كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : إحصاء رياضي

المحاضرة : الاولى/نظري/

أولاً: مقدمة في علم الإحصاء:

إنَّ أصل كلمة statistics مشتقة من اللاتينية، وهو علم التقديرات و الاحتمالات الذي يختص بجمع وتصنيف وتبويب الحقائق ومقارنة و وصف الظواهر وتفسيرها واستخلاص النتائج واتخاذ القرار على ضوء ذلك بحيث يخدم المجتمع والوطن.

- يعتبر الإحصاء ذو أهمية هامة في كافة المجالات وعلى وجه الخصوص في الأبحاث العلمية بحيث يزيد الدارسين مهارة واسعة في شتى المجالات كالطبية والعلمية والاجتماعية والإنسانية.

* يقسم علم الإحصاء إلى قسمين:

1 الإحصاء الوصفي: هو ذلك الجزء الذي يهتم بوصف طبيعة وسلوك الظاهرة من خلال جمع البيانات وتنظيمها و تبويبها وعرضها بمجموعة من الوسائل كالجداول و الرسوم البيانية واستخدام المؤشرات الإحصائية كمقاييس النزعة المركزية و مقاييس التشتت.

2 الإحصاء الاستدلالي (الإحصاء الرياضي): هو ذلك الجزء الذي يهتم بدراسة معطيات المجتمع من خلال العينة ويتخذ من تحليل المعطيات المتوفرة في العينة أساساً في تحليل بيانات المجتمع لذلك يعطي الإحصاء الاستدلالي قائماً على تقدير معالم (μ , σ^2) ومؤشرات المجتمع و ذلك من خلال اختبار الفرضيات و اتخاذ القرارات للوصول ~~للاستنتاجات~~ الاستنتاجات معينة يمكن تطبيقها في مجالات واسعة

كالتخطيط والتنمية والرعاية الصحية الصحية.

* أهم وظائف الإحصاء:

1- عرض المعطيات والحقائق.

2- تلخيص المعطيات وعرض المشاهدات

3- يساعد في وضع الأسس لمقارنة المتغيرات

4- يساعد في صياغة واختبار الفرضيات البحثية.

5- يساعد في الوصول إلى التنبؤات عن اتجاه الظاهرة مستقبلاً.

ثانياً: المتغيرات العشوائية:

عند دراسة أي ظاهرة لمجتمع ما (ليس بالضرورة مجتمع بشري) بحيث نحدد الهدف من الدراسة باستخدام متغير يعرف بالمتغير العشوائي وهو الوسيلة الرياضية التي نقرن بها أفراد المجتمع كمقياس عددي أو اسمي.

* تنقسم المتغيرات العشوائية إلى قسمين:

1- المتغيرات العشوائية المنفصلة: هي التي تكون قيمها غير قابلة للقسمة (التجزئة)

مثال: الموظفين في كلية العلوم قسم الرياضيات من الذكور والإناث

2- المتغيرات العشوائية المستمرة: هي التي تكون قيمها أعداد حقيقية تتغير ضمن مجال محدد.

مثال: وزن طفل عند الولادة، أطوال، أوزان..

مثال ①: لاختيار طالب في كلية العلوم بجامعة حمص إذا كان يسكن في المدينة الجامعية $X=1$، وإذا كان لا يسكن في المدينة الجامعية $X=0$، عدد إخوته Y وطوله بالسنتيمتر Z

X, Y, Z متغيرات عشوائية
X متغير منفصل
Y متغير منفصل
Z متغير مستمر

مثال ②: في تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية.
ليكن X هو عدد الأوجه H هو الوجه الذي نحصل عليه.

التجربة	HHH	HHT	HTT	HTH	THH	THT	TTH	TTT
قيم X	3	2	1	2	2	1	1	0

تجربة متغير عشوائي منفصل

مثال ③: نرمي قطعة نقود حتى يظهر الوجه H لأول مرة.

H
TH
TTH
TTTH
(TTTT ..... H)

تجربة متغير عشوائي مستمر وغير منتهي.

ثالثاً: تصنيف المتغيرات العشوائية:

- تعريف مفهوم الفضاء:

بالعودة للمثال الأول إن مجموع قيم Z المكنة هي طول الطالب فأي نقطة لـ Z هي فضاء التجربة لكن لا يمكن حصرة بالنقاط أما فضاء التجربة X يمكن أن يكون قابل للعد

- الفضاء المنفصل: هو فضاء العينة الذي له عدد منتهي من النقاط أو غير منتهي وهو قابل للعد.

- الفضاء المستمر: هو الذي له عدد لا نهائي من النقاط وهو غير قابل للعد.

1 التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل:
هو عبارة عن صيغة يعرض القيمة الممكنة والاحتمال الموافق لكل قيمة.

على المثال الأول:

X	0	1	2	3
$P(X=x)$ $f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

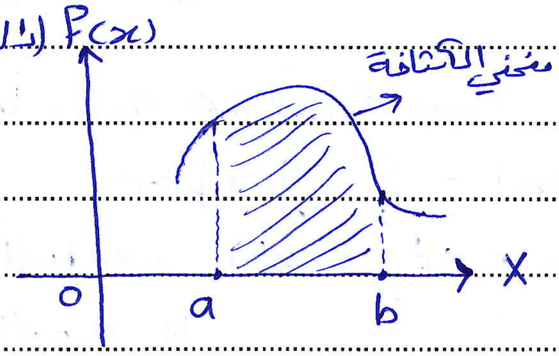
ويحقق شرطان: 1- $f(x) \geq 0$ موجب دوماً.
2- $\sum f(x) = 1$

2 التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المستمر:
الوزن - الطول - معدلات هطول المطر - درجة حرارة الجسم جميعها تمثل متغيرات عشوائية مستمرة تكون على شكل مجالات لا يمكن تخصيص احتمال لأي قيمة
لذلك لابد من التفكير في طريقة لبناء نموذج احتمالي يختلف عن المتغير العشوائي المنفصل (منحني التكرار - مضلع التكرار)
لنبدأ بالقول إذا كان تكرار ظهور القياس a أكبر من ظهور القياس b نسمي منحني التكرار بمنحني الكثافة والدالة $f(x)$ بدالة الكثافة الاحتمالية التي تمثل المساحة تحت المنحني وهنا الاحتمال واقع بين النقطتين $P(a<X<b)$
ولا يمكن أن يكون جزء من دالة الكثافة تحت المحور OX لأن

الاحتمال دائماً موجب لأنه $P(-\infty<X<\infty)=1$.

ويحقق الشرطان: 1- $f(x)\geq 0$

2- المساحة تحت منحني الكثافة تساوي 1



3 دالة التوزيع الاحتمالي:

إنّ احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي X قيمة أقل أو تساوي قيمة محددة x هو عبارة عن دالة يرمز لها $F(x)$ وتعرف بالشكل:

- متغير عشوائي مستمر: $F(x)=P(X\leq x)$

- متغير عشوائي منفصل: $F(t)=\sum_{x\leq t} f(x)$

بالعودة إلى المثال 2:

أوجد احتمال الحصول على الوجه H مرتين على الأكثر.

$$P(X\leq 2)=F(2)=\sum_{x=0}^{2} f(x)=f(0)+f(1)+f(2)$$

$$=\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{7}{8}$$

4 التوقع الرياضي:

إن التوقع الرياضي لمتغير عشوائي منفصل يأخذ الشكل:

$$E(X)=\sum_{x} x f(x)$$

يرمز للتوقع أحياناً μ ، μ_x (متوسط الأوساط، ثابت إحصائي)

إن التفسير العملي له هو متوسط القيم للمجتمع المرافق للمتغير X بالعودة للمثال (2): أوجد التوقع الرياضي:

$$E(X)=\sum_{x=0}^{3} x\,f(x)=0.\frac{1}{8}+1.\frac{3}{8}+2.\frac{3}{8}+3.\frac{1}{8}=1.5$$

* التوقع الرياضي لدالة عددية هو عبارة عن:

$$E(g(x))=\sum_{x} g(x)\,f(x)$$

مثال: أوجد التوقع الرياضي $E(x^2)$ لرمي قطعة نقود 6 مرات حتى يظهر الوجه H

X	P(X)
1	H
2	T H
3	T T H
4	T T T H
5	T T T T H
6	T T T T T H

$$E(X^2)=\sum_{x=1}^{6} x^2 f(x)$$

$$=1^2.\frac{1}{6}+2^2.\frac{1}{6}+3^2.\frac{1}{6}+4^2.\frac{1}{6}+5^2.\frac{1}{6}+6^2.\frac{1}{6}$$

$= \cancel{17}$

$=15,71$

* خواص التوقع الرياضي:

ثابت

① $E(C)=\sum c\,f(x)=c\sum f(x)=c\times 1=C$

② $E(cX)=\sum cx\,f(x)=c\sum x\,f(x)=c\,E(X)$

③ $E(g_1(x)+g_2(x)) = E(g_1(x)) + E(g_2(x))$

5 تباين وانحراف المتغير العشوائي:

إنّ تباين المتغير العشوائي يرمز له $V(x)$, σ^2 , σ_x^2

عينة (S^2)

$V(x) = E(X - E(x))^2$

$= E(X^2) - (E(x))^2$

بالعودة للمثال ② : أوجد التباين:

$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{1}{8} + 1^2 \cdot \frac{3}{8} + 2^2 \cdot \frac{3}{8} + 3^2 \cdot \frac{1}{8} = 3$

نعوض بالقانون:

$V(x) = 3 - (1.5)^2 = 0.75$

الانحراف المعياري:

$\sigma(x) = \sqrt{0.75} = 0.805$

* خواص الانحراف المعياري:

① $V(c) = E(c^2) - (E(c))^2 = c^2 - c^2 = 0$

② $V(cX) = c^2 V(X)$

③ $V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2)$

انتهت المحاضرة