ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثانية

اسئلة دوراات محلولة

ميكانيك تحليلي

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

بمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

جامعة طرطوس | مقرر الميكانيك التحليلي | الدرجة: (90 نظري ، 10عملي)

كلية العلوم | السنة الثانية | المدة: ساعتان

قسم الفيزياء | دورة فصلية ثانية - 2025/2024 | الاسم: عبير السيد سليمان

الجزء النظري(90 درجة): اجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (20 درجة):

1) اذكر أنواع الارتباطات من ناحية إمكانية تحرر المتحرك من القيد.
2) عرف الانتقال الافتراضي، استنتج العلاقة التي يحققها هذا الانتقال في حالة جسم يتحرك على سطح معادلته: $f(x,y,z,t) = c$.

السؤال الثاني (20 درجة):

أوجد قانون حركة جسيم إذا أعطي تابع لاغرانج له بالعلاقة التالية:

$$L = (x, \dot{x}, y, \dot{y}) = \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2} - \frac{\omega_1^2 x^2 + \omega_0^2 y^2}{2}$$

السؤال الثالث(30 درجة):

1) عرف أقواس بواصون واذكر ثلاثاً من خواصها.
2) يكتب تابع هاملتون لهزاز توافقي بسيط أحادي البعد بالعلاقة التالية:

$$H(x, f(x)) = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

نعرف الكميات التالية بدلالة الموضع وكميات الحركة:

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(x + i\frac{p}{m\omega}\right)$$

$$a^* = \sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(x - i\frac{p}{m\omega}\right)$$

a) برهن أن: $H = \omega\, a\, a^*$.

b) برهن أن: $[a, a^*] = i$ و $[a, H] = i\omega a$

السؤال الرابع (20 درجة):

أوجد مركبات السرعة والاندفاع (كمية الحركة) في الفراغ الرباعي

الجزء العملي (10 درجات): (يُجيب على هذا السؤال الطالب الذي ليس لديه علامة عملي والإجابة على ورقة جانبية مختومة)

أوجد تابع هاملتون لجسيم إذا أعطي تابع لاغرانج بالعلاقة التالية:

$$L = \frac{\dot{x}^2}{2} + \beta\, x\, \dot{x}^2 - \frac{\omega^2 x^2}{2} - \alpha x^2$$

2025/7/27 | مع تمنياتي لكم بالنجاح | د. علي ابراهيم أسد

مكتبة A to Z

جواب السؤال الأول / 20 درجة/:

1) أنواع الارتباطات بالنسبة لإمكانية التحرر من القيد:

a) ارتباط محرر (أحادي الجانب): يمكن للمتحرك أن يتحرر من القيد. (5 درجات)

b) ارتباط مقيد (ثنائي الجانب): لايمكن للمتحرك أن يتحرر من القيد. (5 درجات)

2) الانتقال الافتراضي: هو انتقال يحدث بثبات الزمن ويرمز له بـ $\overrightarrow{\delta r}$. (3 درجات)

لنفرض انتقالاً افتراضياً $\overrightarrow{\delta r}$ مركباته $(\delta x, \delta y, \delta z)$ (2 درجة) يحدث في اللحظة t وبالتالي تتحقق العلاقة:

$$f(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z, t) = c$$

بالنشر نجد:

$$f(x,y,z) + \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\delta y + \frac{\partial f}{\partial z}\delta z = c \qquad (3 \text{ درجات})$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\delta y + \frac{\partial f}{\partial z}\delta z = \overrightarrow{grad} f \overrightarrow{\delta r} = 0 \qquad (2 \text{ درجة})$$

أي أن $\overrightarrow{\delta r}$ يتعامد مع الناظم على السطح المدروس.

جواب السؤال الثاني /20 درجة/:

باستخدام جملة معادلات لاغرانج:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 \ (5 \text{ درجات}) \quad ; j = 1,2 \quad \Rightarrow q_1 = x, q_2 = y \ (2 \text{ درجة})$$

بالنسبة للإحداثي x :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (3 \text{ درجات})$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -\omega_1^2 x \quad , \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \dot{x} \qquad (3 \text{ درجات})$$

بالتعويض في المعادلات نجد:

$$\ddot{x} + \omega_1^2 x = 0 \qquad (2 \text{ درجة})$$

بالنسبة للإحداثي y :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \quad \text{(3 درجة)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = -\omega_0^2 y\,, \quad \frac{\partial L}{\partial y} = \dot{y}$$

نعوض فنجد:

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0 \quad \text{(2 درجة)}$$

السؤال الثالث /30 درجة/:

1) أقواس بواصون:

إذا كان التابعين f_1 و f_2 تابعين لمتحولات قانونية q_j و p_j عندها يمكن تعريف أقواس بواصون لهذين التابعين بالشكل:

$$[f_1\,, f_2\,] = \sum_j \frac{\partial f_1}{\partial P_j}.\frac{\partial f_2}{\partial q_j} - \frac{\partial f_1}{\partial q_j}.\frac{\partial f_2}{\partial P_j} \qquad \text{(4 درجات)}$$

خواص أقواس بواصون (2+2+2 درجة):

1. لاتبادلية:

$$[f_1\,, f_2\,] \neq [f_2\,, f_1]$$
$$[f_1\,, f_2\,] = -[f_2\,, f_1]$$

2. تجميعية:

$$[f_1 + f_2\,, f_3\,] = [f_1\,, f_3\,] + [f_2\,, f_3\,]$$

3. توزعية:

$$[f_1.f_2\,, f_3\,] = f_1.[f_2\,, f_3\,] + f_2.[f_1\,, f_3\,]$$

4. تحقق علاقة جاكوبي:

$$[f_1, [f_2\,, f_3]\,] + [f_3, [f_1\,, f_2]\,] + [f_2, [f_3\,, f_1]\,] = 0$$

5.

$$\frac{d}{dt}[f_1\,, f_2\,] = \left[\frac{d}{dt}f_1, f_2\right] + \left[f_1, \frac{d}{dt}f_2\right]$$

(a (2

$$a\,a^* = \sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(x + i\frac{p}{m\omega}\right) \times \sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(x - i\frac{p}{m\omega}\right) \quad \text{(2 درجة)}$$

$$= \frac{m\omega}{2}\left(x^2 - i^2\frac{p^2}{m^2\omega^2}\right)$$

$$= \frac{m\omega}{2}\left(x^2 + \frac{p^2}{m^2\omega^2}\right)$$

$$= \left(\frac{m\omega}{2}x^2 + \frac{m\omega}{2}\frac{p^2}{m^2\omega^2}\right)$$

$$= \left(\frac{m\omega}{2}x^2 + \frac{p^2}{2m\omega}\right) = \frac{1}{\omega}\left(\frac{m\omega^2}{2}x^2 + \frac{p^2}{2m}\right) \Rightarrow H = \omega\, a\, a^* \quad \text{(2 درجة)}$$

(b

$$[a\,, a^*]_{p_j, q_j} = \frac{\partial a}{\partial p_j}\cdot\frac{\partial a^*}{\partial q_j} - \frac{\partial a}{\partial q_j}\cdot\frac{\partial a^*}{\partial p_j} \quad \text{(3 درجات)}$$

$$j = 1 \Rightarrow p_1 = p_x\,,\ \ q_1 = x$$

$$\Rightarrow [a\,, a^*]_{p_x, x} = \frac{\partial a}{\partial p_x}\cdot\frac{\partial a^*}{\partial x} - \frac{\partial a}{\partial x}\cdot\frac{\partial a^*}{\partial p_x} \quad \text{(2 درجة)}$$

$$= \frac{i}{m\omega}\sqrt{\frac{m\omega}{2}}\cdot\sqrt{\frac{m\omega}{2}} - \sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(-\frac{i}{m\omega}\sqrt{\frac{m\omega}{2}}\right)$$

$$= \frac{i}{2} - \frac{-i}{2} = \frac{2i}{2} = i \quad \text{(2 درجة)}$$

$$[a\,, H]_{p_x, x} = \frac{\partial a}{\partial p_x}\cdot\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial a}{\partial x}\cdot\frac{\partial H}{\partial p_x} \quad \text{(3 درجات)}$$

$$= \sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(\frac{i}{m\omega}\cdot\frac{2\,m\,\omega^2 x}{2} - \frac{2p}{2m}\right)$$

$$= \sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(\frac{i}{m\omega}m\omega^2 x - \frac{p}{m}\right)$$

$$= \sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(i\omega x - \frac{p}{m}\right) \quad \text{(2 درجة)}$$

نخرج $i-$ عامل مشترك.

$$[a\,, H]_{p_x, x} = -i\sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(\frac{p}{im} - \omega x\right)$$

نضرب الحد $\frac{p}{im}$ بالمرافق (البسط والمقام):

$$= -i\sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(\frac{-i\,p}{m} - \omega x\right) \quad (2 \text{ درجة})$$

نخرج – عامل مشترك :

$$[a\,, H]_{p_x,x} = i\sqrt{\frac{m\omega}{2}}\left(\frac{i\,p}{m} + \omega x\right) = i\omega a \quad (2 \text{ درجة})$$

جواب السؤال الرابع /20 درجة:

يرمز للسرعة في الفراغ الرباعي بالرمز: u_α ، حيث: $\alpha = 1, 2, 3, 4$.

$$r_\alpha = (x, y, z, \tau) = (r_1, r_2, r_3, r_4)$$

$$dt_0 = \sqrt{1-\beta^2}\,.dt$$

$$u_\alpha = \frac{dr_\alpha}{dt_0} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\Rightarrow u_\alpha = \frac{dr_\alpha}{\mathrm{dt}}.\frac{\mathrm{dt}}{dt_0}$$

$$u_x = \frac{\mathrm{dx}}{dt_0} = \frac{v_x}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$u_y = \frac{dy}{dt_0} = \frac{v_y}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$u_z = \frac{dz}{dt_0} = \frac{v_z}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$u_\tau = \frac{d\tau}{dt_0} = \frac{d(ict)}{dt}.\frac{dt}{dt_0} = \frac{ic}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (2 \text{ درجة})$$

مركبات الاندفاع في الفراغ الرباعي:

$$P_\alpha = (\vec{P}\,, \vec{P}_\tau)$$

$$P_\alpha = m\,.u_\alpha(2 \text{ درجة}) = m\,.\frac{dr_\alpha}{dt_0} \Rightarrow P_x = \frac{mv_x}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$P_y = \frac{mv_y}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$P_z = \frac{mv_z}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$P_\tau = m\,.\,u_\tau = \frac{imc}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{(2 درجة)}$$

جواب سؤال العملي /10 درجات:/

$$H = T + V = \sum_j p_j\,\dot{q}_j - L \qquad \text{(2 درجة)}$$

المتحولات هنا حسب لاغرانج هو فقط x:

$$j = 1 \implies q_1 = x, \qquad \dot{q}_1 = \dot{x} \quad \text{(2 درجة)}$$

$$H = p_x\,.\dot{x} - L$$

المطلوب تحديد p_x

$$p_x = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \dot{x} + 2\beta x\dot{x} \quad \text{(2 درجة)}$$

$$\implies H = (\dot{x} + 2\beta x\dot{x}).\dot{x} - (\frac{\dot{x}^2}{2} + \beta\, x\, \dot{x}^2 - \frac{\omega^2 x^2}{2} - \alpha x^2)$$

$$= \dot{x}^2 + 2\beta x\dot{x}^2 - \frac{\dot{x}^2}{2} - \beta\, x\, \dot{x}^2 + \frac{\omega^2 x^2}{2} + \alpha x^2$$

$$= \frac{1}{2}\dot{x}^2 + \beta\, x\, \dot{x}^2 + \left(\frac{\omega^2}{2} + \alpha\right)x^2 \quad \text{(2 درجة)}$$

نكتب التابع بدلالة p_x:

$$\dot{x} = \frac{p_x}{(1 + 2\beta x)}$$

نعوض في تابع هاملتون:

$$H = \left(\frac{1}{2} + \beta\, x\right)\frac{p_x^2}{(1+2\beta x)^2} + \left(\frac{\omega^2}{2} + \alpha\right)x^2 \quad \text{(2 درجة)}$$

مدرس المقرر: د. علي ابراهيم أسد

A to Z

مكتبة A to Z