



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الاولى

المادة : خوارزميات

المحاضرة : الاولى / نظري / د. د. مها

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z Facebook Group :

كلية العلوم

9

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

خوارزميات

المحاضرة الأولى

لطلاب السنة الأولى رياضيات

مدرسة المقر

د. مها وهبي

الفصل الأول

مدخل إلى الخوارزمية

1-1 مفهوم الخوارزمية

جاءت كلمة خوارزمية من اسم العالم الإسلامي محمد بن موسى الخوارزمي ، وهو رياضي من القرن التاسع الميلادي ، ومبتكر علم الجبر والمقابلة. وقد عبرت هذه الكلمة سابقا (في أوروبا) عن الحساب بالنظام العروبي، وفق المفاهيم التي وضعها الخوارزمي في علم الجبر. ومن وجهة نظر حديثة فإن كلمة خوارزمية تعني : طريقة الحل الدقيقة والمفصلة وذات الخطوات المتسلسلة لمسألة معينة أي بمعنى:العمليات اللازمة للحل وفق التسلسل اللازم لتنفيذ هذه العمليات وبشكل يؤدي بالضبط إلى حل هذه المسألة. إن ما ذكر حتى لا يعد تعريفا للخوارزمية وإنما يعطي فكرة بسيطة وغير دقيقة عن مفهوم هذه الكلمة الشاملة. ولتوضيح ذلك نورد الأمثلة التالية:

1- خوارزمية حساب دالة (تابع) رياضية:

لندرس المسألة التالية:بفرض X عددا طبيعيا ، أوجد قيمة الدالة أو التابع:

$$Y = (2x + 4) / (5x - 2)$$

واضح أن حل هذه المسألة بسيط ويمكن بسهولة إجراء العمليات الحسابية اللازمة لذلك، ولكن هل يمكن أن نجد هذه العلاقة خوارزمية ، يمكن بواسطتها حساب قيم الدالة Y لكل قيمة معطاة للمتحول x ؟
الجواب بالطبع لا، على الرغم من أن العلاقة تظهر أي العمليات يجب تنفيذها للوصول إلى الحل إلا أنها لا تعطي تسلسلا لتنفيذ هذه العمليات ، وسيكون هذا التنفيذ اختيارياً إلى حد ما . فيمكن مثلا أن نحسب البسط أولا ، ثم المقام ويمكن أن يتم العكس وفي كلتا الحالتين نحصل على النتيجة ذاتها. هذا يعني أن العلاقة تترك لنا حرية اختيار تسلسل عمليات الحل ، وبالتالي فإنها لا تعين خوارزمية.
يتطلب مفهوم الخوارزمية ، أن يحدد بالضبط ليس فقط العمليات اللازمة للحل، وإنما تسلسل تنفيذ هذه العمليات أيضا.

وحتى تعد العلاقة السابقة خوارزمية ، يلزم إضافة بعض الشروط إليها ، بحيث تعطي هذه الشروط التسلسل المتتالي لتنفيذ العمليات اللازمة للحصول على قيمة للدالة y ، انطلاقا من قيمة للمتحول x .

فيشترط مثلا : - أن نبدأ دوما بالحساب من اليسار إلى اليمين
- وأن يحسب البسط قبل المقام في الكسور

إن إضافة هذين الشرطين إلى نص العلاقة السابقة ، يعين خوارزمية الحل.
لنكتب الآن قائمة عمليات هذه الخوارزمية:

1- تحديد قيمة المتحول x

2- حساب البسط

3- حساب المقام

4- تقسيم البسط على المقام

5- إظهار النتيجة

تسمى هذه العمليات خوارزمية حل المسألة المعطاة ، وقد حددت جميع الخطوات اللازمة للحل و أعطت التسلسل اللازم.

2- خوارزمية الحساب بعدة علاقات:

لنفرض لدينا عددا حقيقيا A لا يساوي الصفر ، والمطلوب :
إيجاد قيمة الدالة $Y = A^n$ حيث n عدد صحيح.

لنعرف الأس النوني لعدد حقيقي رياضيا :

$$Y = \begin{cases} A * A * \dots * A & n > 0 \\ 1 & n = 0 \\ 1 / (A * A * \dots * A) & n < 0 \end{cases}$$

وهنا نكرر السؤال السابق ، هل تعد هذه العلاقة خوارزمية لحساب الأس النوني للعدد A ؟
الجواب : بشكل عام نقول إن هذه العلاقة تعد تعريفا رياضيا دقيقا لحساب الأس النوني الصحيح لأي عدد حقيقي A ، ولكنها لا تعد خوارزمية لحساب قيمة هذا الأس، وذلك لأنها لا تعطي تسلسلا لتنفيذ العمليات اللازمة للحل، وبالتالي فإن تسلسل العمليات متعلق بقيمة n .
في هذه الحالة لا بد أولا من اختبار العمليات اللازم تنفيذها ، ويعد عملا لا حسابيا (عملا منطيقيا) متعلق بمقارنة قيمة الأس n مع العدد صفر. وبالتالي إن خوارزمية حل المسألة ستكون من عمليات حسابية ومنطقية أيضا .

وبالتالي يمكن حل أية مسألة بواسطة مجموعة من العمليات الحسابية وأخرى

منطقية وتعد هذه الطريقة الأساس العلمي للبرمجة واخترع الحاسوب.
يقصد بالعمليات المنطقية كل عملية مقارنة بين مقدارين من نوع واحد وتجري هذه المقارنة
بواسطة إحدى هذه العمليات: ($<$ ، $< =$ ، $= >$ ، $>$ ، $> =$)
تشكل إشارة المقارنة والكميتان المقارنتان قضية منطقية، إما أن تكون صحيحة أو خاطئة.
لنعد إلى المسألة المطروحة ولنحاول كتابة الخوارزمية اللازمة لحلها:

- 1- عملية إعطاء قيمة للأس n
- 2- عملية إعطاء قيمة للأساس A
- 3- اختبار كون n سالب وبالتالي $Y=1/A.A...A$
- 4- اختبار كون n صفر $Y= 1$
- 5- اختبار كون n موجب $Y= A.A...A$
- 6- طباعة النتيجة.

3- الخوارزميات الاحسابية:

بالإضافة إلى حل المسائل الحسابية، يتم استخدام الخوارزميات وبشكل واسع في الوقت

الحالي لحل مسائل لا حسابية .

ولهذا النوع من الخوارزميات أهمية كبيرة، لأن الهدف الأول للحاسوب في وقتنا الحالي لم يعد إجراء الحسابات فقط وإنما تخزين المعلومات وتصنيفها. للتوضيح نورد المثال التالي:
دعونا نقوم بعمل خوارزمية لأبسط مثال في ترتيب الأعداد، نفترض أن لدينا قائمة تتكون من مجموعة أعداد مختلفة، أي لا يوجد عدد مكرر بينها، هذه الأعداد تسممعطيات.

لو سألت أي إنسان كيف ترتب هذه الأعداد، لكان الجواب البديهي هو:
أولاً إيجاد أصغر رقم، ثم وضعه في بداية القائمة، وبعد ذلك العثور على العدد الذي يليه ومن ثم وضعه في الخانة التالية وهكذا إلى أن يتم ترتيب جميع الأعداد.

في عالم البرمجيات تكتب الخوارزمية على النحو التالي:

- 1 - اعثر على أصغر رقم فيالمتبقي من القائمة.
 - 2-قم بعمليةتبديل مكان العدد الذي عثرت عليه مع أول عدد في القائمة المتبقية.
 - 3-عد إلىالخطوة الأولى وكرر الخوارزمية إلى أن تنتهي القائمة.
- الخوارزميات لا تقتصرعلى البرمجيات فقط وإنما هي في واقع الحياة العامة ، فعلى سبيل المثال: طهي الطعام يتطلب معرفه الخوارزمية التي على أساسها تم الوصول إلى نتيجة معينة من المذاق والشكل لطبق معين. مكونات الطبق هي بمثابة المعطيات وطريقة تحضيرها هي الخوارزمية.

تذكر أن إيجاد خوارزمية لمسألة معينة أمر يسير للغاية، ولكن إيجاد خوارزمية فعالة وسريعة ليس من السهل في كل الحالات.

نفترض أنك تريد السفر من القاهرة إلى الرياض، يمكنك فعل ذلك بإحدى هاتين الطريقتين :

- القاهرة-دمشق-الخرطوم-القاهرة-الرياض
- أو القاهرة-الرياض

قطعاً الطريقة الأولى هي حل للمسألة، ولكن الطريقة الثانية توفر الكثير من الوقت والمال، بالطبع هذا مثال مبسط جداً ولكن الأمر يختلف إذا كانت المعطيات أكثر، مثلاً لو افترضنا أنك تريد زيارة 10 عواصم عربية وتريد أنتعثر على أقصر طريق، هنا تصبح المسألة أكثر تعقيداً، ولن تستطيع بمجرد النظر على الخريطة أن تحدد مسار رحلتك.

في الواقع إن مشكلة إيجاد أقصر طريق تسمى *traveling salesperson problem* وهي من المسائل المعقدة.

عودة مرة أخرى لمشكلة ترتيب الأعداد، قد يظن البعض أن الطريقة السابقة لترتيب الأعداد هي الطريقة المثلى وربما الوحيدة، ولكن الأمر ليس كذلك فهناك العديد من الطرق ومازال البحث جارياً لإيجاد طرق أفضل وأسرع.

ومن هنا قد تتساءل: ما هي القواعد التي تحكم كفاءة خوارزمية معينة لاداء المهمة؟

هناك خمس قواعد بموجبها نستطيع أن نختار الخوارزمية المناسبة لاداء العمل المطلوب وهي على النحو التالي:

1- صحة النتيجة:

لا بد أن يكون الناتج هو الهدف الذي نصبو إليه، بمعنى أنه لا تعتبر الخوارزمية صالحة لأداء العمل طالما النتيجة غير صحيحة. للتأكد من صحة الناتج لا يكفي أن نقارن بعض الأمثلة، فقد تكون النتيجة صحيحة لهذه الأمثلة ولكن عندما نضع معطيات أخرى تعطى نتيجة غير صحيحة.

الطريقة المثلى للتأكد من صحة النتيجة هي استخدام قواعد الرياضيات للمعطيات والناتج، ومن ثم تطبيق هذه القواعد على الخوارزمية للتأكد من صحتها.

2- كمية العمل المطلوب:

كيف نقوم بقياس كمية العمل المطلوب لاداء الخوارزمية، استخدام الساعه هي الطريقة التي يعتمد عليها الكثيرون ولكنها طريقة خاطئة لأنها تختلف باختلاف نوع وسرعة الحاسوب، كذلك نوع المعطيات يؤثر على الوقت المستغرق في أداء العمل.

لذلك لا بد من أن نحلل الخوارزمية، والجزء الأهم في هذه الحالة هو الجزء الذي يتكرر بعدد المعطيات، أمثال for , loop , و while وغيرها من الحلقات وما تحتويه من أوامر هي التي تحدد كمية العمل نظراً لأنها تتكرر عدة مرات أكثر كلما كبر حجم المعطيات.

3-الذاكرة المستخدمة:

أيضاً في هذه الحالة يشرح الكثير من المبرمجين في تجربة الخوارزمية بمعطيات مختلفة، ولكن كما ذكرنا في الحالة السابقة هذه الطريقة خاطئة لأنها قد تتجح ببعض المعطيات ولكنها تقشل بمعطيات أخرى.

هنا نقوم بتحليل loop وغيرها من الحلزونيان التي تتكرر، ونقارن المتغيرات وطريقة حفظها في الذاكرة، كما أن المعطيات تلعب دوراً كبيراً فلو فرضنا أن المعطيات هي مليون عدد، السؤال هو هل يمكن حفظ الأعداد في الذاكرة بطريقة أفضل؟ هل يمكن ضغط المعطيات بحيث تأخذ حيز أقل؟

4-السهولة:

في العادة سهولة الخوارزمية شيء مطلوب، ولكن في بعض الأحيان قد تكون الخوارزمية السهلة ليست هي الفعالة، لذلك عند اختيار خوارزمية معينة لا بد أن نضع في الاعتبار كثرة استخدامها، فإذا كانت ستستخدم بطريقة مستمرة قد يكون اختيار الخوارزمية الأكثر تعقيداً هو الاختيار الأنسب.

5-المثالية :

كل خوارزمية تتطلب عدد من الخطوات التي لا بد منها، على سبيل المثال لترتيب الأعداد لا بد أن تمر على كل عدد على الأقل مرة واحدة، وكذلك لا بد من تغيير مكان الأعداد التي توجد في غير موضعها الأصلي.

ل للوصول إلى المثالية في الخوارزمية، علينا أن نركز في التقليل من الخطوات، مع الأخذ في الاعتبار أن هناك خطوات لا بد منها.

تحويل الخوارزمية إلى برنامج:

يتم تحويل الخوارزمية إلى برنامج بطريقة من اثنتين، إما أن تكون الخوارزمية سهلة التحويل بحيث لا يتطلب من المبرمج سوى كتابة الشفرة المطلوبة، بأي لغة كانت، أو أن تكون الخوارزمية معقدة وتتطلب من المبرمج اتخاذ قرارات معينة، مثلاً طريقة حفظ المعطيات ، طريقه اختيار نوع المتغيرات، بحيث تتناسب مع اللغة التي يريد أن يستخدمها.

من هذا نستخلص أن الخوارزمية لا علاقة لها بلغات البرمجة، وإنما تعتبر لغة برمجة معينة وهي مجرد أداة لتطبيق الخوارزمية.

وانطلاقاً مما ورد نبيّن بعض الخصائص الأساسية للخوارزميات:

- 1- توزيع العمليات المكونة للخوارزمية على خطوات منتهية. تهدف كل خطوة منها إلى تنفيذ عمل معين، قد يكون هذا العمل حسابياً أو منطقياً أو أية عملية إدخال أو إخراج.
- 2- يجب أن يكون عمل كل خطوة بسيطاً، وهذا يضمن التنفيذ الصحيح للخوارزمية.
- 3- تحدد الخوارزمية تسلسل تنفيذ العمليات البسيطة المكونة لها.

ويتم التنفيذ وفق القواعد الأساسية التالية:

- يبدأ تنفيذ أية خوارزمية من أول عملية في نصها.
- لا تستخدم الخوارزمية أي متحول مجهول، ما لم تتم قراءته أو إسناد قيمة إليه.
- يجب ذكر مكان الانتقال بعد كل عملية، وإذا لم يذكر ذلك يتم الانتقال مباشرة إلى العملية التالية.
- قبل انتهاء أية خوارزمية لا بد من إظهار النتائج التي تم التوصل إليها.

تعد هذه القواعد الأساسية عند كتابة أية خوارزمية، وأي خطأ يرتكب فيها يعد خطأ أساسياً مؤثراً في تقويم الخوارزمية.

وأخيراً نشير إلى أن عملية فهم المسألة المطروحة، وتصوير جميع أبعادها يؤدي إلى وضع خوارزمية صحيحة، يمكن فهمها وتنفيذها وبالتالي يصبح سهلاً تحويلها إلى لغة يفهمها الحاسوب ليتمكن من تنفيذها.

1-2 لغة الخوارزميات :

لغة الخوارزمية هي لغة مصطنعة وغير موجهة للآلة، تساعد المبرمجين على تطوير الخوارزميات، لغة الخوارزمية هي لغة مبسطة ومفهومة ولكنها ليست لغة برمجية فعلية.

لا يمكن تنفيذ البرامج المكتوبة بلغة الخوارزمية على الحاسوب، ولكنها تساعد المبرمج على التفكير في برنامجه قبل محاولة كتابته بأية لغة برمجية مثل لغة ++C أو الباسكال، لغة الخوارزمية التي سوف نعرضها هي لغة نصية أي يمكن للمبرمج كتابتها من أي محرر نصوص، ويمكن بسهولة تحويل أي نص مكتوب بعناية بلغة الخوارزمية إلى النص المرافق له بلغة برمجية.

قبل الخوض في الطرق المتبعة لكتابة الخوارزمية لا بد من أن نتذكر بعض النقاط الرئيسية في منهجية حل المسائل والتي يجب توفرها:

1- فهم المسألة وتحليلها بدقة، أي معرفة المدخلات المطلوبة ومعالجتها والمخرجات المطلوب الحصول عليها.

2- وضع تصور لحل المسألة، أي الكتابة بطريقة بسيطة ومتسلسلة تؤدي إلى الحل المنشود.

ومن أهم الطرق المستخدمة لتمثيل الخوارزمية الطرق النصية والطرق البيانية.

1-2-1 الطرائق النصية:

وهي تشكل حلا وسطا بين اللغة العربية ولغات البرمجة .

لنعرف في لغة الخوارزميات العناصر التالية:

- المتحول Variable :

وهو الغرض الذي تجري معالجته ضمن الخوارزمية، وتكون قيمته متحولة (قابلة للتغيير)، ويعرّف باسم تعريف.

- الثابت Constant :

وهو غرض قيمته غير متغيرة طول البرنامج، ويعرّف باسم تعريف.

- الصيغة Expression :

وتتألف من تركيب من المتحولات والثوابت وعمليات حسابية أو منطقية.

يمكن التعبير عن مسار الحل لمسألة أو توصيف خوارزمية بواسطة التعليمات أو الأوامر الأساسية الخمسة التالية:

1- تعليمة القراءة

2- تعليمة الكتابة

3- تعليمة الإسناد

4-التعليمة الشرطية

5-التعليمة التكرارية.

وسنشرح فيما يلي التعليمات الأساسية الخمسة السابقة:

1- تعليمة القراءة:

شكل التعليمة : اقرأ > اسم المتحول <

وتعني الطلب من الخوارزمية أن تأخذ القيمة الموجودة على الدخل وتضعها في خانة الذاكرة التي عنوانها > اسم المتحول <.

أمثلة :

- اقرأ X ضع القيمة التي تعطى من الدخل في المتحول X
- اقرأ Y,X ضع القيمتين المعطاتين من الدخل في المتحولين X,Y

2- تعليمة الكتابة:

شكل التعليمة : اكتب > صيغة <

وتعني خذ قيمة الصيغة وأظهرها على وحدة الخرج.

ويمكننا استخدام تعليمة الكتابة لإظهار قيم عدة صيغ أو متحولات وعندها نفصل بينهما بفواصل.

أما لإظهار عبارة نصية على الخرج، نضع العبارة بين علامتي تنصيص وهي تأخذ الشكل التالي:

اكتب > عبارة نصية<

أمثلة:

اكتب X اكتب محتوى المتحول X على وحدة الخرج
اكتب X+3 اكتب قيمة الصيغة الحسابية السابقة في حال x=4 ينتج على الشاشة القيمة 7.

اكتب "the result is" اكتب العبارة النصية

اكتب "the result is",X اكتب العبارة النصية وقيمة المتحول x

3- تعليمة الإسناد :

وهي إسناد قيمة صيغة لمتحول . شكل التعليمة :

< صيغة > ← < اسم المتحول >

مثال 1: ليكن لدينا متحولين x,y لهما القيم : x=5, y=10

ولنفذ تعليمات الإسناد التالية:

X ← 5

Y ← 10

Y ← Y+2*X

نتيجة التنفيذ هي Y=20

مثال 2 : احسب قيمة التابع

في حال x=4 $Y=x^2 + 2x+2$

الحل:

X ← 4 -1

Y ← $x*x+2*x+2$ -2

3- اكتب x,y

4- التعليمة الشرطية :

وفيها يجري التنفيذ بعد اختبار شرط، وترد بأحد الشكلين التاليين:

1- التعليمة الشرطية وحيدة الاختيار : وهي تأخذ الشكل التالي:

إذا < شرط > نفذ

مجموعة تعليمات < / >

وهنا يجري اختبار الشرط < شرط > فإن كان محققا تنفذ < مجموعة التعليمات > وإلا ننتقل إلى التعليمة التالية من البرنامج.

أما الشرط هو أية صيغة تقييم بكلمة صح أو خطأ وهي تتضمن الأدوات المنطقية

(> , < , = , <= , >= , <>) إضافة إلى أدوات التركيب (and,or,not).

مثال: إذا $N > 0$ نفذ

$$x \leftarrow S/N /$$

تقرأ: إذا كان N أكبر من الصفر نفذ عملية الإسناد السابقة.

2- التعليمة الشرطية الاختيارية:

تستخدم للاختيار بين طريقتين تنفذ بناء على شرط محدد. وهي تأخذ الشكل التالي:

إذا < شرط > نفذ

$$< / \text{ مجموعة تعليمات 1 } <$$

وإلا

$$< / \text{ مجموعة تعليمات 2 } <$$

إذا تحقق الشرط تنفذ مجموعة تعليمات 1 وإلا تنفذ مجموعة تعليمات 2

مثال: اكتب خوارزمية تقوم بإدخال قيمة ما وتحدد أتقع هذه القيمة ضمن المجال $[0,10]$ أم لا

الحل:

1- اقرأ x

2- إذا $(x < 10)$ and $(x > 0)$ نفذ

/ اكتب x , "تقع داخل المجال"

وإلا

/ اكتب x , "لا تقع داخل المجال"

التعليمة التكرارية :

تستخدم لتكرار مجموعة من التعليمات مادام شرط محدد محققا، أي يتكرر تنفيذ مجموعة من العمليات مادامت الصيغة المنطقية للشرط صحيحة.
لها الشكل التالي:

مادام \langle شرط \rangle كرر

\langle مجموعة تعليمات \rangle /

يجري اختبار الشرط \langle الشرط \rangle فإذا كان محققا (صحيحا) تنفذ (مجموعة التعليمات)، ويكرر الأمر، ويختبر الشرط من جديد وتنفذ مجموعة التعليمات مادام الشرط محقق. وعندما يصبح الشرط غير محقق ننتقل إلى التعليمة التالية.

ملاحظة:

مجموعة التعليمات يجب أن تتضمن بالضرورة عمليات تساهم في تغيير متحولات الشرط وإلا سنكون قد دخلنا في حلقة لا نهائية.

مثال :

لنكن لدينا سلسلة متتالية من الأعداد الصحيحة عددها n عدد والمطلوب: اكتب خوارزمية لحساب مجموع السلسلة :

الخوارزمية :

لكتابة الخوارزمية نأخذ مخزن جمعي تراكمي s ونعطيه قيمة الصفر بالإضافة إلى عداد.

1- اقرأ n

2- $0 \leftarrow I$

3- $0 \leftarrow S$

4- مادام $I \leq n$ كرر

$$\begin{array}{l} S \longleftarrow s + 1 \\ I \longleftarrow i + 1 \end{array} /$$

-5 اكتب " s = " s,

مثال 2 :

اكتب خوارزمية لحساب مربعات الأعداد من 10 إلى 25 .

$$X \longleftarrow 10 - 1$$

-2 مادام $(x \leq 25)$ كرر

$$\begin{array}{l} Y \longleftarrow x * y \\ \text{اكتب " x, " y ,} \\ X \longleftarrow x + 1 \end{array} /$$

مثال 3:

اكتب خوارزمية لإيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددتين صحيحين موجبين.

الحل:

-1 إقرأ A,b

-2 مادام $A < B$ كرر

إذا $A > B$ نفذ

$$A \longleftarrow A - B$$

وإلا

$$B \longleftarrow B - A$$

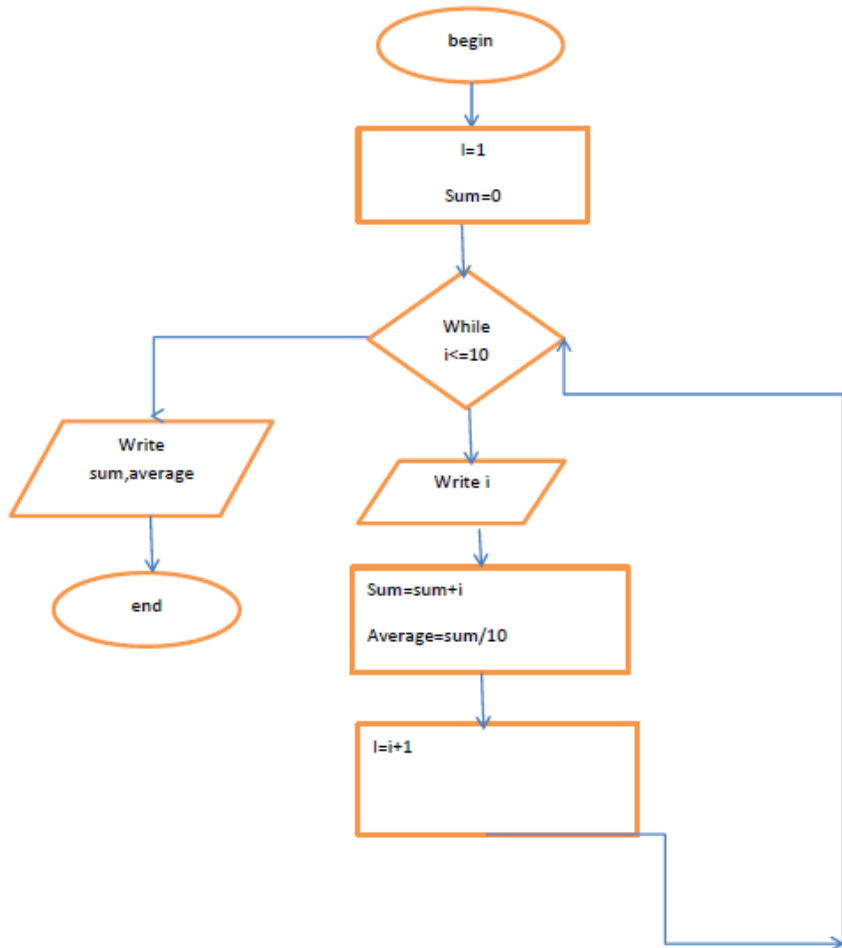
-3 اكتب "القاسم المشترك الأكبر" A ,

1-2-1 الطرق البيانية للتعبير عن الخوارزمية:

لنوضح هذه الطرق من خلال الأمثلة التالية:

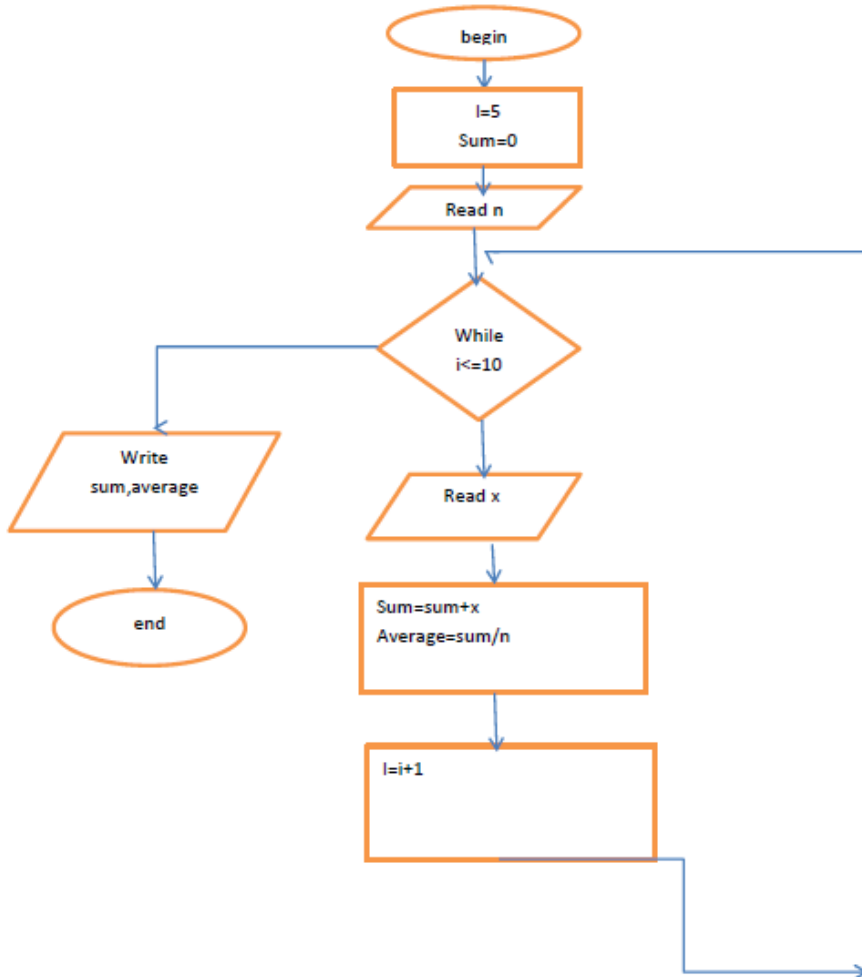
مثال 1:

اكتب برنامج بلغة باسكال يقوم بطباعة الأعداد من 1 إلى 10 ثم طباعة المجموع و المتوسط الحسابي لهذه الأعداد:



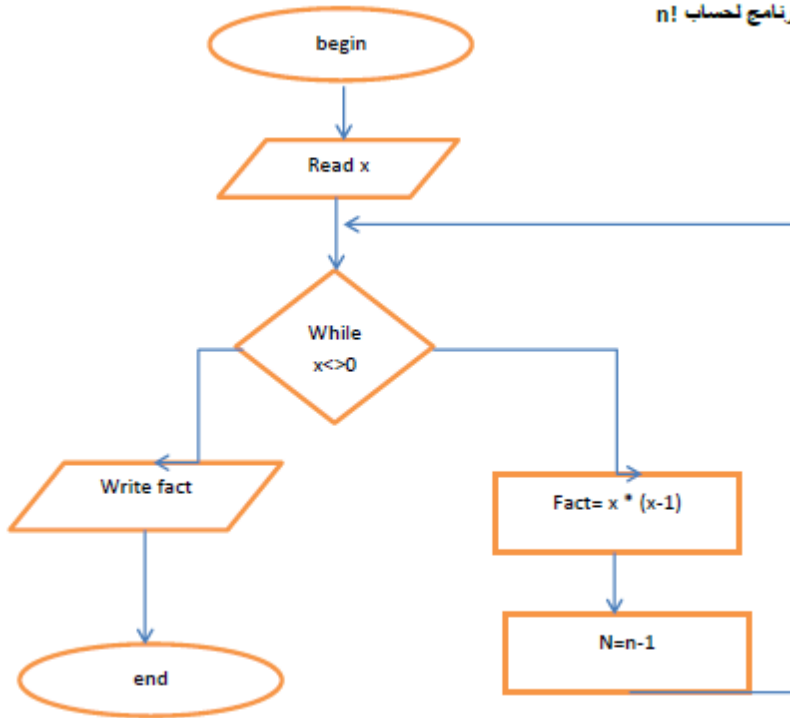
مثال 2:

اكتب برنامج بلغة باسكال يقوم بقراءة مجموعة من الأعداد من لوحة المفاتيح ايجاد المجموع و المتوسط الحسابي لهذه الأعداد:



مثال 3:

برنامج لحساب $n!$





مكتبة

A to Z

phon

تواصي المحاضرات

Group

