كلية العلوم

القسم : **علم الحياة**

السنة : **الاولى**

المادة : فيزياء حيوية

المحاضرة : الأولى/نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Z مكتبة

الفصل الأول

وحدات القياس في الفيزياء

والارتياب في القياس

أولاً: الكميات الفيزيائية :

الكميّة الفيزيائيّة هي الصفة الفيزيائية القابلة للقياس. على سبيل المثال، اللون لا يُعتبر كميّة فيزيائيّة، ولكن شدّة اللون أو طول موجة اللون تُعتبر كميات فيزيائية، وذلك لأنها صفات يمكن قياسها (قابلة للقياس).
هناك نوعان من الكميات الفيزيائية:

1. **الكميات الفيزيائية الأساسية:**
هي كميات معرفة بذاتها ولا تعتمد على غيرها في تعريفها. وهذه الكميات هي:

الطول L ،الكتلة m، الزمن t ، شدة التيار الكهربائي I، درجة الحرارة T، كمية المادة n ،شدة الإضاءة I_v، الزاوية المستوية θ، الزاوية المجسمة Ω

2. **الكميات الفيزيائية المشتقة:**
هي كميات تعتمد على الكميات الأساسية في تعريفها. **ومن أمثلة ذلك:**

المساحة S ،الحجم V،السرعة الخطية $\vec{\vartheta}$ ، السرعة الزاوية w، التواتر f، الكثافة ρ ، التسارع $\vec{a}$، القوة $\vec{F}$، الضغط P ،التدفق Q ...إلخ.

ثانيًا: نظم الوحدات

1. **نظام الوحدات الدولي:(S. I)**

اقتُرح من قبل اللجنة العالمية للأوزان والمقاييس، **ويتكون من سبع وحدات أساسية ووحدتين إضافيتين:**

السبع وحدات أساسية هي: المتر m ،الكيلو غرام Kg، الثانية s ، الأمبير A، الكلفن K°، المول mol ، الكانديلا Cd.

والوحدتان المضافتان هما:

- ✓ الراديان rad : وحدة لقياس الزاوية المستوية.
- ✓ الستيراديان Sr : وحدة لقياس الزاوية المجسمة.

2. **نظام الوحدات السغثية:(CGS)**

اقتُرح من قبل اللجنة البريطانية لتطوير العلوم، **ويتكون من ثلاث وحدات** هي:

- ✓ السنتيمتر Cm : وحدة لقياس الأطوال
- ✓ الجرام g : وحدة لقياس الكتلة
- ✓ الثانية s : وحدة لقياس الزمن

ويُستخدم هذا النوع من نظم القياس في المختبرات الكيميائية.

ثالثاً: المضاعفات والأجزاء

في بعض الحالات، يتم التعبير عن بعض الكميات الفيزيائية على شكل مضاعفات أو أجزاء من وحدة القياس الأساسية المعتمدة لها. فعندما تكون الكمية كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا بالنسبة للوحدة الأساسية، تُستخدم مضاعفات للوحدة (مثل الكيلو، الميجا...) أو أجزاء منها (مثل الميلي، الميكرو...) لتسهيل التعبير عنها وكتابتها بشكل أكثر ملاءمة ودقة.

ويوضح الجدولان التاليان الأجزاء والمضاعفات:

- **الأجزاء:**

المعامل	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}
السابقة	ديسي	سنتي	ميلي	ميكرو	نانو	بيكو	فيمتو	آتو
الرمز	d	C	m	μ	n	p	f	a

- **المضاعفات:**

المعامل	10^{+1}	10^{+2}	10^{+3}	10^{+6}	10^{+9}	10^{+12}	10^{+15}	10^{+18}
السابقة	ديكا	هيكتو	كيلو	ميغا	جيجا	تيرا	بيتا	اكسا
الرمز	da	h	k	M	G	T	P	E

رابعاً: معادلة الأبعاد (Dimensional Equation):

هي العلاقة التي تعبّر عن الكمية الفيزيائية من حيث أبعاد الكميات الفيزيائية الأساسية الواردة سابقاً (متر،كيلوغرام،....)

والجدول التالي يوضح كل مقدار فيزيائي ومعادلة بعده:

الكمية الفيزيائية	الطول	الكتلة	الزمن	شدة التيار الكهربائي	درجة الحرارة	كمية المادة	شدة الإضاءة
معادلة البعد	L	M	T	I	Θ	N	J

ملاحظة:

يمكن كتابة بُعد أي مقدار فيزيائي غير أساسي بدلالة أبعاد المقادير الفيزيائية الأساسية بالشكل:

$$[X] = M^{n_1}.L^{n_2}.T^{n_3}.I^{n_4}.\theta^{n_5}.N^{n_6}.J^{n_7}$$

حيث إن:

$n_1, n_2, n_3., \dots..$ أعداد حقيقية.

- ✓ عملية تحديد الأعداد الحقيقية السابقة تُدعى **التحليل البُعدي** للمقدار $[X]$
- ✓ عندما تكون الأعداد الحقيقية السابقة معدومة، يكون $[X] = 1$ نقول عندئذٍ إن المقدار الفيزيائي **عديم البُعد**.
- ✓ الزاوية المستوية **عديمة البُعد**، بينما نرمز لبُعد الزاوية المجسمة بـ Sr.

تكمن فائدة معادلة الأبعاد فيما يلي

1) الوصول إلى وحدة المقدار الفيزيائي.
2) الاستفادة في استنباط القوانين الفيزيائية .
3) التأكد من صحة أي قانون فيزيائي.

تجدر الإشارة إلى أن **بُعد** الدوال الأسية واللوغاريتمية والمثلثية، وغيرها من هذه الدوال بالإضافة إلى الثوابت، **يساوي الواحد**.

$$\sin[\alpha] = 1 \,\&[\alpha] = 1 \,;\ [e^{x}] = 1 \,;\, [Ln\, x] = 1 \,;\, [8] = 1;[\pi] = 1$$

تطبيق:

أوجد معادلة الأبعاد ووحدة القياس لكل من المقادير الفيزيائية التالية:

السرعة الخطية / كمية الحركة الخطية / التسارع الخطي / القوة / عزم القوة / العمل / الطاقة الحركية / الاستطاعة / الضغط

وذلك في كل من الجملتين :الجملة الدولية (SI) والجملة السغثية (CGS) ، انطلاقًا من القانون الفيزيائي المناسب لكل مقدار.

الحل:

السرعة الخطية:

$$v = \frac{x}{t} \Longrightarrow [v] = \frac{[x]}{[t]} = L.T^{-1}$$

الواحدة بـــ

SI : $m.s^{-1}$

CGS : $cm.s^{-1}$

كمية الحركة الخطية:

$$p = m.v$$

$$\Longrightarrow [p] = [m].[v]$$
$$= M.L.T^{-1}$$

الواحدة بـــ

SI : $Kg.m.s^{-1}$

CGS : $g.cm.s^{-1}$

التسارع الخطي:

$$a = \frac{v}{t}$$
$$\Longrightarrow [a] = \frac{[v]}{[t]}$$
$$= L.T^{-2}$$

الواحدة بـــ

SI : $m.s^{-2}$

CGS : $cm.s^{-2}$

القوة:

$$F = m.a \Longrightarrow$$
$$[F] = [m].[a]$$
$$= M.L.T^{-2}$$

الواحدة بـ

$$\text{SI}: Kg.m.s^{-2} = N$$
$$\text{CGS}: \ g.cm.s^{-2} = dyne$$

عزم القوة:

$$\overline{\Gamma}_{\vec{F}} = r.F.\sin\alpha$$

$$: \alpha = (r \wedge F)$$

$$\Longrightarrow [\Gamma_{\vec{F}}] = [r].[F].[\sin\alpha]$$

$$\Longrightarrow [\Gamma_{\vec{F}}] = L.M.L.T^{-2}.1$$

$$= M.L^2.T^{-2}$$

الواحدة بـ

$$\text{SI}: Kg.m^2.s^{-2} = m.N$$
$$\text{CGS}: \ g.cm^2.s^{-2} = Cm.dyne$$

العمل:

$$W = F.x.\cos\theta$$
$$: \theta = (F \wedge x)$$

$$\Longrightarrow [W] = [F].[X].[\cos\theta]$$

$$[W] = M.L.T^{-2}.L$$
$$= M.L^2.T^{-2}$$

الواحدة بـ

$$\text{SI}: Kg.m^2.s^{-2} = J$$
$$\text{CGS}: \ g.cm^2.s^{-2} = erg$$

الطاقة الحركية:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Longrightarrow [E_k] = \left[\frac{1}{2}\right][m][v^2]$$

$$= 1.M.(L.T^{-1})^2$$

$$\Longrightarrow [E_K] = M.L^2.T^{-2}$$

الواحدة بـ

SI : $Kg.m^2.s^{-2} = J$

CGS : $g.cm^2.s^{-2} = erg$

الاستطاعة:

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\Longrightarrow [P] = \frac{[W]}{[t]}$$

$$= M.L^2.T^{-3}$$

الواحدة بـ

SI : $Kg.m^2.s^{-3} = \frac{J}{s} = Watt$

CGS : $g.cm^2.s^{-3} = \frac{erg}{s}$

الضغط:

$$p = \frac{F}{S}$$

$$\Longrightarrow [p] = \frac{[F]}{[S]}$$

$$= \frac{M.L.T^{-2}}{L^2} = M.L^{-1}.T^{-2}$$

الواحدة بـ

SI : $Kg.m^{-1}.s^{-2} = \frac{N}{m^2} = Pa$

CGS : $g.cm^{-1}.s^{-2} = \frac{dyne}{cm^2} = bar$

الارتياب في القياس:

1- الارتياب في القياس:

يُعرف الارتياب بأنه مقدار الانحراف عن القيمة الحقيقية، وذلك نتيجة للقياس، ونميز بين:

أولًا :الارتياب المطلق:

يُعرف من خلال العلاقة:

$$\Delta x = |x_0 - x| \qquad (1)$$

حيث إن:

x_0: هي القيمة الحقيقية للمقدار الفيزيائي.

x: هي القيمة المقاسة للمقدار الفيزيائي.

من (1):

$$\pm\Delta x = x_0 - x$$

$$\Longrightarrow\ x_0 = x \pm \Delta x \qquad (2)$$

ومن العلاقة (2) نرى أن القيمة الحقيقية للمقدار تكون أكبر أو أصغر من القيمة المقاسة بمقدار Δx.

ثانيًا :الارتياب النسبي:

يُعرف من خلال العلاقة:

$$\delta_x = |\frac{\Delta x}{x}| \qquad (3)$$

ويُعرف الارتياب النسبي المئوي من خلال العلاقة:

$$\delta_x(\%) = |\frac{\Delta x}{x}| \times 100\% \qquad (4)$$

ملاحظة:

الارتياب المطلق له نفس وحدة المقدار الفيزيائي المقاس، بينما الارتياب النسبي ليس له وحدة قياس.

2- القياس:

أولًا :قياس مباشر:

وهو عملية إجراء مقارنة بين المقدار الفيزيائي ووحدة القياس المعتمدة والمناسبة له، ويتم فيه استخدام أدوات القياس.

مثال ذلك: قياس الطول والكتلة... إلخ.

ثانيًا :قياس غير مباشر:

وهو عبارة عن محصلة لسلسلة من القياسات المباشرة.

مثال على ذلك: قياس المساحة أو الحجم من خلال قياس الأبعاد.

1.2 تقدير الارتياب في القياس المباشر:

إذا رمزنا للمقدار المقاس بـ x وإذا رمزنا لنتائج قياسه n مرة بـ : $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n$

فإننا نعرف **القيمة الوسطى** لهذا المقدار بالعلاقة:

$$\bar{x} = \frac{x_{1+}\, x_2 + \dots \dots + x_n}{n}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (5)$$

لحساب **الارتياب المطلق الوسطي** نقوم بالحسابات التالية:

$$\Delta x_1 = |\bar{x} - x_1| \;, \Delta x_2 = |\bar{x} - x_2| \,, \dots\dots\dots\dots \,, \; \Delta x_i = |\bar{x} - x_i| \,, \dots\dots\dots\dots \,, \Delta x_n = |\bar{x} - x_n|$$

فيكون:

$$\overline{\Delta x} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \cdots + \Delta x_n}{n}$$

$$\Rightarrow \overline{\Delta x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \qquad (6)$$

أما **الارتياب النسبي الوسطي** فنقوم بحسابه من العلاقة:

$$\delta_{\bar{x}} = |\frac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}}| \qquad (7)$$

والارتياب النسبي المئوي يُحسب من خلال العلاقة:

$$\delta_{\bar{x}}(\%) = |\frac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}}| \times 100\% \qquad (8)$$

ونكتب **النتيجة النهائية** للقياس بالشكل:

$$x_0 = (\bar{x} \pm \overline{\Delta x}) \qquad (9)$$

مثال:

عند قياس المقدار الفيزيائي x بشكل مباشر حصلنا على النتائج التالية:

$$x_1 = 50.44\ cm\ ;\ x_2 = 50.43\ cm\ ;\ x_3 = 50.44\ cm\ ;\ x_4 = 50.46\ cm\ ;\ x_5 = 50.48\ cm$$

والمطلوب:

احسب الارتياب المطلق الوسطي والارتياب النسبي الوسطي ثم الارتياب النسبي المئوي الذي تم ارتكابه عند قياس المقدار x.

الحل:

نحسب القيمة الوسطى للمقدار x أي:

$$\bar{x} = \frac{x_{1+}\, x_2 + \dots\dots + x_5}{5} = \frac{50.44+50.43+50.44+50.46+50.48}{5} = 50.45\ cm$$

نحسب الارتياب المطلق الوسطي، ومن أجل ذلك نحسب الارتيابات المطلقة التالية:

$$\Delta x_1 = |\bar{x} - x_1| = |50.45 - 50.44| = 0.01\ cm$$

$$\Delta x_2 = |\bar{x} - x_2| = |50.45 - 50.43| = 0.02\ cm$$

$$\Delta x_3 = |\bar{x} - x_3| = |50.45 - 50.44| = 0.01\ cm$$

$$\Delta x_4 = |\bar{x} - x_4| = |50.45 - 50.46| = 0.01\ cm$$

$$\Delta x_5 = |\bar{x} - x_5| = |50.45 - 50.47| = 0.02\ cm$$

فيكون الارتياب المطلق الوسطي:

$$\Rightarrow \overline{\Delta x} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \cdots + \Delta x_5}{5} = \frac{0.08}{5} = 0.016\ cm$$

أما الارتياب النسبي الوسطي:

$$\delta_{\bar{x}} = \left|\frac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}}\right| = \left|\frac{0.016}{50.45}\right| = 0.0003$$

أما الارتياب النسبي المئوي الوسطي:

$$\delta_{\bar{x}}(\%) = \left|\frac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}}\right| \times 100\% = 0.0003 \times 100\% = 0.03\%$$

2.2 تقدير الارتياب في القياس غير المباشر:

لتقدير الارتياب نتبع طريقة التفاضل اللوغاريتمي وتتضمن ما يلي:

1- نكتب العلاقة الرياضية (التي تعبر عن المقدار الفيزيائي المقاس) بأبسط صورة ممكنة.

2- نأخذ لوغاريتم الطرفين ونستخدم خواص اللوغاريتم.

3- نأخذ التفاضل اللوغاريتمي ($\frac{\text{تفاضل ما داخل اللوغاريتم}}{\text{ما داخل اللوغاريتم}} =$ تفاضل اللوغاريتم).

4- نخرج العوامل المشتركة إن وجدت.

5- نستبدل الرمز d بالرمز Δ، وتستبدل الإشارات السالبة بالموجبة للحصول على أكبر ارتياب ممكن.

ملاحظة:

نذكر بأهم خواص اللوغاريتم.

$$Ln\,(x, y) = Ln(x) + Ln(y)$$

$$Ln\left(\frac{x}{y}\right) = Ln(x) - Ln(y)$$

$$Ln\, x^a = a\, Ln\, x$$

مثال:

احسب الارتياب النسبي والمطلق المرتكبين في قياس حجم متوازي مستطيلات، حيث أبعاده

$$x = 1\ cm\ ;\ y = 2\ cm\ ;\ z = 3\ cm$$

بطريقة التفاضل اللوغاريتمي، وذلك بفرض أننا استخدمنا في قياس الأبعاد المسطرة العادية.

الحل:

1- نكتب علاقة الحجم بأبسط صورة ممكنة:

$$V = x.y.z$$

2- نأخذ لوغاريتم الطرفين ونستخدم خواص اللوغاريتم:

$$Ln\,V = Ln(x.y.z\,) \implies Ln\,V = Ln(x) + Ln(y) + Ln(z)$$

3- نأخذ تفاضل طرفي العلاقة الأخيرة:

$$\frac{dV}{V} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z}$$

4- لا توجد حدود مشتركة.

5- نستبدل الرمز d بالرمز Δ وتستبدل الإشارات السالبة بالموجبة:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$$

فيكون الارتياب النسبي:

$$\delta_V = |\frac{\Delta V}{V}| = |\frac{\Delta x}{x}| + |\frac{\Delta y}{y}| + |\frac{\Delta z}{z}|$$

وحيث إن $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ هي ارتيابات الجهاز المستخدم للقياس (المسطرة العادية) أو ما يعرف بـ دقة الجهاز، وهي نصف أصغر تدريجة يستطيع الجهاز قياسها.

أصغر تدريجة على المسطرة هي $1\,mm$:

$$\implies \Delta x = \Delta y = \Delta z = \frac{1}{2}(1\,mm) = \frac{1}{2}mm = 0.5\,mm$$

وعليه يكون:

الواحدات غير متجانسة (ليست واحدة) في البسط والمقام ولذلك نجعلها متجانسة

$$\delta_V = \left|\frac{\Delta V}{V}\right| = \left|\frac{\frac{1}{2}mm}{1\,cm}\right| + \left|\frac{\frac{1}{2}mm}{2\,cm}\right| + \left|\frac{\frac{1}{2}mm}{3\,cm}\right|$$

$$= \left|\frac{\frac{1}{2}mm}{10\,mm}\right| + \left|\frac{\frac{1}{2}mm}{20\,mm}\right| + \left|\frac{\frac{1}{2}mm}{30\,mm}\right|$$

$$= \left|\frac{1}{20}\right| + \left|\frac{1}{40}\right| + \left|\frac{1}{60}\right| = 0.09$$

$$\implies \delta_V = 0.09$$

أما الخطأ النسبي المئوي:

$$\delta_V(\%) = |\frac{\Delta V}{V}| \times 100\% \implies \delta_V(\%) = 0.09 \times 100\% \implies \delta_V(\%) = 9\%$$

أما الخطأ المطلق:

$$\delta_V = \frac{\Delta V}{V} \implies \Delta V = V.\delta_V$$

وعليه نكتب:

$$V = x.y.z$$

وبما أن:

$$x = 10\, mm\, ;\, y = 20\, mm\, ;\; z = 30\, mm$$

$$\Longrightarrow V = 10.20.30 = 6000\, mm^3$$

وبما أن:

$$\delta_V = 0.09$$

$$\Longrightarrow \Delta V = 6000 \times 0.09 = 540\, mm^3$$

$$\Longrightarrow \Delta V = 540\, mm^3$$

ونكتب النتيجة النهائية للقياس:

$$V_0 = V \pm \Delta V \Longrightarrow V_0 = (6000 \pm 540) mm^3$$

التمرين الأول:

عيّن أبعاد الثوابت الفيزيائية التالية ووحدة قياس كل منها في الجملتين الدولية والسغثية:

3- ثابت مرونة نابض من علاقة شدة توتر النابض التالية: $T = K.x$
4- الثابت العام للجاذبية G من عبارة قوة الجذب العام: $F = G\,\frac{m_1\, m_2}{d^2}$
حيث إن: $m_1\,, m_2$ و كتلتان، و d المسافة بينهما.
5- ثابت بلانك h من علاقة الطاقة التالية $E = h\,\upsilon$:

حيث أن: υ: التردد & E: الطاقة

التمرين الثاني:

نحدد موضع جسم مهتز معلق بنابض في لحظة ما بفاصلته:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

والمطلوب:

ما هي أبعاد كل من المقادير التالية A و w_0 و φ مع ذكر وحدة قياس كل منها في الجملة الدولية؟

التمرين الثالث:

أوجد عبارة الارتياب النسبي $\frac{\Delta X}{X}$ لكل مما يلي بطريقة التفاضل اللوغاريتمي:

1- حجم المخروط V:

$$V = \frac{4}{3}\,\pi r^2 h$$

2- المقدار S:

$$S = \frac{x}{y^2\, z}$$

3- **العمل w:**

$$W = F.L.\cos\theta$$

4- المقدار y:

$$y = 1 + \frac{a^2 - b^2}{a + b}$$

5- النواس البسيط:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

6- قوة التجاذب الكتلي:

$$F = G\frac{m_1\, m_2}{r^2}$$

حل التمارين:

حل التمرين الأول:

1- إيجاد ابعاد K و واحدة قياسه:

$$T = K.x \Longrightarrow K = \frac{T}{x} \Longrightarrow [K] = \frac{[T]}{[x]} = \frac{M.L.T^{-2}}{L} = M.T^{-2}$$

الواحدة بـ

SI : $Kg.s^{-2}$

CGS : $g.s^{-2}$

2- إيجاد ابعاد G و واحدة قياسه:

$$F = G\,\frac{m_1\, m_2}{d^2} \Longrightarrow G = \frac{F\, d^2}{m_1\, m_2} \Longrightarrow [G] = \frac{[F]\,[d^2]}{[m_1]\,[m_2]} = \frac{M.L.T^{-2}.L^2}{M.M} = M^{-1}.L^3.T^{-2}$$

الواحدة بـ

SI : $Kg^{-1}.m^3.s^{-2}$

CGS : $g^{-1}.cm^3.s^{-2}$

3- إيجاد ابعاد h و واحدة قياسه:

$$E = h\,\upsilon \Longrightarrow h = \frac{E}{\upsilon} \Longrightarrow [h] = \frac{[E]}{[\upsilon]} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{T^{-1}} = M.L^2.T^{-1}$$

الواحدة بـ

SI : $Kg.m^2.s^{-1} = \frac{J}{s}$

CGS : $g.cm^2.s^{-1} = \frac{erg}{s}$

حل التمرين الثاني:

- تحديد بعد المقدار الفيزيائي A ومن ثم وحدة قياسه:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\Rightarrow A = \frac{x}{\cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

$$\Rightarrow [A] = \frac{[x]}{[\cos(\omega_0 t + \varphi)]}$$

$$= \frac{L}{1} = L\ (m\ \text{واحدته})$$

- تحديد أبعاد المقادير الفيزيائية ω_0, φ و واحدة قياسها:

ما داخل التابع المثلثي بعده يساوي الواد (عديم البعد) بالتالي:

$$[\omega_0 t + \varphi] = 1 \;\Rightarrow\; [\omega_0 t] + [\varphi] = 1 \qquad (*)$$

وعليه من (*):

$$[\omega_0 t] = 1 \Rightarrow [\omega_0].[t] = 1$$

$$\Rightarrow [\omega_0] = \frac{1}{[t]} = 1\backslash T = T^{-1}\ (rad.s^{-1}\ \text{واحدته})$$

وكذلك من (*):

$$[\varphi] = 1\ (rad\ \text{واحدته})$$

حل التمرين الثالث:

-1

$$V = \frac{4}{3}\pi r^2 h \Rightarrow Ln(V) = Ln\left(\frac{4}{3}\pi\right) + 2Ln\, r + Ln\, h$$

$$\frac{dV}{V} = 0 + 2\frac{dr}{r} + \frac{dh}{h} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = 2\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h}{h}$$

-2

$$S = \frac{x}{y^2.z} \Rightarrow Ln\, S = Ln\, x - 2\, Ln\, y - Ln\, z$$

$$\Rightarrow \frac{dS}{S} = \frac{dx}{x} - 2\,\frac{dy}{y} - \frac{dz}{z} \Rightarrow \frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta x}{x} + 2\,\frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$$

-3

$$\Rightarrow W = F.L.\cos\theta \Rightarrow Ln\, W = Ln\, F + Ln\, L + Ln\ \cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{dW}{W} = \frac{dF}{F} + \frac{dL}{L} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}d\theta \;\Rightarrow \frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta L}{L} + \tan\theta\,\Delta\theta$$

-4

$$y = 1 + \frac{a^2-b^2}{a+b} \Longrightarrow \; y = 1 + \frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)} = 1 + a - b$$

$$Ln\, y = Ln(1 + a - b)$$

$$\Longrightarrow \frac{dy}{y} = \frac{d(1+a-b)}{1+a-b} = \frac{0+da-db}{1+a-b} = \frac{da}{1+a-b} - \frac{db}{1+a-b}$$

$$\Longrightarrow \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta a}{1+a-b} + \frac{\Delta b}{1+a-b}$$

-5

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Longrightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{l}{g} \Longrightarrow g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}$$

$$Ln\, g = Ln(4\pi^2) + Ln(l) - 2LnT$$

$$\Longrightarrow \frac{dg}{g} = 0 + \frac{dl}{l} - 2\frac{dT}{T}$$

$$\Longrightarrow \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2\,\frac{\Delta T}{T}$$

-6

$$F = G\frac{m_1\, m_2}{r^2} \Longrightarrow Ln\, F = Ln\, G + Ln\, m_1 + Ln\, m_2 - 2\, Ln\, r$$

$$\Longrightarrow \frac{dF}{F} = \frac{d\, m_1}{m_1} + \frac{d\, m_2}{m_2} - 2\frac{dr}{r}$$

$$\Longrightarrow \frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta\, m_1}{m_1} + \frac{\Delta m_2}{m_2} + 2\,\frac{\Delta r}{r}$$

انتهى الفصل الأول