كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : فيزياء عامة2

المحاضرة : الاولى/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

مقدمة: AC D.C
كهرباء ساكنة - كهرباء متحركة (قوانين أوم)
مغناطيسية ... لماذا نقرن الكهرباء بالمغناطيسية ونقول كهرطيسية
أو كهرومغناطيسية ...

ماهو الحقل الكهربائي؟ وماهو وأصنافه؟ ولماذا؟

(الفصل الثاني): ← خصائص الشحنات الكهربائية - قانون كولوم. ←
Propetes of Electric Chges - Coulombs Law.
ماهي الشحنة: هي منظومة قادرة على إرسال كائنات لامادية تؤثر على أي شحنة أخرى

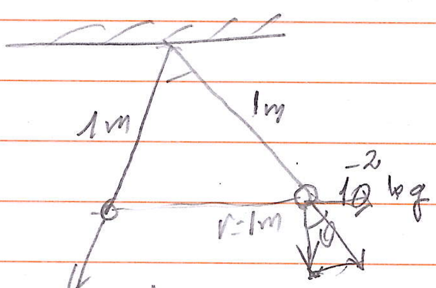
← المطاط المدلوك بالصوف ⊖ } ⇐ يوجد نوعان ⊖ ⊕
الزجاج المدلوك بالحرير ⊕
الشحن المتماثلة بالنوع تتدافع والمختلفة تتجاذب

← الشحنة هي مضاعفات $1,6022\times10^{-19}C$ أو ⇐ للشحنة كمية (متقطعة)
← الشحنة محفوظة ⇐ لا يتفكك   p+ لا يتفكك
← أصغر قيمة للشحنة هي e
← كيف تم قياس m_e , e
← $F_c \sim \frac{1}{r^2}$, q_1 , q_2

← العوازل والنواقل Delectrics and (conductors)

← قانون كولوم: تجريبياً $F_c \sim q_1q_2\frac{1}{r^2}$ k_e $8,9875\times10^{9}\frac{Nm^2}{C^2}$

← مسألة



طلب ① $q_1=q_2$ الاستقرار $r=1m$ $g=10m/s^2$
$\tan 30 = \frac{F_c}{mg}$ $F_c = \frac{10^{-1}}{mg} = 8,9875\times10^{9}\frac{q_1q_2}{r^2}$

طلب ② إذا أنقصنا الشحنة كل منهما إلى النصف مع الإبقاء على الشحنة
$r=1,5m$ ما الكتلة
$mg = m\times10 = \frac{8,9875\times10^{9}(\ -\ )^2}{(1,5)}$

الفصل الثاني

خصائص الشحنات الكهربائية- قانون كولون

Properties of Electrical Charges Coulomb's Law

تعتبر القوة الكهرومغناطيسية (Electric Magnetic force) بين جسمين مشحونين إحدى القوى الأساسية في الطبيعة. سنبدأ في هذا الفصل بوصف بعض الخصائص الأساسية للقوى الكهربائية، ثم نناقش بعد ذلك قانون كولون (Coulomb's Law) الذي هو القانون الأساسي للقوة بين أي جسمين مشحونين، سنستنتج بعد ذلك مفهوم الحقل الكهربائي (Electric Field) المرافق لتوزع الشحنة، وسندرس كذلك تأثيرات الحقل الكهربائي على الجسيمات المشحونة، وسنهتم بعد ذلك بدراسة الحقل الكهربائي المنتظم، وسنختم هذا الفصل بدراسة مختصرة حول راسم الأشعة.

٢-١ - خصائص الشحنات الكهربائية

:Properties of Electric Charges

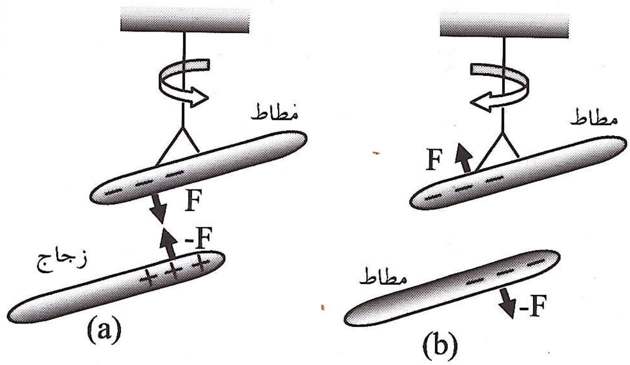
يوجد العديد من التجارب البسيطة التي تظهر كل من القوى الكهربائية (Electric Forces)، والشحنات الكهربائية (Electric Charges)، فعلى سبيل المثال عندما تحرك المشط في شعرك في يوم جاف فإنك تجد أن المشط أصبح قادراً على جذب قصاصات الورق. حيث تكون قوة الجذب غالباً كبيرة بشكلٍ كافٍ لجذب قصاصات الورق. يحدث نفس الفعل عند دلك الزجاج أو المطاط بالحرير أو الفرو.

من التجارب الأخرى البسيطة أن تقوم بدلك بالون منفوخ بالجدار أو السقف فتجد أنه يلتصق بالجدار أو السقف بعد عملية الدلك، وغالباً تستمر عملية الالتصاق هذه لساعات.

عندما تسلك جزيئات مادة هذا السلوك، يقال عنها أنها مكهربة (Electrified) أو أنها أصبحت مشحونة كهربائياً (Electrically charged). تستطيع بسهولة تكهرب جسمك عن طريق دلك قدميك بشدة بالسجادة، يمكنك الإحساس بالشحنة على جسدك، وإزالتها عند لمس جسم معدني أو شخص آخر بشكل خفيف الأمر الذي يؤدي إلى رجفة مجفلة، وفي شروط معينة يمكن أن تشاهد شرارة مرئية لدى التلامس، وسيشعر كل شخص بتكهرب خفيف. مثل هذه التجارب يمكن أن تلاحظ نتائجها بصورة أفضل في الأيام الجافة، لأنه يمكن للكميات الزائدة من الرطوبة أن تؤدي إلى تسرب الشحنة من الجسم المشحون إلى الأرض من خلال مسارات توصيل مختلفة.

في سلسلة من التجارب البسيطة المنتظمة، وجد أنه يوجد نوعين من الشحنة الكهربائية والتي سميت من قبل العالم فرانكلين Benjamin Franklin بموجبة وسالبة، ومن أجل إيضاح هذه المسألة نأخذ قضيباً من المطاط القاسي الذي دلك بالفرو، وعلق بواسطة خيط غير معدني كما في الشكل (2-1-a)، عندما يوضع قضيب من الزجاج المدلوك بالحرير قرب قضيب من المطاط، ينجذب قضيب المطاط باتجاه قضيب الزجاج. ومن ناحية أخرى إذا وضع قضيبان من المطاط (أو من الزجاج) أحدهما بجانب الآخر كما في الشكل (2-1-b) تكون القوة بينهما قوة تدافع، تظهر هذه المشاهدات أن الزجاج والمطاط ينشحنان بطريقتين مختلفتين.

نستنتج من خلال هذه الملاحظات أن الشحنات المتماثلة تتدافع فيما بينها، في حين أن الشحنات المتخالفة تتجاذب فيما بينها، وباستخدام المصطلح المقدم من قبل العالم فرانكلين Benjamin Franklin، تدعى شحنة القضيب الزجاجي موجبة وتدعى شحنة القضيب المطاطي سالبة، وعليه فإن أي جسم مشحون يتجاذب مع القضيب المطاطي المشحون (أو يتدافع مع قضيب الزجاج المشحون)، يجب أن تكون شحنته موجبة، وعلى العكس أي جسم مشحون يتدافع مع قضيب المطاط المشحون (أو يتجاذب مع قضيب الزجاج المشحون) يكون حاملاً لشحنة موجبة. سالبة



الشكل (1-2): يتجاذب القضيب المطاطي المشحون سلبياً مع قضيب الزجاج المشحون إيجابياً في حين يتنافر مع قضيب مطاط آخر مشحون سلبياً.

المفهوم الآخر الهام لنموذج فرانكلين للكهرباء، هو المتضمن أن الشحنة الكهربائية محفوظة دائماً، وهذا يعني أنه عندما يدلك جسم أول بجسمٍ ثانٍ، فإن الشحنة لا تخلق خلال هذه العملية، بل تتعلق حالة الانشحان بانتقال الشحنات من جسم لآخر، وعليه فإن أحد الجسمين يحصل (يكسب) على كمية من الشحنات السالبة، بينما يحصل الآخر على كمية مماثلة من الشحنات الموجبة، فعند دلك قضيب الزجاج بالحرير مثلاً، يحصل الحرير على شحنة سالبة مساوية بالقيمة للشحنة الموجبة على قضيب الزجاج، نعلم حالياً من خلال معرفتنا للبنية الذرية أن الإلكترونات سالبة الشحنة هي التي تنتقل من الزجاج إلى الحرير عند القيام بعملية الدلك.

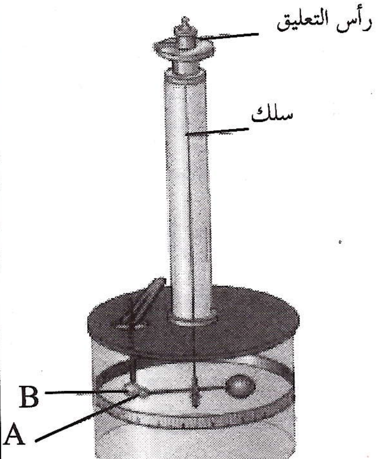
وبصورة مشابهة عند دلك المطاط بالفرو، تنتقل الإلكترونات من الفرو إلى المطاط، الأمر الذي يعطي المطاط محصلة شحنة سالبة ، والفرو محصلة شحنة موجبة، وهذا يتوافق مع حقيقة المادة المعتدلة (غير المشحونة)، إذ تحتوي المادة غير المشحونة على عدد من الشحنات الموجبة (بروتونات داخل النوى الذرية)، مساوٍ لعدد الشحنات السالبة (الإلكترونات).

أثبت الفيزيائي ميليكان Robert Millikan في العام 1909، أن الشحنة تكون دوماً مساوية لعدد صحيح مضروب بواحدة أساسية من الشحنة e. يقال في المفاهيم الحديثة عن الشحنة q أنها مكممة، حيث q رمز متفق عليه يستخدم للشحنة، وهذا

يعني أن الشحنات الكهربائية توجد في مقادير متقطعة، وعليه يمكن أن نكتب $q = Ne$ حيث N عدد صحيح.

في نفس الوقت أظهرت تجارب أخـــرى أن للإلكتـــرون شـــحنة ســـالبة e-، وللبروتون شحنة موجبة e+ مماثلة بالقيمة، ومعاكسة بالإشارة، وتوجد جسـيمات عنصرية مثل النترون ليس لها شحنة.إن الذرة المعتدلة يجب أن تحـوي عـدداً مـن البروتونات مساوياً لعدد الإلكترونات.

لقد قيست القوى الكهربائية كمياً بواسطة ميزان الفتل، من قبل كولون الذي قام باختراع هذا الميزان الشكل (2-2). باستخدام هذا الجهاز أثبت كولون أن القـوة الكهربائية بين كرتين صغيرتين مشحونتين تتناسب عكساً مع مربع المسافة بينهما (بين مركزيهما)، أي أن $F_e \propto \frac{1}{r^2}$.



الشكل (2-2): استخدام ميزان الفتل في دراسة القوى الكهربائية.

إن مبدأ عمل ميزان الفتل هو نفسه مبدأ عمل الجهاز الذي استخدم من قبـل كافنديش (Cavendish) لقياس ثابت الجاذبية مع استبدال الكتل بالكرات المشحونة. وتنتج القوة الكهربائية بين الكرتين المشحونتين عزم فتل (دوران) في الخيط المعلق. إن عزم لَيٍّ (فتل) الإرجاع للسلك المفتول يتناسب طرداً مع الزاوية التي يدور وفقهـا، وتعطي قياسات هذه الزاوية قياساً كمياً للقوة الكهربائية للتجـاذب أو التـدافع. إذا

كانت الكرتان مشحونتين بالدلك، فإن القوة الكهربائية بين الكرتين تكون كبيرة جداً مقارنةً مع التجاذب الكتلي، لذلك يمكن أن تهمل قوة التجاذب الكتلي.

من خلال التعمق في هذه الدراسة يمكنك أن تستنتج أن الشحنة تتصف بالخصائص الهامة التالية:

١. أن الشحنات في الطبيعة لها نوعان سالبة وموجبة، الشحنات المتخالفة منها تتجاذب، في حين أن المتشابهة تتدافع.

٢. تتغير القوة بين الشحنات بشكل يتناسب طرداً مع مقلوب مربع المسافة الفاصلة بينها.

٣. الشحنة محفوظة.

٤. الشحنة مكممة.

٢-٢ - العوازل والنواقل *Insulators and Conductors*:

من المناسب تصنيف المواد بحسب قابليتها لنقل الشحنة الكهربائية إلى نواقل، عوازل، وأنصاف نواقل.

النواقل: هي مواد يمكن للشحن ضمنها أن تتحرك بحرية تامة.

العوازل: هي مواد لا تنقل الشحنة الكهربائية بسهولة.

إن مواداً مثل الزجاج، المطاط، لوريت، تقع في صف العوازل، فعندما تشحن مثل هذه المواد بالدلك فإن المنطقة المدلوكة فقط هي التي تصبح مشحونة، وتكون الشحنة غير قادرة على الحركة إلى مناطق أخرى من هذه المادة. وعلى العكس من ذلك فإن المواد مثل الألمنيوم، النحاس، والفضة، هي نواقل جيدة، فعندما تشحن مثل هذه المواد في منطقة صغيرة منها، فإن الشحنة تنتشر بسهولة على كامل السطح الداخلي للناقل.

إذا أمسكت بيدك قضيباً من النحاس ودلكته بالصوف أو الفرو، فإنه لن يجذب قصاصات الورق الصغيرة، ربما يوحي هذا بأنه لا يمكن شحن المعادن كهربائياً، لكن

إذا أمسكت القضيب النحاسي بمقبض عازل وبعدها دلكته فإن القضيب سيبقى مشحوناً ويجذب قصاصات الورق.

يفسر هذا بالملاحظة في الحالة الأولى أن الشحنات المتولدة في القضيب النحاسي نتيجة الدلك تتسرب منه عبر جسمك لتتفرغ في النهاية في الأرض، أما في الحالة الثانية فإن المقبض العازل يمنع تسرب هذه الشحنات نحو الأرض.

أنصاف النواقل: وهي نوع من المواد، تقع خصائصها الكهربائية ما بين خصائص العوازل وخصائص النواقل.

ومن الأمثلة المعروفة جيداً على أنصاف النواقل شائعة الاستخدام في صناعة الأجهزة الإلكترونية هي السيليكون (السيليسيوم) والجرمانيوم. ويمكن أن تتغير قيمة الخصائص الكهربائية لأنصاف النواقل أكثر من عدة مراتب عن طريق إضافة ذرات غريبة إليها.

إذا وصلت النواقل بالأرض بواسطة سلك ناقل أو قضيب ناقل، نقول إنها مؤرضة، إذ يمكن اعتبار الأرض مصباً لا نهائي السعة تستطيع الإلكترونات أن تنتقل إليها بسهولة، وبهذه الطريقة يمكننا فهم كيفية شحن النواقل بالطريقة التي تعرف باسم الحث أو التأثير.

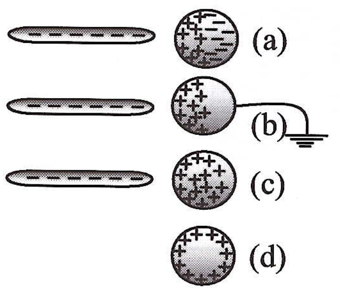
لفهم طريقة الشحن بالحث (التأثير) نأخذ قضيب مطاط مشحوناً سلباً، ونقربه من كرة معتدلة (غير مشحونة) ناقلة ومعزولة عن الأرض، وهذا يعني أنه لا يوجد مسار (طريق) موصول بالأرض. الشكل (2-3-a).

تحصل المنطقة من الكرة القريبة من قضيب المطاط على زيادة في الشحنات الموجبة، بينما تحصل المنطقة الأبعد عن القضيب على زيادة مماثلة بالشحنات السالبة، وهذا يعني أن الإلكترونات في جزء الكرة الأقرب للقضيب تهاجر إلى الجهة الأخرى من الكرة.

إذا أجريت نفس هذه التجربة مع إضافة سلك ناقل يصل الكرة بالأرض كما في الشكل (2-3-b)، ستلاحظ أن بعض الإلكترونات تندفع في الناقل بقوة لوجود

شحنة القضيب السالبة، أي أنها تتحرك خارج الكرة عبر السلك المؤرض إلى الأرض.

وإذا استبعد السلك الواصل بالأرض الشكل (2-3-c)، تصبح الكرة الناقلة محتوية على زيادة في الشحنة الموجبة المتحرضة (الناتجة بالحث أو التأثير).



الشكل (3-2): شحن كرة معدنية بالتأثير.

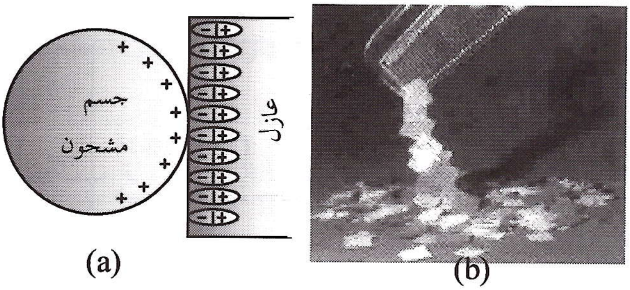
وأخيراً عند استبعاد القضيب المطاطي من جوار الكرة الشكل (2-3-d)، تبقى الشحنة الموجبة المتحرضة على الكرة، لاحظ أن الشحنة التي تبقى على الكرة تكون ذات توزع منتظم على سطحها بسبب قوى التدافع بين الشحنات المتماثلة، ولا يفقد قضيب المطاط في هذه العملية شيئاً من شحنته السالبة.

بناءً على ما سبق نجد أن عملية شحن جسم بالتأثير لا يتطلب تماساً مع الجسم المؤثر (المحرض). وهذا يتناقض مع عملية شحن جسم بالدلك والتي تتطلب تماس بين الجسمين.

هناك عملية مشابهة جداً للشحن بالتأثير في النواقل، تحصل في العوازل، في معظم الذرات والجزيئات المعتدلة يتطابق مركز الشحن السالبة مع مركز الشحنات الموجبة، لكن عند وجود جسم مشحون فإنه يمكن أن يتراح المركزان قليلاً أحدهما عن الآخر، وهذا يؤدي إلى أن تكون الشحنات الموجبة مثلاً في أحد أطراف الجزيء أكثر منها في الطرف الآخر لهذا الجزيء، يسمى هذا المفعول بالاستقطاب (Polarization).

إن هذا التغير في تراصف (انتظام) realignment الشحنات داخل الجزيئات المفردة ينتج شحنة مُتحرضة على سطح العازل، الشكل (4-2). استناداً إلى ذلك يمكن

تفسير لماذا يتمكن المشط المدلوك بالشعر من جذب قصاصات الورق الصغيرة المعتدلة، ولماذا البالون المدلوك بالثياب يتمكن من الالتصاق على الجدار المعتدل.

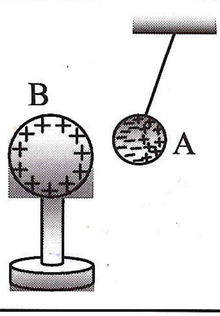


الشكل (2-4): جسم مشحون يحرض شحنة على عازل (a)، الأمر الذي يفسر انجذاب قصاصات الورق إلى المشط المشحون (b).

مثال (٢-١):

إذا انجذب جسم معلق A إلى جسم B مشحون، هل يمكن أن نستنتج أن الجسم A مشحون؟ الشكل (2-5).

ليس بالضرورة، إذ يمكن للجسم A أن يحوي شحنة معاكسة بالإشارة لشحنة B، ويمكن أيضاً أن يكون معتدلاً كهربائياً، في هذه الحالة يسبب الجسم B استقطاباً في الجسم A، حيث يسحب الشحنات من إشارة مخالفة إلى الوجه الأقرب، ويدفع الشحنات المماثلة بالإشارة والمساوية بالقيمة لتلك المخالفة إلى الوجه الأبعد كما في الشكل (2-5). تطبق بعد ذلك قوى التجاذب على B من قبل الشحنة المتحرضة على الوجه الأقرب لـ A، وتكون قوى التجاذب هذه أكبر قليلاً من قوى التدافع مع الشحنات المماثلة والمتحرضة على الوجه الأبعد لـ A (بسبب بعدها الأكبر)، وتكون محصلة القوى على A باتجاه B.



الشكل (2-5): الكرة المشحونة تجذب جسماً معتدلاً.

٢ -٣- قانون كولون *Coulomb's Law*:

وضع كولون في العام 1785 القانون الأساسي للقوة الكهربائية بين جسمين ساكنين ومشحونين، وأظهرت التجارب أن للقوة الكهربائية الخصائص التالية:

١. تتناسب القوة الكهربائية عكساً مع مربع المسافة الفاصلة r بين الجسمين.

٢. تتناسب القوة مع جداء الشحنتين q_1 , q_2 الموجودتين على الجسمين.

٣. تكون القوة تجاذبية في حال كانت الشحنتان من إشارتين مختلفتين، وتكون تدافعية في حال كانت للشحنتين نفس الإشارة.

٤. تكون محمولة على الخط الواصل بينهما.

نستطيع استناداً إلى الملاحظات السابقة أن نعبر عن مقدار القوة الكهربائية بين شحنتين نقطيتين كما يلي:

$$F = k_e \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \qquad (2\text{-}1)$$

حيث k_e هو ثابت كولون. وقد تمكن كولون في تجاربه من إثبات أن أُسّ r هو (2) بخطأ مقداره عدة واحدات بالمئة. وأثبتت ذلك أيضاً التجارب الحديثة بدقة مقدارها عدة أجزاء من 10^9.

تتعلق قيمة ثابتة كولون بجملة الواحدات المختارة. واحدة الشحنة في الجملة الدولية SI هي الكولون C، يعرف الكولون C بتابعية واحدة شدة التيار التي تدعى أمبير Ampere ورمزها A، حيث تساوي شدة التيار معدل تدفق الشحنات $I = \frac{q}{t}$.

إذاً الكولون هو كمية الكهرباء التي تعبر خلال مقطع السلك خلال واحدة الزمن 1s بحيث تكون شدة التيار فيه هي 1A، وتأخذ ثابتة كولون k_e في الجملة الدولية القيمة التالية:

$$k_e = 8.9875 \times 10^9 \ Nm^2/C^2$$

لتبسيط حساباتنا نستخدم لـ k_e القيمة التقريبية:

$$k_e \cong 8{,}99 \times 10^9 \ Nm^2/C^2$$

ويكتب الثابت k_e أيضاً كما يلي:

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

حيث ε_0 هي سماحية الخلاء وتأخذ القيمة:

$$\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12}\ C^2/N.m^2$$

إن الواحدة الأصغر المعروفة في الطبيعة للشحن هي شحنة الإلكترون أو البروتون. إن قيمة شحنة الإلكترون أو البروتون هي:

$$|e| = 1.60219 \times 10^{-19}\ C$$

وعليه فإن شحنة مقدارها 1C تساوي $(6.3 \times 10^{18}\ e)$، ويمكن مقارنة هذا العدد مع عدد الإلكترونات الحرة في $1cm^3$ من النحاس والذي هو من مرتبة 10^{23}، لاحظ أن 1C هو كمية حقيقية (ملموسة) من الشحنة.

وفي تجارب الكهرباء الساكنة البسيطة مثل قضيب من الزجاج أو من المطاط يشحن بالاحتكاك، تكون الشحنة الناتجة (الحاصلة) من مرتبة $10^{-6}C$، وبعبارة أخرى إن جزءاً صغيراً فقط من الشحنة المتوفرة ينقل بين القضيب والمادة التي يتم بها الدلك. يحوي الجدول (1-2) كتل وشحن كل من الإلكترون والبروتون والنترون.

الجدول رقم (1-2): شحنة وكتلة كل من الإلكترون والبروتون والنترون

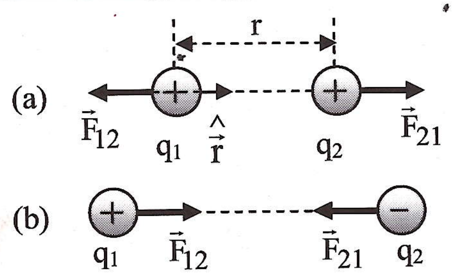
Particle الجسيم	Charge (C) الشحنة	Mass (kg) الكتلة
Electron (e)	$-1.6021917 \times 10^{-19}$	9.1095×10^{-31}
Proton (p)	$1.6021917 \times 10^{-19}$	1.67261×10^{-27}
Neutron (n)	0	1.67492×10^{-27}

عندما تكون هناك دراسة تتضمن قانون كولون فيجب أن نتذكر دوماً أن القوة هي مقدار متجه (شعاعي)، ويجب أن تتم المعالجة على هذا الأساس، ويطبق قانون كولون في حال الشحنات النقطية أو الجسيمات المشحونة. وتكتب القوة $\vec{F}_{21}$ المطبقة على q_2 من قبل q_1 بالشكل الشعاعي كما يلي:

$$\vec{F}_{21} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r} \qquad (2\text{-}2)$$

حيث $\hat{r}$ شعاع الواحدة المتجه من q_1 إلى q_2، كما في الشكل (2-6-a)، وبما أن قانون كولون يخضع لقانون نيوتن الثالث، فإن القوة المطبقة على q_1 من قبل q_2 تساوي بالقيمة القوة المطبقة على q_2 من قبل q_1 وتعاكسها بالاتجاه أي أن $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

وأخيراً، فإنه بحسب القانون (2-2) إذا كان للشحنتين q_1,q_2 نفس الإشارة فإن الجداء q_1q_2 يكون موجباً والقوة تكون قوة تدافع كما في الشكل (2-6-a)، وإذا كان لهما إشارتان متعاكستان كما في الشكل (2-6-b) فإن الجداء q_1q_2 يكون سالب والقوة بينهما تكون قوة تجاذب.



الشكل (2-6):
تتفاعل الكرتان بقوتي تنافر إذا كانت شحنتاهما متماثلتين (a) وبقوتي تجاذب إذا كانتا مختلفتين (b).

وعند وجود أكثر من شحنتين فإن القوة الحاصلة بين أي زوج منها تعطى بالعلاقة (2-2)، وبالتالي فإن القوة الناتجة على أي من هذه الشحنات تساوي المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة عليها من قبل الشحنات المفردة، فمثلاً إذا وجدت أربع شحنات، فإن القوة المؤثرة على الجسيم (1) الذي يحمل الشحنة q_1 من قبل الشحنات 4,3,2 هي:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14}$$

إن مبدأ التراكب هذا الذي يطبق على القوة الكهربائية الساكنة هو عبارة عن حقيقة تمت ملاحظتها تجريبياً.

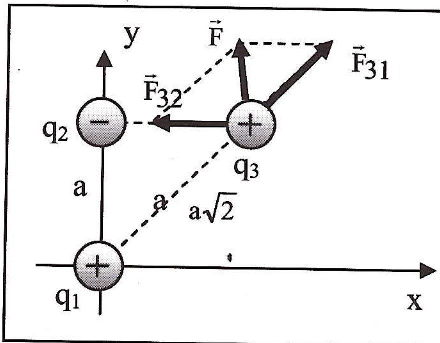
مثال (٢-٢):

خذ ثلاث شحنات نقطية متوضعة على رؤوس مثلث كما في الشكل (2-7)، حيث $q_1 = q_3 = 5\mu\ C$، $q_2 = -2\mu\ C$، $a = 0,1m$، أوجد محصلة القوى المطبقة على q_3.

الحل:

لاحظ أولاً اتجاه القوى المفردة المطبقة على q_3 من قبل كل من q_1,q_2.

القوة المطبقة على q_3 من قبل q_2 هي قوة تجاذب لأنهما شحنتان متعاكستان بالإشارة، القوة المطبقة على q_3 من قبل q_1 هي قوة دفع لأن كلتيهما موجبة.



الشكل (2-7): محصلة القوتين المؤثرتين على الشحنة الثالثة من قبل الأولى والثانية.

لنحسب الآن قيمتي هاتين القوتين المطبقتين على q_3، إن قيمة $\vec{F}_{32}$ هي:

$$F_{32} = k_e \frac{|q_3 \cdot q_2|}{a^2} = 8.99\times10^9 \frac{(5\times10^{-6})\times(2\times10^{-6})}{(0.1)^2} = 9\,N$$

وبما أن q_2,q_3 لهما إشارتان متعاكستان فإن $\vec{F}_{32}$ تتجه نحو اليسار كما هو موضح في الشكل (2-7)، فقيمة القوة $\vec{F}_{31}$ المطبقة على q_3 من قبل q_1 هي:

$$F_{31} = k_e \frac{|q_3 \cdot q_1|}{(0.1\sqrt{2})^2} = 8.99\times10^9 \frac{(5\times10^{-6})\times(5\times10^{-6})}{2.(0.1)^2} = 11\,N$$

القوة $\vec{F}_{31}$ هي قوة تدافع، وتصنع زاوية 45° مع المحور x، لذلك فإن قيمة المركبتين على المحورين x,y للقوة $\vec{F}_{31}$ متساويتان وقيمة كل منهما تساوي $F_{31}\cos 45^\circ = 7,9\,N$. تتجه القوة $\vec{F}_{32}$ بالاتجاه السالب للمحور x، لذلك فإن المركبتين x,y للقوة المحصلة المطبقة على q_3 هي:

$$F_x = F_{31x} - F_{32x} = 7.9 - 9 = -1.1\,N$$
$$F_y = F_{31y} = 7.9\,N$$

ونستطيع التعبير عن محصلة القوى المطبقة على q_3 بدلالة أشعة الواحدة كما يلي:

$$\vec{F}_3 = \left(-1.1\,\vec{i} + 7.9\,\vec{j}\right) N$$

تطبيق:

أوجد قيمة وجهة محصلة القوة المطبقة على q_3:

$$F_3 = \left|\vec{F}_3\right| = \sqrt{(1.1)^2 + (7.9)^2} = 7.796\ N \cong 8\ N$$

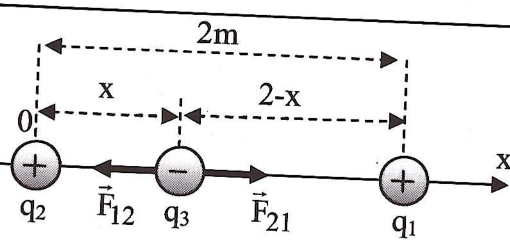
وتصنع هذه القوة زاوية مع المحور x تحسب كما يلي:

$$\tan\theta` = \frac{-7.9}{1.1} \Rightarrow \theta` \cong 82°$$

$$\Rightarrow \theta = 180 - 82 \approx 98°$$

مثال (٢-٣):

ثلاث شحن نقطية متوضعة على طول المحور x، الشكل (2-8). تقع الشحنة الموجبة $q_1 = 15\ \mu\ C$ على فاصلة $x = 2m$، أما الشحنة الموجبة $q_2 = 6\ \mu\ C$ فتقع في المبدأ. أين يجب أن توضع الشحنة السالبة q_3 على المحور x لتكون محصلة القوة المؤثرة عليها معدومة؟



الشكل (2-8):
يجب أن تتساوى القوة الكهربائية بين الشحنتين الثالثة والأولى مع القوة الكهربائية بين الشحنتين الثانية والأولى حتى يحصل التوازن حيث أنهما متعاكستان.

الحل:

بما أن q_3 سالبة وكلتا الشحنتين q_2,q_1 موجبتان فإن القوتين $\vec{F}_{32},\vec{F}_{31}$ قوتا تجاذب كما أشير في الشكل (2-8). إذا اعتبرنا x هو إحداثي q_3 فإنه يكون للقوتين $\vec{F}_{32},\vec{F}_{31}$ القيم التالية:

$$F_{31} = k_e \frac{|q_3|\cdot|q_1|}{(2-x)^2} \quad , \quad F_{32} = k_e \frac{|q_3|\cdot|q_2|}{(x)^2}$$

وعلى إعتبار أن محصلة القوى المؤثرة على q_3 ستكون مساوية الصفر فإن $\vec{F}_{31}$ يجب أن تساوي وتعاكس $\vec{F}_{32}$ أي أن:

$$k_e \frac{|q_3|.|q_1|}{(2-x)^2} = k_e \frac{|q_3|.|q_2|}{x^2} \Rightarrow q_2(2-x)^2 = q_1 x^2$$

$$\Rightarrow (4 - 4x + x^2).(6 \times 10^{-6}\ C) = x^2(15 \times 10^{-6}\ C)$$

بحل هذه المعادلة من الدرجة الثانية بالنسبة لـــ x نجد أن $x = 0.775m$. لماذا لا تقبل x الحل (الجذر) السالب؟

مثال (٢-٤):

تفصل بين الإلكترون والبروتون في ذرة الهيدروجين مسافة وسط تساوي تقريباً $5.3\times10^{-11}m$، أوجد قيمة القوتين الكهربائية والكتلية بين هذين الجسمين.

الحل:

من قانون كولون نجد أن لقوة التجاذب الكهربائي القيمة التالية:

$$F_e = k_e \frac{|e|^2}{r^2} = 8.99\times10^9 \frac{(1.6\times10^{-19})^2}{(5.3\times10^{-11})^2} = 8.2\times10^{-8}N$$

وباستخدام قانون نيوتن في الجاذبية واستخدام القيم في الجدول (1-2) لكتـــل الجسيمات نجد أن لقوة الجاذبية القيمة التالية:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.7\times10^{-11} \frac{(9.11\times10^{-37}).(1.67\times10^{-27})}{(5.3\times10^{-11})^2}$$

$$\Rightarrow F_g = 3.6\times10^{-47}N$$

النسبة $\frac{F_e}{F_g} \approx 2\times10^{39}$ وعليه فإن قوة الجاذبية الكتلية (قوة الثقالة بالنسبة لـــلأرض) بين جُسيمي الذرة المشحونين مهملة مقارنة مع القوة الكهربائية.

مثال (٢-٥):

كرتان صغيرتان متماثلتان، كتلة كل منـــهما $3\times10^{-2}kg$ معلقتـــان في حالـــة استقرار، الشكل (2-9)، إذا كان طول كل خيط هو 0.15m، والزاوية $\theta = 5^\circ$، أوجد قيمة شحنة كل من الكرتين.

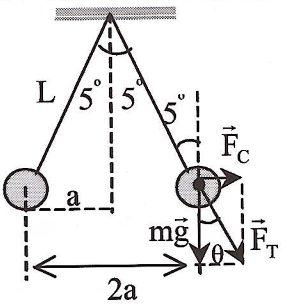
الحل:

من المثلث القائم في الشكل (2-9) نرى أن $\sin\theta = \frac{a}{L}$ وبالتالي:

$$a = L.\sin\theta = 0.15 \sin 5 = 0.013 \text{ m}$$

المسافة الفاصلة بين الكرتين هي:

$$2a = 0.026 \text{ m}$$



الشكل (2-9):
احسب شحنة كل من الكرتين.

القوة الكهربائية المؤثرة على إحدى الكرتين موضحة في الشكل (2-9)، بما أن الكرة في حالة توازن فإن محصلة القوى المؤثرة في الاتجاه الأفقي والاتجاه الشاقولي يجب أن تكون معدومة كل منها بمفرده:

$$\sum F_x = F_T \sin\theta - F_e = 0 \qquad (1)$$
$$\sum F_y = F_T \cos\theta - mg = 0 \qquad (2)$$

من (2) نجد أن $F_T = \frac{mg}{\cos}$ وهكذا يمكن لـ F_T أن تحذف من (1)، وإذا قمنا بهذا التبديل تأخذ القوة الكهربائية القيمة التالية:

$$F_e = mg \tan\theta \qquad (3)$$
$$= (3\times10^{-2}).(9.8).\tan 5° = 2.6\times10^{-2} \text{ N}$$

من قانون كولون (2-1) تأخذ القوة بين الشحنتين القيمة:

$$F_e = k_e \frac{|q|^2}{r^2}$$

حيث $r = 2a = 0.026\text{m}$، و$|q|$ هي قيمة شحنة كل من الكرتين (لاحظ أن الحد $|q|^2$ يظهر هنا لأن الشحنة هي نفسها لكل من الكرتين). بالحل من أجل $|q|^2$ نجد:

$$|q|^2 = \frac{F_e r^2}{k_e} = \frac{(2.6\times10^{-2}).(0.026)}{8.99\times10^{9}} \Rightarrow |q| = 4.4\times10^{-8} \text{ C}$$

تطبيق: إذا كانت شحنة كل من الكرتين سالبة، كم إلكترون يجب إضافته لكل منها لتكون شحنة كل منهما C (-4.4×10^{-8}) ؟ يجب إضافة 2.7×10^{11} إلكترون.

٢-٤- الحقل الكهربائي The Electric Field:

عرّف حقل الجاذبية $\vec{g}$ في نقطة من الفضاء، على أنه مساوٍ لقوة الجاذبية $\vec{F}$ المطبقة على الكتلة الاختبارية m_0، مقسمةً على هذه الكتلة الاختبارية أي أن $\vec{g} = \dfrac{\vec{F}}{m_0}$.

وبطريقة مماثلة، يمكن تعريف الحقل الكهربائي $\vec{E}$ في نقطة من الفراغ بدلالة القوة الكهربائية المطبقة على شحنة اختبارية q_0 متوضعة في تلك النقطة، فهو يساوي حاصل قسمة القوة الكهربائية $\vec{F}$ المطبقة على شحنة اختبارية موجبة q_0 على قيمة هذه الشحنة، أي:

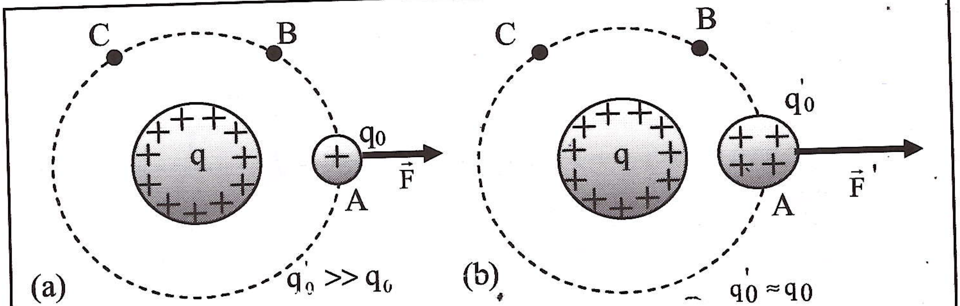
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad (2\text{-}3)$$

لاحظ أن $\vec{E}$ هو حقل متولد من شحنة ما غير q_0 يكون حقلاً خارجياً بالنسبة للشحنة الاختبارية. وأن الحقل المتولد من قبل الشحنة الاختبارية مماثل لحقل الجاذبية المتشكل من قبل جسم ما مثل الأرض. إن واحدة الشعاع $\vec{E}$ في الجملة الدولية SI هي نيوتن على كولون $\dfrac{N}{C}$ or $\dfrac{V}{m}$.

إن اتجاه $\vec{E}$ هو اتجاه $\vec{F}$، لأننا افترضنا أن $\vec{F}$ تؤثر على شحنة اختبارية موجبة. وعليه نستطيع القول إنه يوجد حقل كهربائي في نقطة ما إذا عانت شحنة اختبارية موضوعة في هذه النقطة من قوة كهربائية، وفي حال كان الحقل الكهربائي في نقطة ما معروف، فإنه يمكن حساب القوة المؤثرة على أي جسيم مشحون ومتوضع في تلك النقطة وذلك باستخدام العلاقة (3-2)، بالإضافة إلى ذلك فإنه يمكن القول عن الحقل الكهربائي إنه موجود في نقطة ما (حتى في المنطقة الخالية من الشحنات) بغض النظر عما إذا كان هناك شحنة اختبارية متوضعة في هذه النقطة أم لا.

عندما نطبق العلاقة (3-2)، يجب أن نفترض أن الشحنة q_0 صغيرة بشكلٍ كافٍ، بحيث لا تغير توزع الشحنة المسؤولة عن الحقل الكهربائي. فمثلاً إذا كان هناك شحنة متناهية في الصغر q_0 متوضعة قرب كرة معدنية منتظمة ومشحونة بشحنة

q بحث يكون $q >> q_0$، كما في الشكل (2-10-a)، تبقى الشحنة على الكرة المعدنية، المولدة للحقل، موزعة بانتظام، وكذلك يكون للحقل $\vec{E}$ في النقاط A, B, C القيم نفسها، حيث A, B, C متساوية البعد عن الكرة.



الشكل (2-10):
لا تؤثر الشحنة الاختبارية على توزع الشحنات المولدة للحقل إذا كانت نقطية (a)، في حين تؤثر عليه إذا كانت غير ذلك (b).

أما إذا كانت الشحنة الاختبارية كبيرة بشكل كافٍ $q \approx q_0$، كما في الشكل (2-10-b)، فإنه يحصل إعادة توزع للشحنة على الكرة المعدنية، وتختلف عندئذٍ نسبة القوة إلى الشحنة الاختبارية (أي الحقل) في النقطة A $(\frac{F}{q_0} \neq \frac{F'}{q'_0})$، وبسبب إعادة توزع الشحنة على الكرة المعدنية، فإن الحقل الكهربائي في النقاط A, B, C كما في الشكل (2-10-b) يكون مختلفاً فيما بينها ومختلف عن الحقل في النقطة A في الشكل (2-10-a)، بالإضافة إلى ذلك فإن توزع الشحنة على الكرة يتغير عند تحريك q'_0 من A إلى B أو C.

لنعتبر شحنة نقطية q متوضعة على بعد r من شحنة اختبارية q_0، بحسب قانون كولون تكون القوة المطبقة على الشحنة الاختبارية من قبل q هي:

$$\vec{F} = k_e \frac{qq_0}{r^2} \hat{r}$$

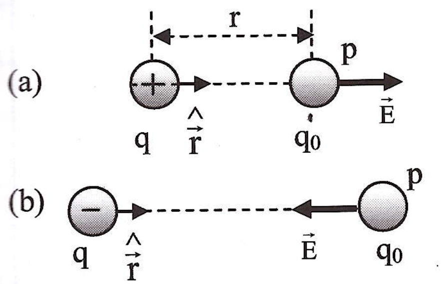
بما أن الحقل الكهربائي في موضع الشحنة الاختبارية يعرف بالعلاقة $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

نجد أن الحقل الكهربائي المتولد من قبل q في موقع q_0 هو:

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \qquad (2\text{-}4)$$

حيث $\hat{r}$ شعاع الواحدة المتجه من q إلى q_0، الشكل (11-2).

إذا كانت الشحنة موجبة كما في الشكل (a-11-2)، يتجه الحقل الكهربائي في النقطة p قطرياً قادماً من q. وإذا كانت سالبة كما في الشكل (b-11-2)، يتجه الحقل الكهربائي قطرياً نحو q.



الشكل (11-2):
يكون الحقل الكهربائي في النقطة p قطرياً مبتعداً عن q إذا كانت موجبة (a)، ومتجهاً إليها إذا كانت سالبة (b).

لحساب الحقل الكهربائي في النقطة p، والناتج عن مجموعة من الشحنات النقطية، نحسب أولاً متجهات الحقل الكهربائي المفردة في النقطة p باستخدام العلاقة (4-2)، ونجمعها بعد ذلك جمعاً متجهاً (شعاعياً) وبعبارة أخرى:

الحقل الكهربائي الكلي الناتج عن مجموعة من الشحنات يساوي المجموع الشعاعي للحقول الكهربائية الناتجة عن جميع هذه الشحنات.

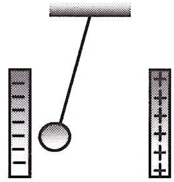
يطبق مبدأ التراكب هذا على الحقول الكهربائية، وهو ينتج مباشرة من خاصية تراكب القوى الكهربائية، لذلك يمكن التعبير عن الحقل الكهربائي لجملة من الشحنات (عدا الشحنة الاختبارية q_0) في نقطة p كما يلي:

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \qquad (2\text{-}5)$$

حيث r_i هو بعد الشحنة q_i عن النقطة p (موقع الشحنة الاختبارية). $\hat{r}_i$ شعاع الواحدة المتجه من q_i إلى p.

مثال (٢-٦):

كرة معدنية مغلفة بمادة عازلة، معلقة في المنطقة الواقعة بين صفيحتين شاقوليتين الشكل (2-12)، إذا كانت الصفيحتان مشحونتين إحداهما بشحنة موجبة والأخرى بشحنة سالبة، صف حركة الكرة بعد أن توضع على تماس مع إحدى الصفيحتين.



الشكل (2-12): حركة كرة توضع بتلامس مع إحدى صفيحتين متعاكستي الشحنة.

الحل:

تولد الصفيحتان المشحونتان حقلاً كهربائياً منتظماً بينهما، يتجه من الصفيحة الموجبة باتجاه الصفيحة السالبة، وعندما توضع الكرة بحيث تصبح ملامسة لإحدى الصفيحتين، ولتكن السالبة، ستنتقل بعض الشحنات السالبة إلى الكرة، فتخضع بعد ذلك لقوة تجعلها تتسارع باتجاه الصفيحة الموجبة، هذه القوة هي محصلة قوتين الأولى كهربائية لأن شحنتها مماثلة لشحنة الصفيحة التي لامستها، والثانية إرجاعية ناتجة عن التغير في طاقتها الكامنة بين وضعي الملامسة والشاقول. تصل الكرة إلى الصفيحة الموجبة وحالما تلامسها تطلق شحنتها السالبة وتحصل على شحنة موجبة وتتسارع عائدة إلى الصفيحة السالبة لنفس السبب السابق. تستمر في حركتها بين الصفيحتين جيئة وذهاباً حتى تنقل كل الشحنة السالبة (الإلكترونات الزائدة على الصفيحة السالبة إلى الموجبة، وبذلك تجعل كلاً من الصفيحتين معتدلة كهربائياً.

مثال (٢-٧):

أوجد القوة الكهربائية التي تؤثر على بروتون متوضع في حقل كهربائي قيمته 2×10^{4} N/C ويتجه على طول المحور x.

الحل:

بما أن شحنة البروتون هي $e = 1.6\times10^{-19}$ C، فقيمة القوة الكهربائية عليه هي:

$$\vec{F} = e\vec{E} = (1.6\times10^{-19}).(2\times10^{4})\,\vec{i} = 3.2\times10^{-15}\,\vec{i}\ N$$

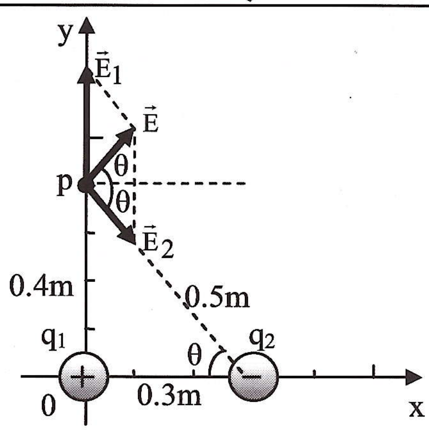
حيث $\vec{i}$ شعاع الواحدة بالاتجاه الموجب للمحور x.

وزن (ثقل) البروتون هو $1.6\times10^{-26}\ N = 9.8\ m/s^2\times(1.67\times10^{-27}\ kg)$، لذلك نرى أن قيمة قوة التجاذب الكتلي في هذه الحالة مهملة مقارنة مع القوة الكهربائية.

مثال (٢-٨):

شحنة $(q_1=7\mu C)$ متوضعة في المبدأ، وشحنة ثانية $(q_2=-5\mu C)$ متوضعة على المحور x على بعد 0.3m من المبدأ، الشكل (2-13).

المطلوب : أوجد الحقل الكهربائي في النقطة p التي إحداثياها (0,0.4m).



الشكل (2-13): محصلة حقل كهربائي لشحنتين مختلفتين بالقيمة والإشارة وفي نقطة لا تقع على محور تناظرهما الشاقولي.

الحل:

لنوجد بداية قيمة الحقل الكهربائي في النقطة p لكل من الشحنتين، أي الحقلين $\vec{E}_1$ للشحنة q_1، و $\vec{E}_2$ للشحنة q_2 الموضحين في الشكل (2-13)، وقيمتاهما:

$$E_1 = k_e \cdot \frac{|q_1|}{r_1^2} = (8.99\times10^9)\cdot\frac{7\times10^{-6}}{(0.4)^2} = 3.9\times10^5\ N/C$$

$$E_2 = k_e \cdot \frac{|q_2|}{r_2^2} = (8.99\times10^9)\cdot\frac{0.5\times10^{-6}}{(0.5)^2} = 1.8\times10^5\ N/C$$

للشعاع $\vec{E}_1$ مركبة على y فقط، ومركبته على x معدومة:

$$E_{1y} = 3.9\times10^5\ N/C \qquad ; \qquad E_{1x} = 0$$

وللشعاع $\vec{E}_2$ مركبة موجبة على x، وأخرى سالبة على y قيمة كل منها:

$$E_{2x} = E_2.\cos\theta = 1.8\times10^5 \times\frac{3}{5} = 1.1\times10^5 \ \ N/C$$

$$E_{2y} = -E_2.\sin\theta = -1.8\times10^5 \times\frac{4}{5} = -1.4\times10^5 \ \ N/C$$

ويمكن بالتالي أن نعبر عن $\vec{E}_2, \vec{E}_1$ بالعلاقتين:

$$\vec{E}_1 = 3.9\times10^5 \ \vec{j} \ N/C$$

$$\vec{E}_2 = (1.1\times10^5 \ \vec{i} - 1.4\times10^5 \ \vec{j}) \ \ N/C$$

وبالتالي تكون $\vec{E}$ محصلة الحقلين $\vec{E}_2, \vec{E}_1$، ويعبر عنها بالعلاقة:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (1.1\times10^5 \ \vec{i} + 2.5\times10^5 \ \vec{j}) \ \ N/C$$

من هذه النتيجة نجد أن قيمة $\vec{E}$ هي:

$$\left|\vec{E}\right| = \sqrt{\left(1.1\times10^5\right)^2 + \left(2.5\times10^5\right)^2} = 2.7\times10^5 \ \ N/C$$

ويصنع الشعاع $\vec{E}$ زاوية Φ مع المحور x، حيث:

$$\tan\Phi = \frac{2.5\times10^5}{1.1\times10^5} \Rightarrow \Phi = 66.251^\circ$$

تطبيق:

أوجد القوة الكهربائية على شحنة اختبارية موجبة ($+2\times10^{-8}$ C)، موضوعة في النقطة p.

$$F = qE = 2\times10^{-8} \times 2.7\times10^5 = 5.4\times10^{-3} \ \ N$$

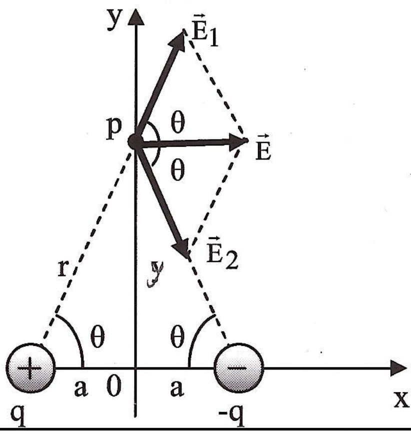
لاحظ أن اتجاه $\vec{F}$ هو نفس اتجاه $\vec{E}$.

مثال (٢-٩):

يحوي ثنائي الأقطاب الكهربائي شحنة موجبة q، وشحنة سالبة -q ، تفصل بينها مسافة 2a كما في الشكل (2-14). أوجد الحقل الكهربائي $\vec{E}$ المتعلق بهاتين الشحنتين على طول المحور y، في النقطة p، حيث y هي المسافة من نقطة المبدأ. افترض أن $a << y$.

الحل:

إن الحقول $\vec{E}_2, \vec{E}_1$ المتعلقة بالشحنتين متساوية القيمة في النقطـــة p، لأن p متساوية المسافة عن الشحنتين المتساويتين بالقيمة والمتعاكستين بالإشارة، الحقل الكلي $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$ حيث:



الشكل (2-14): محصلة حقل كهربائي لشحنتي ثنائي قطب كهربائي في نقطة لا تقع على محور تناظرهما الشاقولي.

$$E_1 = E_2 = k_e \frac{q}{r^2} = k_e \frac{q}{a^2 + y^2}$$

المركبتين على y للحقلين $\vec{E}_2, \vec{E}_1$ تعدم إحداهما الأخرى، والمركبتين علـــى x للحقلين متساويين، ولأن كليهما على طول المحور x فإن الحقـــل الكلـــي $\vec{E}$ مـــوازٍ للمحور x، وقيمته $2E\cos\theta$، من الشكل (2-14):

$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{(y^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}}$$

وبالتالي:

$$E = 2E \cdot \cos\theta = 2k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \cdot \frac{a}{(y^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2k_e qa}{(y^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

وباستخدام التقريب $y >> a$ فإنه يمكننا إهمال a^2 في المقام، وبالتالي:

$$E = k_e \frac{2aq}{y^3}$$

وعليه يمكننا القول إن حقل ثنائي الأقطاب الكهربائي على طول المحور y يتغير في النقاط البعيدة وفق $\frac{1}{r^3}$، بينما يتغير حقل الشحنات النقطية ببطء أكبر وفقاً لـ $\frac{1}{r^2}$، وهذا بسبب أنه في النقط البعيدة ينفي حقلي الشحنتين المتعاكستين أحدهما الآخر ويكون التغير تقريباً وفقاً لـ $\frac{1}{r^3}$ في حقل ثنائي الأقطاب، ويمكن الحصول عليه أيضاً من أجل نقطة على طول المحور x. ومن أجل نقطة بعيدة بصورة عامة يعتبر ثنائي الأقطاب نموذج جيد للعديد من الجزيئات مثل HCl.

وسنرى في فصل لاحق كيف تتصرف الذرات المعتدلة والجزيئات المعتدلة كثنائيات أقطاب عندما تكون متوضعة في حقل كهربائي شديد، بالإضافة إلى أن العديد من الجزيئات مثل HCl هي ثنائيات أقطاب دائمة فهو يوصف جزيئياً كشاردة H^+ متحدة مع شاردة Cl^-). إن تأثير مثل هذه الثنائيات على سلوكية المواد الخاضعة لحقول كهربائية، سيناقش في فصل لاحق.

٢-٥- الحقل الكهربائي لشحنة ذات توزع مستمر

Electric Field of Continuous Charge Distribution:

تتوضع على الأغلب مجموعة من الشحنات قريبة من بعضها جداً مقارنة مع أبعادها عن النقط التي نريد عندها حساب تأثيرات هذه الشحنات. في مثل هذه الحالات، يمكن اعتبار جملة الشحنات على أنها مستمرة، أي أننا نتخيل أن جملة الشحنات القريبة من بعضها البعض تكون مكافئة لشحنة كلية موزعة بشكل مستمر على طول خط ما أو فوق سطح ما أو خلال حجم ما.

لتحديد الحقل الكهربائي لشحنة ذات توزع مستمر تستخدم الطريقة التالية:

تقسم الشحنة أولاً إلى أجزاء صغيرة يحمل كل منها شحنة صغيرة عنصرية Δq كما في الشكل (2-15). ويستخدم في الخطوة الثانية قانون كولون لحساب الحقل الكهربائي لإحدى الشحنات من هذه العناصر في النقطة p، ونعين أخيراً الحقل الكلي

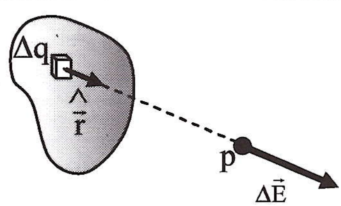
في p لتوزع الشحنات عن طريق جمع مساهمات جميع الشحنات العنصرية (ويتم ذلك بتطبيق مبدأ الجمع الشعاعي)، ومن ثم نحول الجمع إلى تكامل.

الحقل الكهربائي في p لإحدى الشحنات العنصرية Δq هو:

$$\Delta\vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \cdot \hat{\vec{r}}$$

حيث r المسافة من الشحنة العنصرية Δq إلى النقطة p، $\hat{\vec{r}}$ هو شعاع الواحدة على r وموجه من الشحنة العنصرية إلى النقطة p. الحقل الكهربائي الكلي في p لجميع الشحنات العنصرية في توزع الشحنات هو تقريباً:

$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{\vec{r}}_i \text{ ،}$$



الشكل (2-15):
محصلة حقل كهربائي لتوزع شحنات مستمر هو المجموع الشعاعي لجميع الحقول العنصرية الناتجة عن الشحن العنصرية.

حيث يدل الدليل i على الشحنة العنصرية q_i في التوزع. إذا كانت المسافات بين الشحنات العنصرية في التوزع صغيرة مقارنة مع البعد عن p، فإنه يمكن أن يقرب توزع الشحنات إلى توزع مستمر. وعليه فإن الحقل الكلي في p عندما $\Delta q_i \rightarrow 0$ هو:

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \to 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{\vec{r}}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{\vec{r}}_i \qquad (2\text{-}6)$$

إن هذا التكامل هو تكامل شعاعي يجب أن يعالج بحذر، نوضح هذا النمط من الحسابات في عدة أمثلة، ونفترض في هذه الأمثلة أن الشحنة موزعة بصورة منتظمة على خط أو سطح أو خلال حجم ما. وعند إجراء مثل هذه الحسابات فمن المناسب استخدام مفهوم كثافة الشحنة مباشرة مع الملاحظات التالية:

١. إذا كانت شحنة Q موزعة في حجم V، فإن الكثافة الحجمية للشحنة في واحدة الحجم ρ تعرف بالعلاقة: $\rho \equiv \frac{Q}{V}$، وتأخذ ρ الواحدة C/m^3.

٢.إذا كانت Q شحنة موزعة بانتظام على سطح أو مساحة A، عند ذلك تؤخذ الكثافة السطحية σ وتعرّف بالعلاقة: $\sigma \equiv \frac{Q}{A}$، وتأخذ σ الواحدة C/m^2.

٣.وأخيراً إذا كانت شحنة Q موزعة بانتظام على طول خط طوله ℓ، عند ذلك تؤخذ الكثافة الخطية λ وهي وتعرف بالعلاقة: $\lambda = \frac{Q}{\ell}$، وتأخذ λ الواحدة C/m.

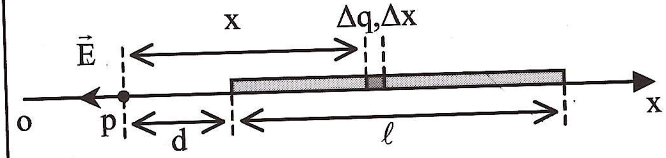
أما إذا كانت الشحنة موزعة بشكل غير منتظم في حجم أو على سطح أو خط، فإنه علينا التعبير عن الكثافات كما يلي:

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \quad , \quad \sigma = \frac{dQ}{dA} \quad , \quad \lambda = \frac{dQ}{d\ell}$$

حيث dQ كمية الشحنة في حجم عنصري صغير، أو سطح عنصري صغير، أو طول عنصري صغير.

مثال (٢-١٠):

قضيب طوله ℓ، تتوزع عليه شحنة موجبة بشكل منتظم بكثافة خطية ثابتة λ، وقيمة شحنته الكلية Q، احسب الحقل الكهربائي في النقطة p الواقعة على طول محور القضيب على بعد d من إحدى نهايتيه.



الشكل (2-16): محصلة حقل كهربائي لتوزع شحنات مستمر على طول قضيب في نقطة تقع على امتداده.

الحل:

من أجل هذا الحساب نعتبر القضيب متوضعاً على طول المحور x، نأخذ طولاً صغيراً Δx من القضيب، ولتكن Δq هي الشحنة المتوضعة على هذا الطول وبالتالي $\Delta q = \lambda \Delta x$، وبما أنه يمكن اعتبار Δq شحنة نقطية فإن الحقل $\Delta \vec{E}$ الناتج عن هذه الشحنة في النقطة p تعطى قيمته كما يلي:

$$\Delta E = k_e \frac{\Delta q}{x^2} = k_e \frac{\lambda \Delta x}{x^2}$$

لاحظ أن كل شحنة عنصرية تولد حقلاً في الاتجاه السالب لـــــ x، وتــؤول المسألة بالتالي إلى حساب مجموع مساهمات الشحن العنصرية في الحقــل الكلــي في النقطة p. الحقل الكلي في p الناتج عن جميع أجزاء القضيب التي هي على أبعاد مختلفة من p يعطى بالعلاقة (6-2) والتي تصبح في هذه الحالة:

$$E = \int_{d}^{\ell+d} k_e \lambda \frac{dx}{x^2}$$

حيث يمتد التكامل من إحدى نهايتي القضـيب $x = d$ إلى النهايــة الأخــرى $x = \ell + d$.

بما أن k_e, λ ثابتان فإنه من الممكن إخراجهما خارج إشارة التكامل وعليه نجد أن:

$$E = k_e \lambda \int_{d}^{\ell+d} \frac{dx}{x^2} = k_e \lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_{d}^{d+\ell} = k_e \lambda \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+\ell} \right) = \frac{k_e Q}{d(\ell + d)}$$

وقد اعتمدنا على حقيقة أن الشحنة الكلية Q هي $Q=\lambda \ell$، ونجد من هــذه النتيجة أنه إذا كانت النقطة p بعيدة عن القضيب $(\ell << d)$، فإنه يمكن إهمال ℓ في المقام وتصبح العلاقة $E \approx \frac{k_e Q}{d^2}$. وهذا ما يمكن الحصول عليه مباشرة من حالة شحنة نقطية. وعليه ومن أجل القيم الكبيرة $\frac{d}{\ell}$ يظهر توزع الشحنة وكأنه شــحنة نقطيــة قيمتها Q. ويعتبر استخدام الحالة الخاصة $(\frac{d}{\ell} \to \infty)$ طريقة جيدة في كثير من الأحيان لاختبار العلاقات النظرية.

ملاحظة: من المهم تفهم الطريقة التي استخدمت لاستنتاج تكاملات مثل هذا التكامل، اختر أولاً شحنة عنصرية أجزاؤها متساوية البعد عن النقطة التي تريد حساب الحقل عندها، ثم عبر عن الشحنة العنصرية Δq بتابعية المتحولات الأخــرى داخــل التكامل (في هذا المثال لدينا متحول واحد)، يجب أن يكون التكامل علــى مقــدار

سلمي، وعليه يجب التعبير عنه بتابعية المركبات، ثم يحول التكامل بعد ذلك إلى تكامل بالنسبة لمتحول واحد (أو جداء تكاملات كل منها بمتحول واحد)، وفي الأمثلة الـــتي تحوي تناظر كروي أو أسطواني ستكون المتحولات إحداثيات قطرية.

مثال (٢-١١):

حلقة نصف قطرها a عليها شحنة موجبة موزعة بانتظام على واحدة الطـــول. القيمة الكلية للشحنة هي Q. احسب الحقل الكهربائي على طول محور الحلقة في نقطة p التي تبعد بمقدار x عن مركز الحلقة. الشكل (2-17).

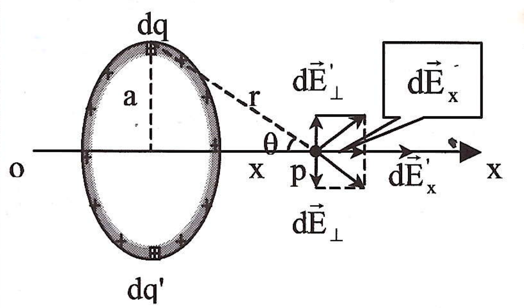
الحل:

قيمة الحقل الكهربائي في p والناتج عن الجزء dq من الشحنة هي:

$$dE = k_e \frac{dq}{r^2}$$

مركبة هذا الحقل على المحور ox (محور الحلقة) هي:

$$dE_x = dE \cos\theta$$



الشكل (2-17): محصلة حقـــل كهربـــائي لتوزع شحنات مســتمر على طول حلقة في نقطة تقع على محوره.

أما مركبة هذا الحقل العمودية على المحور ox فنرمز لها بالرمز $dE_\perp$، لكن كما نرى في الشكل (2-17)، فإن الحقل الناتج في p يجب أن يتوضع على المحـــور ox، لأن محصلة المركبات العمودية معدومة، لأن كل مركبة عمودية ناتجة عن شحنة عنصـــرية تلغى بالمركبة العمودية الناتجة عن الشحنة العنصرية المناظرة لها قطرياً.

وبما أن:

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \quad , \quad r = \left(x^2 + a^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

نجد ما يلي:

$$dE_x = dE\cos\theta = k_e\left(\frac{dq}{r^2}\right)\cdot\frac{x}{r} = \frac{k_e\, x}{\left(x^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\cdot dq$$

في هذه الحالة جميع أجزاء الحلقة تقدم نفس المساهمة في الحقل عند النقطة p، لأن جميع هذه الأجزاء تقع على مسافات متساوية من النقطة p، لذلك يمكننا مكاملة العلاقة أعلاه للحصول على الحقل الكلي في النقطة p كما يلي:

$$E_x = \int\frac{k_e\, x}{\left(x^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\cdot dq = \frac{k_e\, x}{\left(x^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\cdot\int dq = \frac{k_e\, x}{\left(x^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\cdot Q$$

تظهر هذه النتيجة أن الحقل يكون معدوماً في النقطة $x = 0$ أي مركز الحلقة.

هل هذه النتيجة مفاجئة لك؟

تطبيق:

برهن أنه على مسافة كبيرة من الحلقة ($x>>a$) أن الحقل الكهربائي على طول المحور ox يقترب من كونه حقل شحنة نقطية قيمتها Q.

البرهان:

$$x>>a \Rightarrow \left(x^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}} \approx \left(x^2\right)^{\frac{3}{2}} = x^3$$

نبدل هذا التقريب في العلاقة أعلاه فينتج:

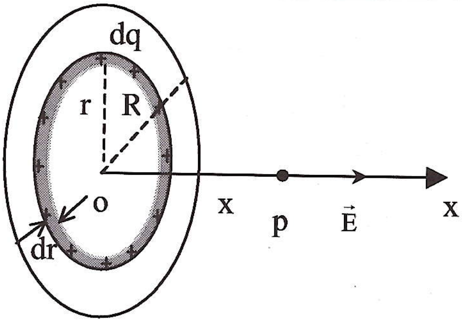
$$E_x = \frac{k_e\, x\, Q}{x^3} = k_e\frac{Q}{x^2}$$

وهي العلاقة التي تعطي حقل الشحنة النقطية Q على بعد x منها أي أن Q تصبح في هذه الحالة ($x>>a$) وكأنها نقطية.

مثال (٢-١٢):

قرص نصف قطره R تتوزع عليه شحنة بكثافة سطحية σ منتظمة (متجانسة).

والمطلوب: احسب الحقل الكهربائي الناتج في نقطة p الواقعة على طول المحور ox المقام من مركز القرص. الشكل (2-18).



الشكل (2-18):
محصلة حقــل كهربــائي لتوزع شحنات مسـتمر على قرص في نقطة تقــع على محوره.

الحل:

إن حل هذه المسألة مباشر وصريح وواضح، إذا اعتبرنا أن القرص جملـــة مـــن الحلقات المتمركزة. نستطيع عندئذٍ استخدام المثال (٢-١١) السابق الذي يعطي الحقل الكهربائي لحلقة نصف قطرها r، ومن ثم نجمع مساهمات جميع الحلقات التي تشـــكل القرص بالتناظر فإن الحقل الناتج في نقطة واقعة على محور القرص يجـــب أن يكـــون موازياً لهذا المحور.

وفي مثالنا هذا إن الحلقة التي نصف قطرها r، وسماكتها dr، تكون مســـاحتها $2\pi rdr$، الشكل (2-18). إن شحنة هذه الحلقة تساوي مساحتها مضـــروبة بقيمـــة الشحنة في واحدة السطح σ (الكثافة السطحية)، أي أن: $dq = 2\pi rdr\sigma$.

وبتبديل قيمة هذه الشحنة (شحنة الحلقة) في المثال (٢-١١) مع تبديل a بـــ r ينتج أن حقل هذه الحلقة يعطى بالعلاقة التالية:

$$dE = \frac{k_e x}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot (2\pi\sigma r\,dr)$$

وللحصول على الحقل الكلي في النقطة p نكامل العلاقة الأخيرة وفق تكامـــل محدود من $r = 0$ وحتى $r = R$ مع ملاحظة أن x تبقى كما هي وهذا يعطي:

$$E = k_e x\pi\sigma\int_0^R \frac{2r\,dr}{\left(x^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}} = k_e x\pi\sigma\left[\frac{(x^2+r^2)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}}\right]_0^R$$

$$E = 2\pi k_e \sigma \left(\frac{x}{|x|} - \frac{x}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \qquad (1)$$

تصلح هذه النتيجة من أجل جميع قيم x. الحقل قرب القرص في نقطة واقعة على محوره يعطى أيضاً بالعلاقة (1) مع افتراض $R >> x$ ينتج:

$$E = 2\pi k_e \sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad (2)$$

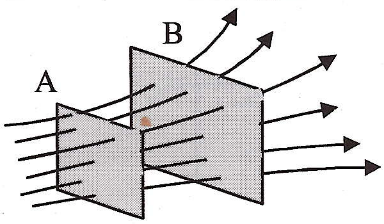
حيث ε_0 سماحية الخلاء. كما سنرى في الفصل القادم فإنه سيتم الحصول على نفس النتيجة من أجل حقل شحنة منتظمة موزعة على لوح مستوٍ امتداده غير محدود.

٢-٦- خطوط الحقل الكهربائي *The Electric Field Lines:*

من أجل إظهار خطوط الحقل (جعلها مرئية)، فإن الطريقة المناسبة هي رسم خطوط الحقل الكهربائي بنفس الاتجاه في أية نقطة. هذه الخطوط التي تدعى خطوط الحقل الكهربائي ترتبط بالحقل الكهربائي في أية منطقة من الفضاء بالطريقة التالية:

- تمس متجهة الحقل الكهربائي $\vec{E}$ خط الحقل الكهربائي في أية نقطة.
- إن عدد خطوط الحقل في واحدة السطح العمودية عليها في منطقة ما يتناسب طرداً مع شدة الحقل الكهربائي في تلك المنطقة. وبالتالي فإن قيمة $\vec{E}$ تكون كبيرة عندما تكون خطوط الحقل متقاربة بعضها من بعض، وصغيرة عندما تكون خطوط الحقل متباعدة.

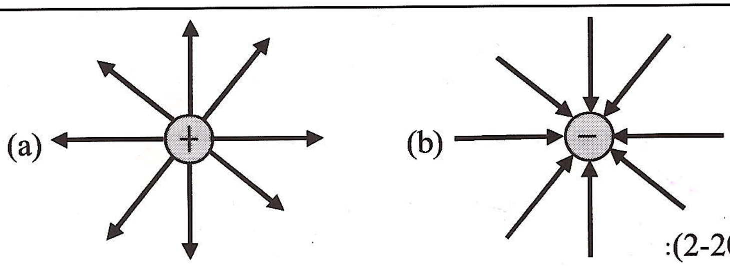
يوضح الشكل (2-19) الخصائص السابقة، إن كثافة الخطوط خلال الوجه A أكبر من كثافة الخطوط خلال الوجه B، وعليه فإن شدة الحقل في الوجه A أعلى من شدته في الوجه B، بالإضافة إلى ذلك فإن تغير اتجاهات خطوط الحقل مع تغير الموضع، يوضح لنا أن الحقل غير منتظم.



الشكل (2-19):
خطوط الحقل الكهربائي التي تخترق سطحين متوازيين، يتضح من الشكل أن قيمة الحقل في الوجه A أكبر منها في الوجه B.

يوضح الشكل (2-20-a) شكلاً تخطيطياً لخطوط الحقل الكهربائي لشحنة نقطية مفردة. لاحظ أننا في هذا الرسم ثنائي البعد أظهرنا فقط خطوط الحقل الواقعة في المستوي الذي يتضمن الشحنة النقطية، تتوجه الخطوط قطرياً من الشحنة باتجاه الخارج في جميع الاتجاهات (تشبه إلى حد ما أشواك القنفذ).

وبما أن الشحنة الاختبارية الموجبة المتوضعة في هذا الحقل ستدفع من قبل الشحنة النقطية الموجبة فإن الخطوط تتوجه قطرياً مبتعدة عن الشحنة النقطية الموجبة، وبشكل مماثل تتجه خطوط الحقل الكهربائي للشحنة النقطية السالبة قطرياً نحو الخارج الشكل (2-20-b)، وفي كلتا الحالتين تكون خطوط الحقل قطرية وتمتد في كل الاتجاهات إلى ما لا نهاية، لاحظ أن الخطوط تقترب من بعضها البعض عندما تقترب من الشحنة وهذا ما يدل على زيادة شدة الحقل بالاقتراب من الشحنة.



الشكل (2-20):
خطوط الحقل الكهربائي الناتجة عن شحنة كروية مستقلة صغيرة وتكون كثافتها أكبر بالقرب من الشحنة مما يعبر عن أن شدة الحقل أكبر، وهي تنبع من الشحنة الموجبة (a) وتحترق في الشحنة السالبة (b)، ولذلك تسمى الشحنات الموجبة بمنابع الحقل الكهربائي، وتسمى الشحنات السالبة محارقاً له.

إن قواعد رسم خطوط الحقل الكهربائي عند أي توزع للشحنات هي:

- تنطلق خطوط الحقل من الشحنات الموجبة لتستقر في الشحنات السالبة، وحتى عندما تكون محصلة الشحنات لا تساوي الصفر فإنه يمكن للخطوط أن تبدأ أو تنتهي في اللانهاية.
- عدد خطوط الحقل التي تنطلق من الشحنة الموجبة أو تقترب من السالبة تتناسب طرداً مع قيمة هذه الشحنة.

۞ لا يمكن لخطي حقل أن يتقاطعا أو أن يتماسا.

هل إيضاح الحقل الكهربائي هذا بدلالة خطوط الحقل متضمن في قانون كولون؟ للإجابة عن هذا السؤال نعتبر سطحاً كروياً افتراضياً نصف قطره r في مركزه شحنة، بالاعتماد على تناظر السطح الكروي نرى أن الحقل الكهربائي في أية نقطة من السطح الكروي يأخذ نفس القيمة.

إن N عدد الخطوط المنبثقة من الشحنة يساوي عدد الخطوط التي تخترق السطح الكروي، لذلك فإن عدد الخطوط في واحدة السطح الكروي هو $\frac{N}{4\pi r^2}$ (حيث $4\pi r^2$ هي مساحة السطح الكروي)، وبما أن شدة الحقل E تتناسب طرداً مع عدد خطوط الحقل في واحدة السطح، فإننا نجد أن E تتغير وفق $\frac{1}{r^2}$. وهذه مضمنة في النتيجة المستحصلة من قانون كولون $E=k_e\frac{q}{r^2}$.

إنه من المهم الانتباه إلى أن خطوط الحقل الكهربائي ليست أجساماً مادية، بل إنها تستخدم فقط لتقدم لنا وصفاً نوعياً (كيفياً) للحقل الكهربائي.

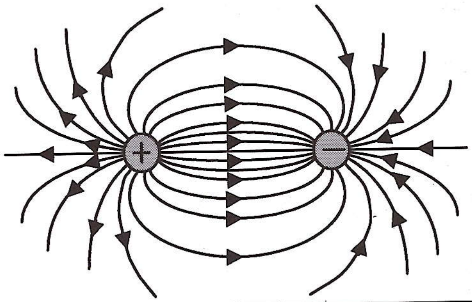
من عيوب هذا النموذج أننا في الحقيقة نرسم دوماً عدداً محدوداً من الخطوط لكل شحنة، وهذا يبين بشكلٍ ظاهري أن الحقل متقطع، ويؤثر فقط على طول خطوط محددة في حين أن الحقل في الواقع مستمر ويؤثر في أية نقطة.

ومن عيوبه أيضاً أنه من الخطأ الكبير رسم شكل ثنائي الأبعاد لخطوط الحقل لوصف حالة ثلاثية الأبعاد.

بما أن الشحنة مكممة (متقطعة أي لا تأخذ قيماً مستمرة)، فإن عدد الخطوط التي تنطلق من أي جسم مادي يجب أن تكون $0,\mp C`e,\mp 2C`e,\mp 3C`e,....$. حيث C\` ثابت كيفي وهو ثابت التناسب.

نختار أولاً C\` فيكون عدد خطوط الحقل ثابت، فإذا كان لجسم أول الشحنة Q_1، ولجسم ثانٍ الشحنة Q_2، فإن نسبة خطوط الحقل الثاني إلى عدد خطوط الحقل الأول هي $\frac{N_2}{N_2}=\frac{Q_2}{Q_1}$.

يظهر الشكل (2-21) خطوط الحقل الكهربائي لشحنتين نقطتين متساويتين بالقيمة ومتعاكستين بالإشارة (ثنائي أقطاب كهربائي electric dipole).

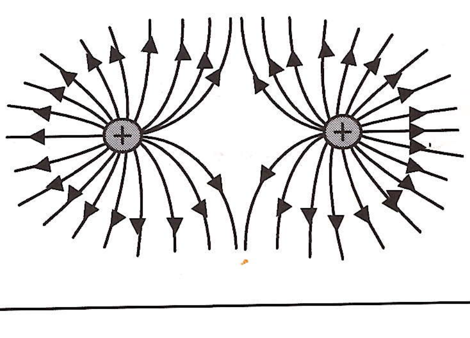


الشكل (2-21):
خطوط الحقل الكهربائي الناتجة عن شحنتين كرويتين صغيرتين متجاورتين متساويتين بالقيمة المطلقة، وتكون كثافتها بالقرب من الشحنتين متساويتين والخطوط التي تنطلق من الشحنة الموجبة تستقر في السالبة.

في هذه الحالة يجب أن يكون عدد خطوط الحقل الذي يبدأ من الشحنة الموجبة مساوياً لعدد خطوط الحقل التي تنتهي في الشحنة السالبة.

تكون خطوط الحقل في النقط القريبة من الشحنتين قطرية تقريباً، وتدل الكثافة العالية للخطوط بين الشحنتين إلى منطقة الشدة العالية للحقل الكهربائي.

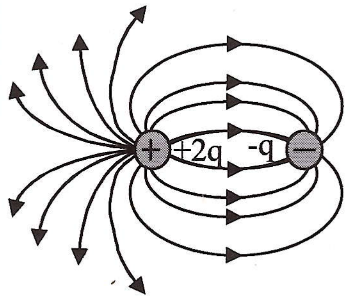
يظهر الشكل (2-22) خطوط الحقل الكهربائي في جوار شحنتين نقطتين موجبتين ومتساويتين بالقيمة ومتماثلتين بالإشارة، وهنا أيضاً تكون خطوط الحقل في النقاط القريبة من كل من الشحنتين قطرية، ويظهر نفس العدد من خطوط الحقل من كل من الشحنتين لأنها متساويتين بالقيمة، أما على مسافات كبيرة من الشحنتين فيكون الحقل مساوياً تقريباً لحقل الشحنة النقطية التي قيمتها 2q.



الشكل (2-22):
خطوط الحقل الكهربائي الناتجة عن شحنتين كرويتين صغيرتين متجاورتين متساويتين بالقيمة والإشارة، وتكون كثافتها بالقرب من الشحنتين متساويتين والخطوط تنطلق من كلتيهما وتنحني بينهما لتصبح كثافتها ضئيلة بينهما.

ويبين الشكل (2-23) خطوط الحقل الكهربائي المرافقة لشحنة موجبة +2q، وشحنة سالبة q−، في هذه الحالة يكون عدد خطوط الحقل المنطلقة من +2q مساوياً

لضعفي عدد خطوط الحقل المستقرة في q-، لذلك فإن نصف عدد خطوط الحقل الكهربائي المنطلقة من الشحنة الموجبة فقط يستقر في الشحنة السالبة، والنصف الباقي يستقر في شحنة سالبة أخرى يفترض أنها موجودة في اللانهاية، ومن أجل مسافات كبيرة مقارنة مع المسافة الفاصلة بين الشحنتين فإن خطوط الحقل تكافئ تلك المنطلقة من شحنة نقطية q+.



الشكل (2-23):
خطوط الحقل الكهربائي الناتجة عن شحنتين كرويتين صغيرتين متجاورتين إحداهما ضعف الأخرى بالقيمة المطلقة، وتكون كثافتها بالقرب من الشحنة المضاعفة مضاعفة أيضاً.

٢-٧- حركة الجسيمات المشحونة في حقل كهربائي منتظم

:Motion of charged particles in uniform electric field

سنصف في هذه الفقرة حركة جسيم مشحون في حقل منتظم . كما سنرى تكافؤ هذه الحركة مع حركة قذيفة تترك في حقل جاذبية منتظم. عندما يوضع جسيم كتلته m وشحنته q في حقل كهربائي $\vec{E}$، فإن القوة الكهربائية المؤثرة على هذه الشحنة هي $q\vec{E}$، فإذا كانت هذه القوة هي القوة الوحيدة المؤثرة على هذه الشحنة فإن تطبيق قانون نيوتن الثاني عليها يعطي:

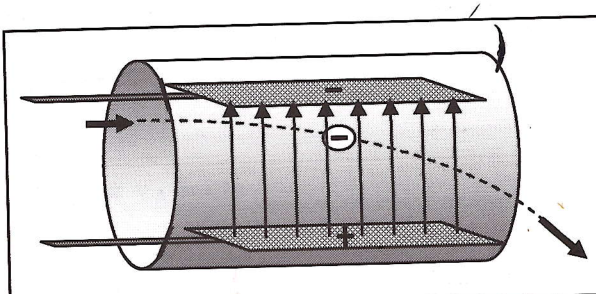
$$\vec{F}=q\vec{E}=m\vec{a}$$

وبالتالي يكون تسارع الجسيم هو:

$$\vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m} \qquad (2\text{-}7)$$

يمثل الشكل (2-24) آلية تحاكي حركة جسم مقذوف في حقل الجاذبية، يُمكّن هذا المحاكي من دراسة تأثير الحقول الكهربائية على حركة الجسيمات المشحونة، ويجب أن نكون قادرين على تحديد الشحنة على الجسيم وسرعته وأن نكون قادرين

على التحكم بقيمة واتجاه الحقل الكهربائي المطبق، إذ إن تغيير هذه المتحولات يمكن من مراقبة الجسيمات مثل الإلكترونات والبروتونات بوجود (أو غياب) الحقل الكهربائي، وكذلك يمكن من مراقبة سلوك جملة من الجسيمات المشحونة.



الشكل (2-24):
محاكي لحركة القذف الأفقي يمكن من دراسة حركة شحنة تحت تأثير الحقل الكهربائي.

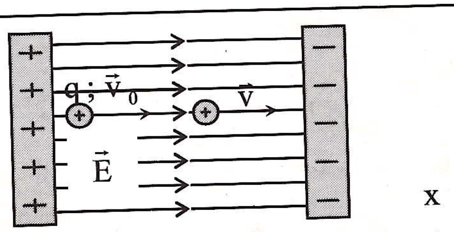
إذا كان $\vec{E}$ منتظماً (أي ثابتاً بالقيمة والاتجاه)، يكون التسارع ثابتاً خلال الحركة، وإذا كانت الشحنة موجبة فإن جهة التسارع من جهة الحقل الكهربائي، أما إذا كانت الشحنة السالبة فإن لتسارعها اتجاه معاكس لاتجاه الحقل الكهربائي.

مثال (٢-١٣):

شحنة نقطية موجبة q محمولة على كتلة m، تنطلق من السكون ضمن حقل كهربائي منتظم $\vec{E}$ موجه على طول المحور ox كما في الشكل (2-25). المطلوب: ادرس حركة هذه الشحنة النقطية.

الحل:

إن تسارع هذه الشحنة ثابت ويعطى بالعلاقة $q\vec{E}/m$، والحركة خطية بسيطة (مستقيمة متغيرة بانتظام) على طول المحور ox، وعليه يمكننا تطبيق قوانين الحركة المجردة ذات البعد الواحد:



الشكل (2-25):
حركة شحنة تحت تأثير حقل كهربائي أفقي.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$
$$v=at+v_0$$
$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0)$$

وبفرض $v_0 = 0$ ،$x_0 = 0$ ينتج:

$$x=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{qE}{m}t^2$$
$$v=at=\frac{qE}{m}t$$
$$v^2=2(\frac{qE}{m})x$$

إن الطاقة الحركية لهذه الشحنة بعد أن تجتاز مسافة مقدارها x هي:

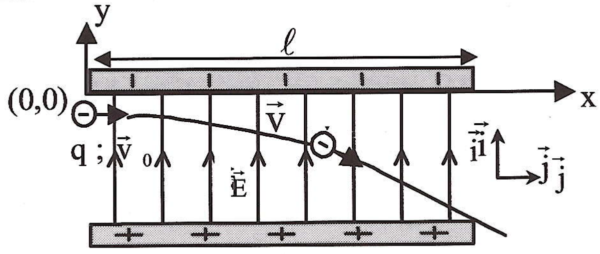
$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(\frac{2qE}{m}\right)^2\cdot x=qEx$$

وكذلك يمكن الحصول على هذه النتيجة بتطبيق نظرية العمل- الطاقة، بما أن العمل المنجز من قبل القوة الكهربائية هو $F_e .x = qE_x$، و $W = \Delta K$ (العمل يساوي تغير الطاقة الحركية).

إن الحقل الكهربائي في المنطقة الواقعة بين صفيحتين معدنيتين مستويتين ومشحونتين بشحنتين متعاكستين هو حقل منتظم تقريباً كما في الشكل (2-26)، ويبين هذا الشكل أن سقوط إلكترون في الحقل الكهربائي المنتظم المتولد بين الصفيحتين المشحونتين يؤدي إلى إخضاعه لتسارع نحو الأسفل (أي يكون معاكساً لاتجاه الحقل $\vec{E}$)، وتكون حركته منحنية تأخذ شكل قطع مكافئ. بفرض أن شحنة الإلكترون سالبة وهي e- وبما أن اتجاه الحقل الكهربائي $\vec{E}$ هو الاتجاه الموجب للمحور oy فإن الإلكترون يتسارع بالاتجاه السالب للمحور oy أي أن:

$$a=-\frac{eE}{m}\vec{j} \qquad (2\text{-}8)$$

بما أن التسارع ثابت فإنه يمكننا تطبيق قوانين الحركة المجردة ذات البعدين، مع اعتبار أن $v_{y_0}=0,\ v_{x_0}=v_0$ ، وبعد مضي زمن مقداره t على هذه الشحنة e ضمن هذا الحقل الكهربائي فإن مركبتا السرعة تصبحان:



الشكل (2-26): حركة شحنة تحت تأثير حقل كهربائي شاقولي.

$$v_x = v_0 = cte \qquad (2\text{-}9)$$

$$v_y = a\,t = \frac{-eE}{m}\cdot t \qquad (2\text{-}10)$$

بنفس الطريقة يكون إحداثيي الإلكترون بعد مضي نفس الزمن t مساويان:

$$x = v_0\, t \qquad (2\text{-}11)$$

$$y = \frac{1}{2}a\,t^2 = -\frac{1}{2}\cdot\frac{eE}{m}\cdot t^2 \qquad (2\text{-}12)$$

وبتبديل $t = \frac{x}{v_0}$ من العلاقة (2-11) في العلاقة (2-12) نجد أن y تتناسب طرداً مع x^2 لذلك فإن المسار يشكل قطع مكافئ، وبعد أن يغادر الإلكترون منطقة الحقل الكهربائي المنتظم يتابع حركته وفق خط مستقيم حيث تصبح طـويلتي السـرعتين تحققان $v > v_0$.

لاحظ أننا أهملنا قوة الجاذبية على الإلكترون، وهذا تقريب جيد عند دراسة جسيم ذري، من أجل حقل كهربائي شدته 10^4 N/C، فإن نسبة القوة الكهربائية eE إلى قوة الجاذبية mg من أجل الإلكترون هي 10^{14}، والنسبة الموافقة من أجل البروتون هي من مرتبة 10^{11}.

مثال (٢-١٤):

يدخل إلكترون منطقة حقل كهربائي منتظم كما في الشكل (2-26) بسـرعة ابتدائية $v_0 = 3\times10^6$ m/s، وشدة الحقل $E = 200$ N/C، وعرض كل من الصفيحتين $\ell = 0.1$m . المطلوب:

١- أوجد تسارع الإلكترون خلال تواجده ضمن الحقل الكهربائي.

٢- أوجد الزمن الذي سيستغرقه الإلكترون لاجتياز المسافة خلال الحقل الكهربائي.

٣- ما هي قيمة الانزياح الشاقولي y للإلكترون خلال وجوده ضمن الحقل الكهربائي؟

الحل:

١- بما أن قيمة شحنة الإلكترون هي $e = 1.602\times10^{-19}$ C، وكتلته $m = 9.1\times10^{-31}$kg، فإن تطبيق العلاقة (2-8) يعطي:

$$\vec{a}=-\frac{eE}{m}\vec{j}=\frac{(-1.602\times10^{-19})\cdot(200)}{9.1\times10^{-31}}\vec{j}$$

$$\Rightarrow \ \vec{a}=-3.51\times10^{13}\ \vec{j}\ \ m/s^2$$

٢- المسافة الأفقية التي يتم اجتيازها من قبل الإلكترون خلال الحقل الكهربائي هي $\ell=0.1m$، وباستخدام العلاقة (2-11) مع اعتبار $x=\ell$ نجد أن الزمن الذي يستغرقه الإلكترون في الحقل الكهربائي هو:

$$t=\frac{\ell}{v_0}=\frac{0.1}{3\times10^6}=3.33\times10^{-8}\,s$$

٣- باستخدام العلاقة (2-12) ونتيجتي الطلبين ١، ٢ نجد أن:

$$y=\frac{1}{2}a\,t^2=-\frac{1}{2}(3.51\times10^{13})\cdot(3.33\times10^{-8})^2$$

$$\Rightarrow\ y=-0.0195\,m=-1.95\,cm$$

إذا كانت المسافة بين الصفيحتين أصغر من القيمة 1.95cm، والإلكترون سيصطدم عندئذٍ بالصفيحة الموجبة.

تطبيق: أوجد سرعة الإلكترون لحظة خروجه من الحقل الكهربائي.

$$v_x\vec{i}=v_0\vec{i}=3\times10^6\ \vec{i}\ \ m/s$$

$$v_y\ \vec{j}=a_y\,t=-3.51\times10^{13}\times3.33\times10^{-8}\vec{j}=-1.16883\times10^6\vec{j}\ \ m/s$$

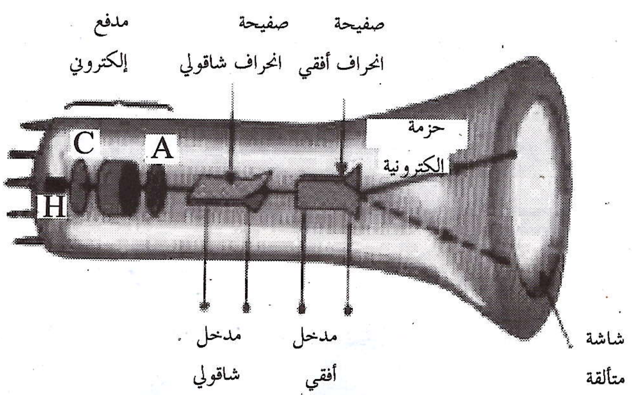
$$\vec{v}=v_x\vec{i}+v_y\vec{i}=3\times10^6\ \vec{i}+-1.16883\times10^6\vec{j}\ \Rightarrow$$

$$|\vec{v}|=\sqrt{(3\times10^6)^2+(-1.16883\times10^6)^2}=3.22\times10^6\ \ m/s$$

٢-٨- راسم الأشعة المهبطية The Oscilloscope:

راسم الأشعة المهبطية جهاز إلكتروني يستخدم على نطاق واسع في إجراء القياسات الكهربائية، يتألف بشكل أساسي من أنبوب الأشعة المهبطية cathode ray tube (CRT) الموضح في الشكل (2-27) الذي يمثل شكل تخطيطي له.

إن أنبوب الأشعة المهبطية هو أنبوب مفرغ تسرع الإلكترونات ضمنه وينحرف مسارها بتأثير الحقول الكهربائية. يستخدم هذا الأنبوب عادة في الإظهار المرئي للمعلومات الإلكترونية وللتطبيقات الأخرى ومنها أنظمة الرادار، المستقبلات التلفزيونية والكمبيوترات.



الشكل (2-27):

أنبوبة راسم الأشعة المهبطية. الإلكترونات التي تغادر المهبط C، تسرع إلى المصعد A، يستخدم المدفع الإلكتروني أيضاً في تجميع الأشعة وتستخدم الصفائح في حرف الأشعة.

تولد الحزمة الإلكترونية بواسطة جهاز يدعى المدفع الإلكتروني (electron gun) متوضع في عنق الأنبوب، المجموعة الموضحة في الشكل (2-27) تتضمن فتيل التسخين H، مهبط سالب الشحنة C، ومصعد موجب الشحنة A. يؤدي التيار الكهربائي المار في سلك التسخين إلى رفع درجة حرارته التي تؤدي بدورها إلى رفع درجة حرارة المهبط. يصل المهبط إلى درجة حرارة كافية لتؤدي إلى انطلاق الإلكترونات من المهبط.

يتضمن المدفع الإلكتروني عنصراً لتجميع الحزم الإلكترونية وعنصراً آخر للسيطرة على الإلكترونات التي تصل المصعد (وهذا يعني السيطرة على التألق)، يحوي المصعد ثقباً في مركزه يسمح للإلكترونات بالعبور من خلاله دون أن تصدم المصعد. إذا غادرت هذه الإلكترونات بشكل غير متشتت فإنها تسير على مسار مستقيم حتى تصل واجهة الراسم وهي شاشة مطلية بمادة تتألق بضوء مرئي عندما تصطدم بها الإلكترونات. ينتج هذا الإصدار بقع ضوء مرئية على الشاشة.

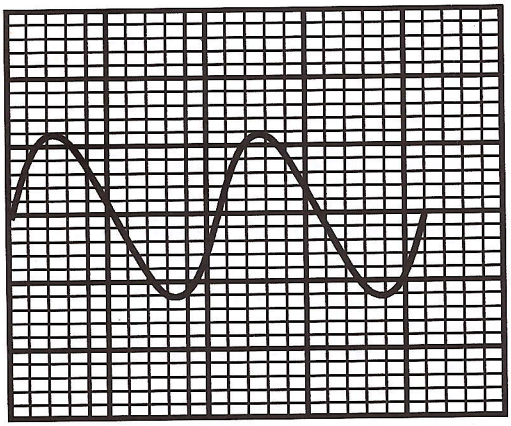
تنحرف الإلكترونات وفق اتجاهات مختلفة بواسطة مجموعتين من الصفائح متوضعة بشكل يتعامد إحداهما مع الأخرى في عنق الأنبوب، ومن أجل فهم كيف تقوم الصفائح بعملية حرف الأشعة، نأخذ أولاً صفائح الإزاحة الأفقية في الشكل (2-27)، تستخدم دارة كهربائية خارجية لمراقبة وتغيير كمية الشحنة المتواجدة على هاتين الصفيحتين مع شحنة موجبة متوضعة على إحدى الصفيحتين وسالبة متوضعة على الأخرى (يمكن تحقيق ذلك بتطبيق فرق كمون عبر الصفيحتين). تولد هذه الشحنة المتزايدة حقلاً كهربائياً متزايداً بين الصفيحتين، يسبب انحراف الحزمة الإلكترونية عن مسارها المستقيم.

إن الشاشة مطلية بطبقة رقيقة من الفوسفور لذلك تتألق بعد وقت قصير من حركة الحزمة الإلكترونية من نقطة لأخرى عليها، ويسبب التزايد البطيء في الشحنة على الصفائح الأفقية انزياحاً تدريجياً للحزمة الإلكترونية من المركز باتجاه حافة الشاشة وبسبب فسفرة الشاشة يشاهد الإنسان بصورة عامة خطاً أفقياً يمتد عبر الشاشة بدل الحركة البسيطة للبقعة، ويمكن أن يحافظ على الخط الأفقي على الشاشة بالتكرار السريع الأثر.

تعمل صفائح الانحراف الشاقولي تماماً بنفس الطريقة التي تعمل بها صفائح الانحراف الأفقي، ماعدا أن تغير الشحنة عليها يؤدي إلى خط شاقولي على الشاشة. تستخدم عملياً صفائح الانحراف الشاقولي وصفائح الانحراف الأفقي بشكل متزامن.

من أجل رؤية كيف يظهر الراسم معلومات مرئية، يجب أن نعرف على سبيل المثال كيف يمكننا مراقبة أمواج الصوت في حالة الشوكة الرنانة Tuning Fork على الشاشة، من أجل ذلك تتغير الشحنة على الصفائح الأفقية بطريقة تجعل الحزمة تهتز عبر وجه الأنبوب بمعدل ثابت.

يصل صوت الشوكة بعد ذلك إلى الميكرفون الذي يغير إشارة الصوت إلى إشارة كهربائية تطبق على الصفائح الشاقولية، ويؤدي اجتماع تأثير الصفائح الأفقية والشاقولية إلى اهتزاز الحزمة أفقياً وشاقولياً في نفس الوقت، مع الحركة الشاقولية الموافقة لإشارة الشوكة الرنانة. ويظهر الشكل (2-28) مثل هذه النماذج على الشاشة.



الشكل (2-28):
موجة جيبية تظهر على شاشة الراسم تنتج من اهتزاز الشوكة الرنانة بعد تحويلها إلى إشارة كهربائية باستخدام ميكرفون.

أسئلة ومسائل غير محلولة

الأسئلة:

١. لماذا نلاحظ أو نشعر بتبادل كهربائي بين الثياب وأجسادنا ويكون ذلك على الأغلب في الأيام الجافة؟

٢. فسر على أساس ذري لماذا تنتقل الشحنات بواسطة الإلكترونات على الأغلب.

٣. يشحن بالون سلباً بالدلك فيلتصق بالجدار، هل هذا يعني أن الجدار مشحون إيجاباً، لماذا يسقط البالون في النهاية.

٤. كرة معدنية خفيفة غير مشحونة معلقة بخيط، نلاحظ أنها تنجذب إلى قضيب المطاط المشحون، لكنها تتدافع مع قضيب المطاط بعد أن تتلامس معه علل ذلك.

٥. اشرح ماذا تعني كلمة ذرة معتدلة.

٦. لماذا تلتصق الثياب بعضها ببعض وبجسد الإنسان بعد أن تسحب من المجفف أو من التجفيف بالشمس؟

٧. كرة معدنية ضخمة ومعزولة من الأسفل، تشحن بواسطة مولد كهربائي ساكن، ويمسك بهذه الكرة شخص يقف على كرسي عازلة، لماذا يكون هذا الشخص آمناً من الصدمة الكهربائية، ولماذا لن يكون أي شخص آخر بلمس هذه الكرة آمناً بعد شحنها.

٨. ما هي التشابهات والاختلافات بين قانون الجاذبية لنيوتن $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ وقانون كولون $F = k_e\frac{q_1 q_2}{r^2}$؟

٩. ما الفرق بين شحن جسم بالتأثير وشحنه بالتماس؟

١٠. افترض أن شخصاً ما اقترح نظرية تنص على أن الناس مقيدون بالأرض بواسطة قوى كهربائية بالإضافة إلى قوى الجاذبية، كيف يمكن إثبات خطأ هذه النظرية.

١١. هل ستختلف الحياة فيما لو كان الإلكترون مشحوناً إيجاباً، والبروتون مشحوناً سلباً. هل لاختيار الإشارات تأثير على التفاعلات والتأثيرات المتبادلة الكيميائية والفيزيائية؟ وضح ذلك.

١٢. لماذا يجب اختيار الشحنة الاختبارية صغيرة جداً عند تحديد الحقل الكهربائي؟

١٣. كرتان ناقلتان مشحونتان نصفا قطريهما متساويان ويساوي كل منها a، تفصل بينهما مسافة r بحيث $r>2a$، هل تعطى القوة المؤثرة على كل من الكرتين بواسطة قانون كولون؟

١٤. متى يمكن اعتبار أن الشحنة هي شحنة نقطية؟

١٥. هل يمكن أن يتواجد الحقل الكهربائي في الفضاء الخالي (الفارغ)؟ وضح ذلك.

١٦. لماذا لا تشكل خطوط الحقل الكهربائي دوامات (حلقات مغلقة)؟

١٧. لماذا لا تتقاطع خطوط الحقل الكهربائي؟

١٨. يوضع إلكترون حر وبروتون حر في نفس الحقل الكهربائي، قارن بين القوتين الكهربائيتين على كل منهما، ثم قارن بين تسارعيهما.

١٩. اشرح ماذا يحصل لقيمة الحقل الكهربائي في نقطة عندما تقترب r من الصفر.

٢٠. شحنة سالبة موضوعة في منطقة من الفضاء حيث يتجه الحقل الكهربائي شاقولياً نحو الأعلى في هذه المنطقة، ما هو اتجاه القوة الكهربائية المؤثرة على هذه الشحنة؟

٢١. شحنة مقدارها 4q تقع على بعد r من شحنة مقدارها q–، قارن بين عدد خطوط الحقل المنطلقة من الشحنة 4q وعدد خطوط الحقل الداخلة إلى الشحنة q–.

٢٢. شحنتان نقطيتان متساويتان تفصل بينهما المسافة d، في أي نقطة (ما عدا اللانهاية) تكون فيها محصلة القوى الكهربائية المؤثرة على شحنة اختبارية مساوية للصفر.

٢٣. اشرح الفرق بين الكثافة الخطية والكثافة السطحية والكثافة الحجمية، وأعطِ أمثلة عن استخدامات كل منها.

٢٤. إذا تلقى جسم معدني شحنة موجبة، هل تزداد كتلة هذا الجسم أم تنقص أم تبقى على ما هي عليه؟ ماذا يحصل لكتلة الجسم عندما يتلقى شحنة سالبة؟

٢٥. نشر أن بعض الناس تنتزع ثيابهم في بعض الحالات، عندما يكونوا في منطقة قريبة من المنطقة التي تضربها الصاعقة. اشرح لماذا يمكن أن يحصل ذلك؟

٢٦. لماذا يجب وصل خط التأريض في الأنتيل (هوائي التلفزيون) إلى دعامة معدنية؟

٢٧. تلف قطعة خفيفة من رقاقة الألمنيوم فوق قضيب خشبي، عندما يقرب قضيب يحمل شحنة موجبة من هذه الرقاقة فإن جزئيها يتباعدان، لماذا؟ وما هو نوع الشحنة المتواجدة على الرقاقة؟

٢٨. لماذا يكون شحن الأجسام بالدلك في الأيام الرطبة أصعب منه في الأيام الجافة؟

٢٩. كيف يمكن أن تميز تجريبياً بين حقل الجاذبية والحقل الكهربائي؟

المسائل:

مسألة (1):

لنفترض أن 1g من الهدروجين فصل إلى إلكترونات وبروتونات، ولنفترض أن البروتونات وضعت في القطب الشمالي للأرض، وأن الإلكترونات وضعت في القطب الجنوبي للأرض، ما هي محصلة قوى الضغط على الأرض؟ مع العلم أن كتلة ذرة الهدروجين هي $\frac{1\cdot 007825}{6\cdot 02\times 10^{26}}\,kg = 1\cdot 007825\ u$، ونصف قطر الأرض $6\cdot 37\times 10^{6}\,m$، وشحنة الإلكترون $1\cdot 602\times 10^{-19}\,C$.

مسألة (2):

بروتونان في جزيء تفصل بينهما مسافة $3.8\times 10^{-10}\ m$، المطلوب:

١. أوجد القوة الكهربائية الساكنة التي يؤثر بها كل من البروتونين على الآخر.

٢. ما هي قيمة هذه القوة مقارنة مع قوة التجاذب الكتلي بين هذين البروتونين؟

٣. كم يجب أن تكون نسبة شحنة الجزيء إلى كتلته ، إذا كانت قيمة قوة الجاذبية الكتلية بينهما وبين الجزيء مساوية لقيمة القوة الكهربائية الساكنة بينهما؟

شحنة البروتون $P = 1\cdot602\times10^{-19}C$ ، كتلة البروتـــون $m_p=1.672623\times10^{-27}kg$،
ثابت الجاذبية الكتلية $G = 6.67259\times10^{-11}\ Nm^2/kg^2$ ، والمقدار $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9$.

مسألة (3):

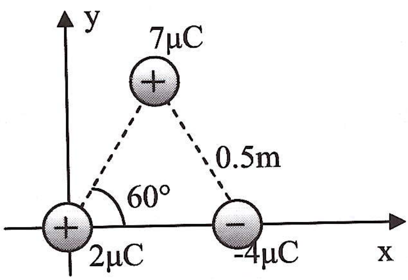
a) ما هي قيمة كل من الشحنتين المتساويتين اللتين يجب وضعهما على كل من الأرض والقمر، ليكون بينهما قوة كهربائية مساوية لقوة الجاذبية الكتلية بينهما؟

b) كم يجب أن يكون الحقل الكهربائي على سطح القمر والناتج عن شـــحنة الأرض؟

كتلة الأرض 5.98×1024kg، كتلة القمر 7.36×1022kg، المسافة بين الأرض والقمر 3.84×10^8m.

مسألة (4):

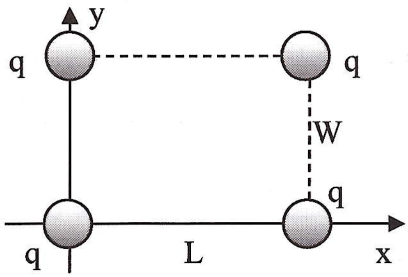
ثلاث شحن نقطية متوضعة على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع، طول ضلعه 0.5m كما في الشكل (2-29)، احسب محصلة القوة المطبقة على الشحنة 7μc.



الشكل (2-29): أوجد محصلة القــوتين المؤثرتين على الشـــحنة 7μC مـــن قبـــل الأخريين.

مسألة (5):

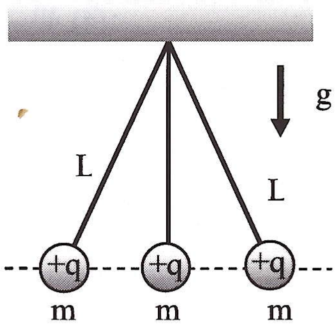
أربع شحن نقطية متماثلة، قيمة كل منها q = 10μc، متوضعة علـــى رؤوس مستطيل كما في الشكل (2-30)، أبعاد هذا المستطيل (15cm , 60 cm)، عين قيمـــة واتجاه القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنات النقطية الثلاث على الشحنة الموضوعة في مبدأ الجملة الإحداثية الموضحة في الشكل.



الشكل (2-30):
أوجد محصلة القــوى المؤثرة على الشحنة من قبل الأخرى.

مسألة (6):

ثلاث شحن نقطية متماثلة قيمة كل منها q، وكتلة كل منها m معلقة بثلاثة خيــوط كما في الشكل (2-31). المطلوب: احسب قيمة q بتابعية θ , L , m.



الشكل (2-31):
احســب q في وضــعية التوازن.

مسألة (7):

كرتان صغيرتان من الفضة كتلة كل منهما 100gr تفصل بينهما مســافة 1m. المطلوب: احسب عدد الإلكترونات التي يجب نقلها من إحدى الكرتين إلى الأخــرى لنجعل بينهما قوة جاذبية مساوية 1×10^4N. عدد الإلكترونات في ذرة الفضة هو 47 وكتلة ذرة الفضة 106.9051 atomic unite (au).

مسألة (8):

توجد شحنة مقدارها 40C+ بالقرب من أعلى غيمة رعدية، وشحنة أخــرى مقدارها 40C- بالقرب من أسفلها، تفصل بين هاتين الشحنتين مسافة حوالي 2km، ما هي القوة الكهربائية بينهما؟

مسألة (9):

حدد قيمة واتجاه الحقل الكهربائي الذي يوازن بين ثقلي a إلكترون وb بروتون.

شحنة كل من الإلكترون والبروتون بالقيمة المطلقة $1.602\times10^{-19}C$، كتلة الإلكترون 9.1×10^{-31} kg، كتلة البروتون 1.67261×10^{-27} kg.

مسألة (10):

شحنتان نقطيتان قيمة كل منها $2\mu c$ متوضعتان على المحور ox في الموضعين $x_1 = -1m$ ،$x_2 = 1m$. المطلوب:

a. عين الحقل الكهربائي على المحور oy في النقطة $y = 0.5m$.

b. احسب القوة الكهربائية المطبقة على الشحنة $-3\mu c$ المتوضعة في النقطة $y = 0.5m$.

مسألة (11):

نأخذ n شحنة نقطية متوضعة بشكل منتظم على محيط دائرة نصف قطرها R وقيمة كل من هذه الشحنات $\frac{q}{n}$. المطلوب:

a) احسب قيمة الحقل الكهربائي في نقطة واقعة على محور هذه الدائرة وتبعد عن مركزها بمقدار x.

b) فسر لماذا تتطابق هذه النتيجة مع الحسابات المنفذة في المثال (٢-١١)؟

مسألة (12):

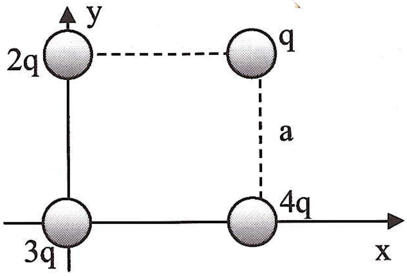
ثلاث شحن موجبة قيمة كل منها q متوضعة على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه a. المطلوب: a) في أية نقطة (مختلفة عن اللانهاية) من مستوي هذه الشحنات تكون قيمة الحقل الكهربائي مساوية للصفر؟ b) ما هي قيمة واتجاه الحقل الكهربائي في النقطة p المتولد عن الشحنتين الأخريين؟

مسألة (13):

أربع شحن نقطية متوضعة على رؤوس مربع طول ضلعه a كما في الشكل (2-32). المطلوب:

a) عين قيمة واتجاه الحقل الكهربائي في موقع الشحنة q.

b) ما هي محصلة القوى المؤثرة على الشحنة q؟



الشكل (2-32):
أوجد محصلة الحقول والقوى المؤثرة على الشحنة q من قبل الأخرى.

مسألة (14):

نأخذ عدداً لانهائياً من الشحنات المتماثلة التي قيمة كل منها q، والمتوضعة على المحور x في المواضع a, 2a, 3a, 4a , ... من نقطة المبدأ. ما هو الحقل الكهربائي الناتج عن هذه الشحنات في المبدأ؟

(مساعدة: استخدم العلاقة الرياضية $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+....=\frac{\pi^2}{6}$)

مسألة (15):

شحنة خطية مستمرة متوضعة على طول المحور x وتمتد من $x = +x_0$ وحتى $+\infty$، بكثافة خطية متجانسة (منتظمة) مقدارها λ_0، ما هي قيمة واتجاه الحقل الكهربائي في المبدأ 0؟

مسألة (16):

حلقة نصف قطرها 10cm، تحمل شحنة موزعة عليها بصورة متجانسة (منتظمة). قيمة شحنتها الكلية $75\mu c$. المطلوب: أوجد الحقل الكهربائي على محور الحلقة في النقاط التي أبعادها عن مركز الحلقة هي التالية:

a) 1cm ، b) 5cm ، c) 30cm ، d) 100cm

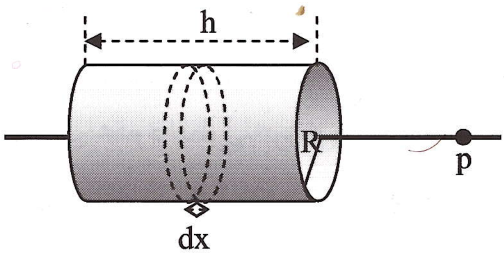
مسألة (17):

نأخذ قشرة أسطوانية منتظمة تحمل شحنة متجانسة، شحنتها الكلية Q ونصف قطرها R وارتفاعها h. الشكل (2-33)، المطلوب:

a) عين الحقل الكهربائي في النقطة الواقعة على بعد d من القاعدة اليمنى للأسطوانة، كما في الشكل جانباً.

(مساعدة: استخدم نتيجة المثال (٢-١١) وعالج الأسطوانة على أنها مجموعة حلقات).

b) استخدم نتيجة المثال (٢-١٢) لحل مسألة مشابهة، لكن افترض هنا أن الأسطوانة مصمتة.



الشكل (2-33): أوجد محصلة الحقول والقوى المؤثرة على الشحنة q من قبل الأخرى.

مسألة (18):

تم في المثال (٢-١٢) اشتقاق علاقة دقيقة للحقل الكهربائي في نقطة على محور قرص مشحون بشحنة منتظمة. خذ الآن قرصاً نصف قطره $R = 3cm$، ويحمل شحنة قيمتها موزعة عليه بكثافة منتظمة. المطلوب:

a) باستخدام نتيجة المثال (٢-١٢)، احسب الحقل الكهربائي في نقطة على المحور، وتبعد بمقدار 3mm عن مركز القرص. قارن هذه الإجابة مع قيمة الحقل المحسوبة من تقريب الحقل الكهربائي في الجوار.

b) باستخدام نتيجة المثال (٢-١٢)، احسب الحقل الكهربائي في نقطة واقعة على هذا المحور وتبعد 30cm عن مركز القرص. قارن هذه النتيجة مع قيمة الحقل الكهربائي التي يتم الحصول عليها باعتبار القرص كشحنة نقطية قيمتها 5.2μc تقع على بعد 30cm من النقطة التي نحسب عندها.

مسألة (19):

لدينا حلقة مشحونة بشكل متجانس، وقرص مشحون بشكل متجانس قيمة الشحنة الكلية لهذا القرص هي 25μc ونصف قطره 3cm. المطلوب: عين من أجل

كل من هاتين الشحنتين قيمة الحقل الكهربائي في نقطة واقعة على محورها، وتبعد بمقدار 4cm عن مركز الشحنة.

مسألة (20):

قضيب معزول طوله 14cm، مشحون بشكل متجانس، تم حنيه على شكل نصف دائرة. المطلوب: إذا كانت شحنة القضيب -7.5μc، أوجد كلاً من قيمة واتجاه الحقل الكهربائي في النقطة o مركز هذه النصف دائرة.

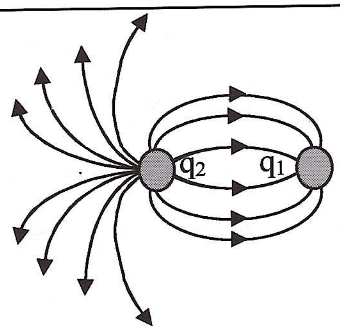
مسألة (21):

قضيب محدود الطول تتوزع عليه شحنة سالبة بشكل متجانس خطياً (قيمة الشحنة في واحدة الطول ثابتة). ارسم خطوط الحقل الكهربائي الناتجة عن شحنة هذا القضيب في المستوي الذي يحويه.

مسألة (22):

يظهر الشكل (2-34) خطوط الحقل الكهربائي لشحنتين نقطتين تفصل بينهما مسافة صغيرة. المطلوب:

a) عين النسبة $\frac{q_1}{q_2}$. b) ما هي إشارة كل من q_1 , q_2؟



الشكل (2-34):
يطلب حساب النسبة بين الشحنتين وتحديد إشارتيهما.

مسألة (23):

يتسارع البروتون من السكون ضمن حقل كهربائي منتظم شدته 640N/C. قيمة سرعته في لحظة لاحقة هي 1.2×10^6m/s، (وهذه السرعة غير نسبية لأنها أصغر بكثير من سرعة الضوء). المطلوب:

a) أوجد تسارع البروتون.

b) ما هو الوقت الذي يستغرقه البروتون حتى يصل هذه السرعة؟

c) ما هي المسافة التي يجتازها خلال هذا الزمن؟

d) ما هي الطاقة الحركية لهذا البروتون في تلك اللحظة؟

شحنة البروتون $q_p = 1.602\times10^{-19}$ C، كتلة البروتون $m_p = 1.67261\times10^{-27}$ kg.

مسألة (24):

يبلغ متوسط الطاقة الحركية لكل إلكترون في حزمة إلكترونية 1.6×10^{-17} J، ما هي قيمة واتجاه الحقل الذي يوقف هذه الإلكترونات على مسافة مقدارها 10cm.

شحنة الإلكترون $e^- = 1.602\times10^{-19}$ C، كتلة الإلكترون $m_e = 9.1\times10^{-31}$ kg.

مسألة (25):

يقذف بروتون في الاتجاه الموجب لـ ox إلى منطقة تبلغ فيها قيمة الحقل الكهربائي $-6\times10^5\,\vec{i}$ N/C، يسير البروتون مسافة 7cm قبل أن يتوقف ضمن هذا الحقل الكهربائي. المطلوب:

١. عين تسارع هذا البروتون.

٢. عين السرعة الابتدائية لهذا البروتون.

٣. عين الزمن الذي يستغرقه هذا البروتون للوصول إلى السكون.

شحنة البروتون $q_p = 1.602\times10^{-19}$ C، كتلة البروتون $m_p = 1.67261\times10^{-27}$ kg.

مسألة (26):

يتحرك بروتون بسرعة 4.5×10^5m/s باتجاه أفقي، يدخل حقل كهربائي منتظم شدته 9.6×10^3N/C، ويتجه شاقولياً نحو الأسفل. تهمل تأثيرات القوى الجاذبية. المطلوب:

١. احسب الزمن الذي يستغرقه هذا البروتون لاجتياز مسافة أفقية مقدارها 5cm.

٢. احسب الانزياح الشاقولي الذي يحصل بعد أن يسير هذا البروتون مسافة 5cm أفقياً.

٣. احسب قيمة كل من المركبة الأفقية والمركبة الشاقولية لسرعة هذا البروتون بعد اجتيازه مسافة 5cm أفقياً.

شحنة البروتون $q_p = 1.602\times10^{-19}$ C، كتلة البروتون $m_P = 1.67261\times10^{-27}$ kg.

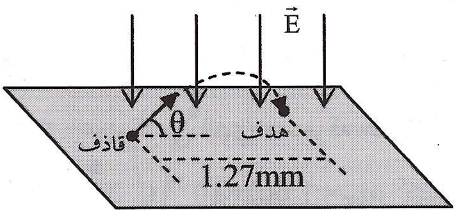
مسألة (27):

تقذف بروتونات بسرعة ابتدائية 9.55×10^{3}m/s إلى منطقة يوجد فيها حقل كهربائي منتظم شدته $\vec{E} = (-720\vec{j})\,N/C$ كما في الشكل جانباً،على البروتونات أن تصيب هدفاً على بعد أفقي مقداره 1.27mm من النقطة التي تقذف منها البروتونات.

المطلوب:

١. أوجد الزاوية θ التي تنتج عند القذف.

٢. أوجد الزمن الكلي الذي يطير به المقذوف على المسار المنحني.



الشكل (34-2):
دراسة حركة بروتون في حقل كهربائي شاقولي.