$، حيث p عدد صحيح). وبما أن زاوية المضلع تساوى $\frac{\pi(n-2)}{n}$، إذن $\frac{\pi(n-2)}{n}=\frac{2\pi}{p}$ ، وبالتالي نجــد $p=\frac{2n}{n-2}$

وتكون p عدد صحيح عندما تكون n =3، 4، 6 (أو عندما لا تساوى 5، 7، أو 8). وبناء على هذا فليست كل أنواع محاور التماثل موجودة في الشبكات.

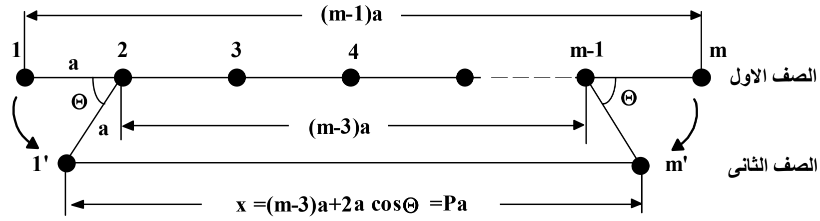
يمكن إثبات أن رتبة التماثل n تأخذ القيم 1، 2، 3، 4 و 6 فقط وذلــك باعتبــار شبيكة نقطية في بعدين كما هو موضح بالشكل 2−24.



الشكل 2−23

يتضح من الشكل أن الذرات تحتل مواضع النقاط الشبيكية بحيث أن المسافة بــين أي ذرتين هي a وبالتالي تكون المسافة بين الذرة رقم (1) والذرة رقم (m) فــي الصــف الأول هي a(m-1). فإذا كانت الزاوية θ هي زاوية الدوران المسموح به طبقا لتماثل هــذه الشبيكة فهذا يعنى أن الذرة رقم (1) إذا دارت عكس عقارب الساعة حول الذرة رقم (2)

بزاوية θ فإنها تصبح في الصف الثاني عند موضع الذرة رقم (1′)، كما يتضح فى الشكل.



الشكل 2-24 شبيكة نقطية في بعدين.

بالمثل، إذا دارت الذرة (m) مع عقارب الساعة حول الذرة رقم (m-1) بنفس الزاوية θ فإنها تصبح في الصف الثاني عند موضع الذرة رقم (m’). وبالتالي تكون المسافة x بين الذرتين (1′) و (m′) مساوية للمقدار Pa، حيث P عدد صحيح. ومن الشكل السابق نجد أن،

$$x = (m-3)a + 2a\cos\Theta = Pa$$
$$\therefore \cos\Theta = \frac{3 + (P - m)}{2} \ ,$$

حيث $P < m$. وبما أن P عدد صحيح و m عدد صحيح أيضا، إذن (P-m) يكون عدد صحيح. لا تتحقق المعادلة السابقة خلال دورة كاملة إلا في الحالات الآتية المبينة بالجدول (2-2).

الجدول 2-2

(P-m)	Cos θ	θ	رتبة الدوران n
-1	1	0°	1
-2	½	π/3=60°	6
-3	0	π/2=90°	4
-4	-1/2	2π/3=120°	3
-5	-1	π=180°	2

ويمكن تمييز الفصائل البلورية السبعة طبقا لمحاور التماثل التي تخص كل منها

فقط كما يلي:

1- فصيلة المكعبى وتتميز بوجود أربعة محاور ثلاثية.

2- فصيلة الرباعي وتتميز بوجود محور ثلاثي واحد يميل بمقدار ثابت على المحاور البلورية.

3- فصيلة المستطيل القائم وتتميز بوجود ثلاث محاور ثنائية فقط.

4- فصيلة الثلاثي وتتميز بوجود محور رباعي واحد فقط.

5- فصيلة أحادى الميل وتتميز بوجود محور ثنائي واحد فقط ولا يوجد محور تماثل برتبة اكبر من ذلك.

6- فصيلة ثلاثي الميل وتتميز بعدم وجود أي محور تماثل.

7- فصيلة السداسي وتتميز بوجود محور سداسي واحد فقط.

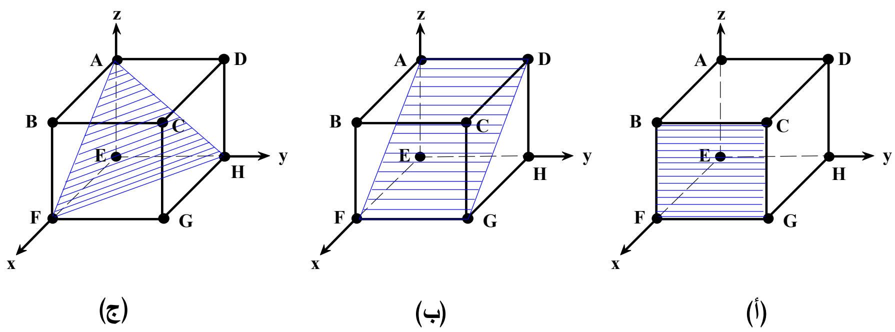
2-7 أنظمة المستويات المهمة في فصيلة المكعبى

IMPORTANT PLANE SYSTEMS IN A CUBIC CRYSTALS

يوجد في فصيلة المكعبى ثلاث أنظمة من المستويات الذرية المهمة، حيث تتميز بأنها غنية جدا بالذرات وبالتالي يكون انعكاس الأشعة السينية (طبقا لقانون براج) على هذه المستويات أكثر كثافة لانعكاس الأشعة من غيرها من المستويات، كما سنبين فى باب لاحق. يتكون كل نظام من هذه الأنظمة من مجموعة من المستويات المتوازية تنفصل عن بعضها بمسافة ثابتة تعتمد على أبعاد البلورة وتختلف من مجموعة مستويات إلى مجموعة أخرى، كما هو مبين بالشكل 2-25. تتلخص خصائص مجموعات المستويات المهمة في

المكعب في الأتي:

(أ)- المجموعة الأولى: تتكون من أسطح المكعب (مثل المستوى ABCD على سبيل المثال) والمستويات التي توازيها، كما هو موضح بالجزء (أ) من الشكل. تكون المسافة بين هذه المستويات هي $d_1 = a$، حيث a هو طول ضلع المكعب.



الشكل 2-25 المستويات المهمة في فصيلة المكعبى

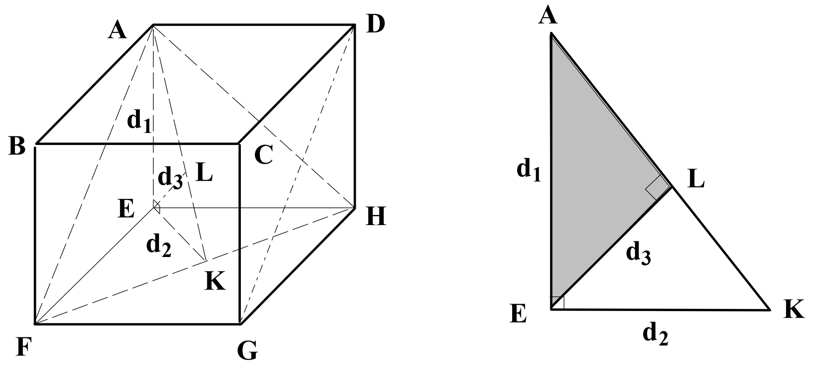
(ب)- المجموعة الثانية: هي مجموعة المستويات المتوازية التي تمر بمركز المكعب وتصل بين حرفين متقابلين في المكعب، مثل AFGD كما هو موضح بالجزء (ب) من الشكل. تميل هذه المستويات بزاوية 45° على المستويات المناظرة في المجموعة الأولى. تكون المسافة بين هذه المستويات هي d_2.

(ج)- المجموعة الثالثة: هي مستويات مثلثية متوازية مثل المستويات التي توازى المستوى AFH المبين في الجزء (ج) من الشكل. المسافة بين هذه المستويات تساوى d_3.

يمكن تعيين المسافات d_1، d_2 و d_3، بالرجوع إلى الشكل 2-26، على النحو التالي : بما أن المسافة بين مستويات الأوجه مثل ABCD و EFGH هي d_1 فإن المسافة

بين المستويات المتوازية مثل AFGD والتي تميل بزاوية 45° على مستويات المجموعـــة الأولى هي d_2، حيث

$$d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}}.$$ 2-3



الشكل 2–26 إيجاد المسافات بين المستويات.

يمثل المثلث AFH مستويات المجموعة الثالثة حيث تكون المسافة بين مســتويات هذه المجموعة المتوازية هي d_3. يمكن إيجاد المسافة d_3 برسم المثلث AEK كما بالشكل السابق، حيث EK يكون عمودي على FH، و $\mathrm{EL} = d_3$ يكون عمودي على AK.

من تشابه المثلثين ELK و AEK نجد أن

وبالتالي
$$\frac{\mathrm{EL}}{\mathrm{EK}} = \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AK}}$$

أو
$$\frac{\mathrm{d}_3}{\mathrm{d}_2} = \frac{\mathrm{d}_1}{\sqrt{\left(\mathrm{d}_1^2 + \mathrm{d}_2^2\right)}}$$

$$\mathrm{d}_3 = \frac{\mathrm{d}_1\mathrm{d}_2}{\sqrt{\left(\mathrm{d}_1^2 + \mathrm{d}_2^2\right)}}$$

$$\because \mathrm{d}_2 = \frac{\mathrm{d}_1}{\sqrt{2}}$$

مما سبق نحصل على

$$d_3 = \frac{d_1^2}{\sqrt{2}.\sqrt{\left(d_1^2 + \frac{1}{2}d_1^2\right)}} = \frac{d_1}{\sqrt{3}} \qquad 4\text{-}2$$

ويمكن كتابة النسب بين المسافات الثلاثة d_1 و d_2 و d_3 على النحو الآتي،

$$\frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3} = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} \qquad 5\text{-}2$$

وبنفس الطريقة السابقة، في حالة المكعب المتمركز الجسم، BCC، يمكن إثبات أن

$$\frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3} = 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : \sqrt{3} \qquad 6\text{-}2$$

وفى حالة المكعب المتمركز الأوجه، FCC، يمكن إثبات أن

$$\frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3} = 1 : \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad 7\text{-}2$$

وقد تمكن العالم براج بواسطة تجارب تشتت الأشعة السينية باستخدام بلورات مختلفة من إثبات صحة العلاقات السابقة، وقد استخدمت هذه العلاقات للتعرف على شكل الخلايا المكعبة وتحديد ما إذا كانت خلايا بسيطة أم متمركزة الجسم أو الأوجه.

8-2 أدلة ميلر MILLER'S INDICES

تختلف الظواهر الفيزيقية في المواد البلورية (وبالتالي الخصائص) تبعا لاختلاف الاتجاهات أو المستويات البلورية وذلك نظرا لعدم تجانس خواص البلورة في الأبعاد الثلاثة. لذلك، فإنه من المهم عند وصف ظاهرة فيزيقية معينة أن نحدد الاتجاهات أو المستويات البلورية التى تقاس فيها الظاهرة. وقد أمكن وصف المستويات البلورية والاتجاهات بأدلة عددية تسمى أدلة ميلر (نسبة العالم الانجليزى ميلر ويشار إلى هذه الأدلة أحياناً بالمعاملات أو القرائن). سنعرض فيما يلى طريقة تعيين أدلة ميلر وسنبين

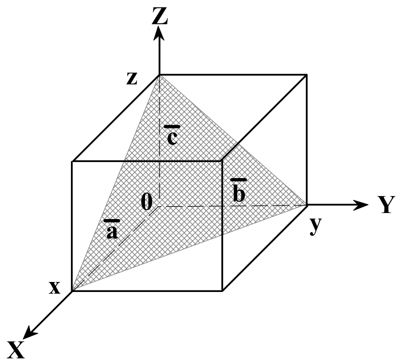
كيف أنه بواسطة هذه الأدلة، يمكن رسم أو تمييز مستوى معين فى البلورة عن مستوى أخر.

2-8-1 أدلة ميلر للمستويات البلورية MILLER'S INDICES FOR CRYSTAL PLANES

يمكن وصف المستويات البلورية بواسطة مجموعة من الأدلة العددية وضعها العالم الأنجليزى ميلر عام 1800. يمكن تعريف أدلة ميلر للمستوى بأنها مجموعة مكونة من ثلاثة أرقام تصف مكان واتجاه المستوى في البلورة. يمكن تعيين أدلة ميلر بإتباع الخطوات التالية وبالإشارة إلى الشكل 2-27 :-

1- نفترض أن المحاور الكارتيزية تتطابق مع متجهات الأساس للبلورة (أحرف البلورة) ويكون رأس البلورة هو بمثابة نقطة الأصل للمحاور، كما بالشكل.

2- نفترض أن نقاط تقاطع المستوى مع المحاور على امتداد متجهات الأساس $\vec{c},\vec{b},\vec{a}$ هي x و y و z. تكون x عبارة عن مضاعف كسرى من a وتكون y عبارة عن مضاعف كسرى من b وتكون z عبارة عن مضاعف كسرى من c.

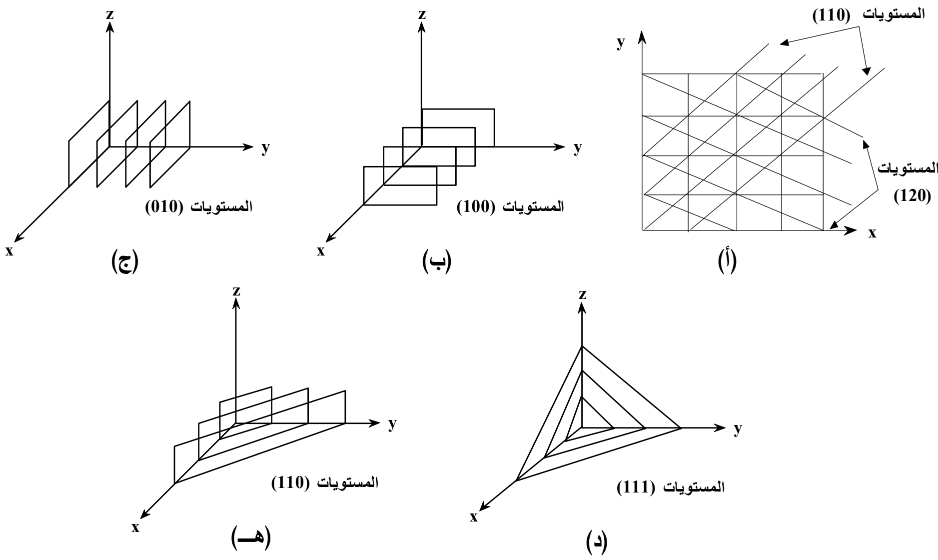


الشكل 2-27

3- نكون مجموعة الأعداد الكسرية على النحو $(\frac{z}{c}$ و $\frac{y}{b}$ و $\frac{x}{a})$.

4- نأخذ مقلوب مجموعة الأعداد السابقة لنحصل على ($\frac{c}{z}$ و $\frac{b}{y}$ و $\frac{a}{x}$)، ثم نختزل هذه المجموعة إلى اصغر قيم للإعداد وذلك بالضرب في اصغر عامل مشترك للمقام.

5- تسمى المجموعة الأخيرة التي نحصل عليها بأدلة ميلر للمستوى وتكتب على الصورة (hkl). يبين الشكل 2-28 العديد من الأمثلة لتعيين أدلة ميلر للمستويات البلورية الموضحة بالشكل.



الشكل 2-28 أمثلة لتعيين أدلة ميلر لمستويات بلورية.

عند وصف المستويات البلورية بواسطة أدلة ميلر يجب اخذ الملاحظات الآتية في الاعتبار :

1- جميع الخواص تكون متساوية بين المستويات المتوازية ذات اتجاه معين ويكون لها نفس أدلة ميلر.

2- لا تحدد أدلة ميلر مستوى معين فقط بل تصف أيضا مجموعة المستويات الموازية له.

3- المستوى الموازى لأي إحداثي والذي له فاصل يساوى ∞ يكون له معامل ميلر على هذا المحور يساوى صفر.

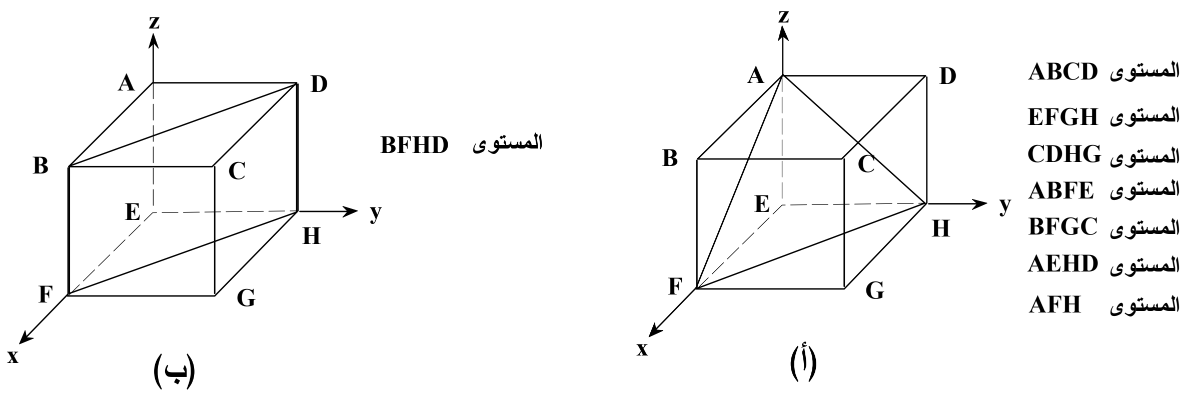
4- النسبة بين الأدلة هي العامل المهم وليس قيمة المعامل نفسه، فالمستوى (622) هو نفسه المستوى (311).

5- تقطع المستويات المتوازية والموازية لمستوى معين المحاور الثلاثة في مضاعفات صحيحة لتقاطع هذا المستوى، وبالتالي يكون لهذه المستويات نفس أدلة ميلر للمستوى الأول وتكتب على الصورة $\langle hkl \rangle$.

6- تدل الإشارة السالبة التي توضع أعلى المعامل على أن الأجزاء المقطوعة من المحاور تكون في الاتجاه السالب من نقطة الأصل.

مثال 2-2

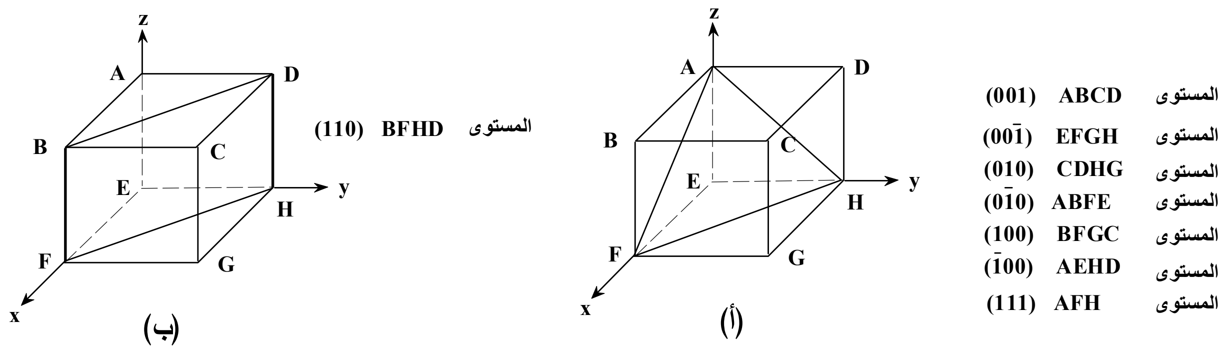
عين أدلة ميلر للمستويات المبينة في الشكل 2-29.



الشكل 2-29

الحل

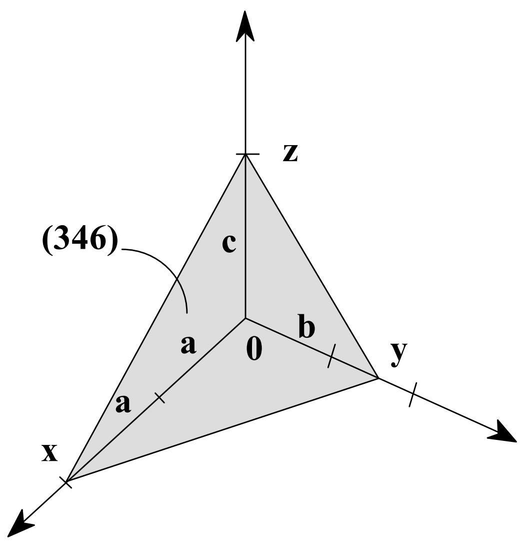
بإتباع نفس الخطوات المذكورة في السابق يمكن تعيين أدلة ميلر على النحو المبين في الشكل 2–30.



الشكل 2–30

مثال 2–3

عين أدلة ميلر للمستوى المبين في الشكل 2–31.



الشكل 2–31

الحل

بالرجوع إلى الشكل 2–31 نجد أن $x = 2a$ و $y = \frac{3}{2}b$ و $z = c$. لتعين أدلة ميلـــر

للمستوى المبين، نكون أولا مجموعة الأعــداد $\left(\frac{x}{a},\frac{y}{b},\frac{z}{c}\right)=\left(2,\frac{3}{2},1\right)$، ثــم نعكســها فنحصل على $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3},1\right)$، وأخيرا نضربها في اصغر عامل مشترك للمقام (وهو 6) نحصل على أدلة ميلر للمستوى على النحو $(hkl)=(346)$.

مثال 2-4

إذا كان مستوى يقطع المحاور الثلاثة عند القيم $\frac{a}{2},\frac{b}{2},\frac{3c}{4}$، أوجد أدلة ميلــر لهــذا المستوى.

الحل

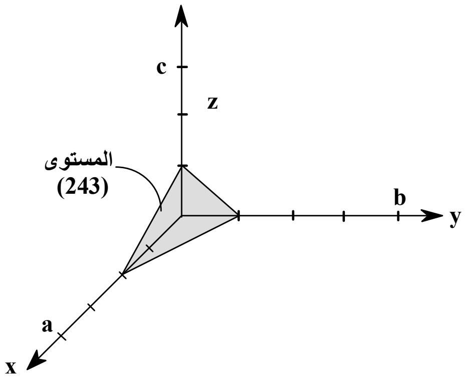
تكون النسب العددية هي $\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{3}{4}$ وتكون مقلوبات هذه النسب هي $2,2,\frac{4}{3}$ أو (664) وهى تكافئ (332)، وتكتب أدلة ميلر لهذا المستوى على الصورة (332).

مثال 2-5

إذا قطع مستوى ما فى البلورة نصف وحده خلية في اتجاه محور الأساس a و ربع وحده خلية في اتجاه محور الأساس b و ثلث وحده خلية في اتجاه محور الأساس c. أرسم هذا المستوى ثم أوجد أدلة ميلر له.

الحل

تكون الأجزاء المقطوعة من المحاور الثلاثــة هــي $\frac{1}{2}a,\frac{1}{4}b,\frac{1}{3}c$، وبإتبــاع نفــس الخطوات المذكورة في المثال السابق، تكون الأدلة العددية هي $2,4,3$ وبذالك تكون أدلــة ميلر هي (243). يبين الشكل 2-32 رسما للمستوى المطلوب.



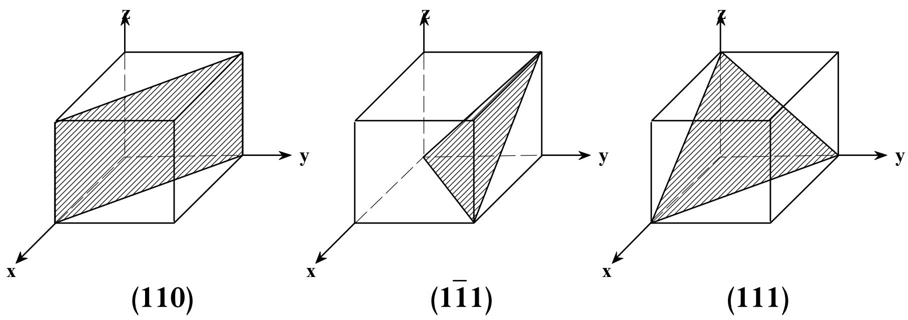
الشكل 2– 32 رسم للمستوى (243).

مثال 2–6

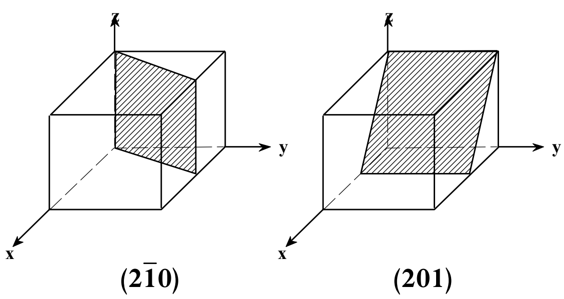
أرسم المستويات (110)، $(1\bar{1}1)$، (111)، $(2\bar{1}0)$، و (201) فـــي خليـــة المكعـــب البسيط.

الحل

تكون المستويات المطلوبة كما هي مبينة في الشكل 2–33.



الشكل 2–33 رسم للمستويات المطلوبة في المثال 2–6.



تابع الشكل 2–33 رسم للمستويات المطلوبة في المثال 2–6.

مثال 2-7

وضعت بلورة احد الخامات من فصيلة المكعبى في مطياف الأشعة السينية فكانت فواصل (المسافات الفاصلة بين أوجه البلورة c,b,a مقاسه بالانجستروم على النحو المبين بالجدول 2-3. أوجد أدلة ميلر لهذه الأوجه.

الجدول 2-3

الأوجه	a	b	c
1	0.287	1.0	0.251
2	-0.287	1.0	∞
3	∞	3.0	0.125
4	0.287	∞	∞
5	0.899	2.0	0.125
6	0.574	∞	0.125

الحل

نظرا لأن فواصل أوجه البلورة تكون مضاعفات أو قواسم للمستوى العشوائي (111) فإنه تكون الفواصل a,b,c للبلورة هي 0.287 و 1.0 و 0.251 على نحو الترتيب ويمكن، كالعادة، كتابة الفواصل a,b,c المسجلة في الجدول السابق على النحو التالي في الجدول 2-4.

الجدول 2-4

الأوجه	a	b	c
1	1	1	1
2	-1	1	∞
3	∞	3.0	½
4	1	∞	∞
5	3	2.0	½
6	2	∞	½

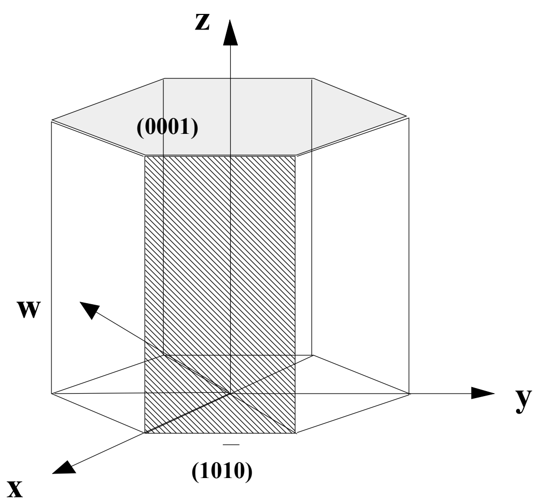
وتكون مقلوبات هذه الأرقام والتي تمثل أدلة ميلر على النحو التالي:

الأوجه	a	b	c	أدلة ميلر
1	1	1	1	(111)
2	-1	1	0	$(\bar{1}10)$
3	0	1/3	2	(016)
4	1	0	0	(100)
5	1/3	$1/2$	2	$(23\ 12)$
6	$1/2$	0	2	(104)

2-8-2 أدلة ميلر في فصيلة السداسي

لفصيلة السداسي أربعة محاور بلورية: ثلاث منها في مستوى واحد (مستوى السطح العلوي أو مستوى القاعدة) والمحور الرابع عمودي على هذا المستوى. وبالتالي يرسم الشكل السداسي في الفراغ بدلالة محاور أربعة هي x و y و w و z وتكتب أدلة ميلر على الصورة $(hkil)$. الأدلة h و k و i و l تمثل المحاور x و y و w و z على وجه الترتيب. وحيث انه يمكن إثبات العلاقة $h+k+i=0$، وأن السطح العلوي للشكل السداسي يقطع المحاور x, y, w في ما لانهاية ويقطع محور z بمقدار وحدة الخلية، فإن أدلة ميلر لهذا السطح تكون (0001). وعلى سبيل المثال، تكون أدلة ميلر لهذا السطح السفلى (القاعدة) هي $(000\bar{1})$، كما هو مبين بالشكل 2–34.

الوجه الجانبي المظلل في الشكل يقطع المحاور x, y, w, z في $1, \infty, -1, \infty$ على وجه الترتيب، ولهذا فإن أدلة ميلر لهذا الوجه تكون $(10\bar{1}0)$.



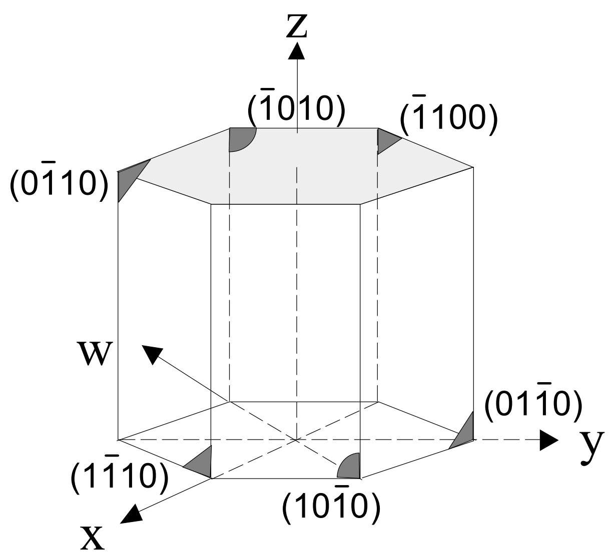
الشكل 2-34 أدلة ميلر لفصيلة السداسي.

مثال 2-8

عين أدلة ميلر للأوجه الستة الرأسية للشكل السداسي.

الحل

بإتباع نفس الطريقة السابقة تكون أدلة ميلر للأوجه الرأسية في الشكل السداسي كما هي مبينة في الشكل 2-35.



الشكل 2-35

مثال 2–9

أثبت أنه عند استخدام أدلة ميلر لفصيلة السداسي (hkil) يكون $h+k+i=0$.

الحل

بالرجوع إلى الشكل 2–36 يتضح أن، مساحة المثلث OAC + مساحة المثلث OBC = مساحة المثلث OAB (باستخدام حساب المتجهات، حيث أن مساحة المثلث المتكون من متجهين $\vec{A}\,\&\,\vec{B}$ بينها زاوية θ تساوى $\frac{1}{2}\left|\vec{A}\wedge\vec{B}\right| = \frac{1}{2}\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right| \operatorname{Sin}\theta$) فإننا نحصل على،

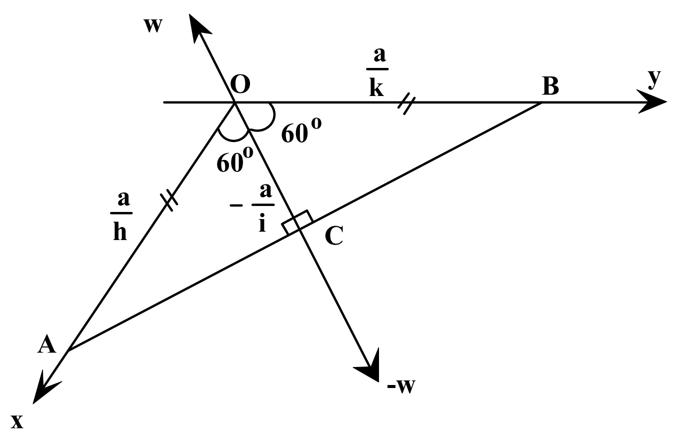
$$\therefore \frac{1}{2}\left(-\frac{a}{i}\right)\left(\frac{a}{h}\right).\operatorname{Sin}60^\circ + \frac{1}{2}\left(-\frac{a}{i}\right)\left(\frac{a}{k}\right)\operatorname{Sin}60^\circ = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{k}\right)\left(\frac{a}{h}\right)\operatorname{Sin}120^\circ .$$

$$\therefore -\frac{1}{i}\left[\frac{1}{h}+\frac{1}{k}\right] = \frac{1}{hk}$$

بالضرب في ihk نحصل على

$$\therefore h+k+i=0$$

ويمكن الحصول على نفس النتيجة عند تصور أن طول الضلع OC يساوى $-\frac{a}{i}$ لأنه على امتداد المحور W في الاتجاه السالب.



الشكل 2–36