ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

كلية **العلوم**

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الرابعة**

أسئلة دورات محلولة

أنصاف نواقل

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Zمكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

TEL: 0931497960 يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم

ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

شعبة الامتحانات

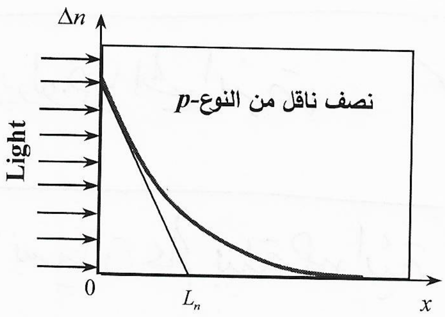
جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل**
لطلاب السنة **الرابعة** فيزياء
للعام الدراسي 2024-2025/الدورة الامتحانية **الثانية**

الاسم:
المدة: **ساعتان**

الجزء النظري (90 درجة):

السؤال الأول: (35 درجة)



يوضح الشكل المجاور تابعية التركيز الفائض لحاملات الشحنة الكهربائية اللاأساسية للبعد x من أجل عيّنة نصف ناقلة من النوع- p **بغياب تيار** توليد حاملات الشحنة **وانسياقها**، وذلك عند إضاءته جانبياً ومستوى حقن الحاملات منخفض، والمطلوب: **أولاً**– وضّح ماذا يحدث في العيّنة لدى إضاءتها جانبياً.

ثانياً– أوجد **قانون** تغيّر تركيز الحاملات **اللاأساسية** اللامتوازنة للشحنة تأسيساً على معادلة الاستمرارية مع شرح ما يلزم بالتفصيل.

ثالثاً– استنتج علاقة طول الانتثار الموافقة. ماذا تستنتج؟. **رابعاً**– أعط تعريفاً مناسباً لطول الانتثار.

السؤال الثاني: (35 درجة)

لدى دراسة معامل إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة وفترات حياتها (أعمارها) تكون عمليتا توليد حاملات الشحنة وإعادة اتحادها متوازنتين في شروط التوازن الترموديناميكي وتساوي تراكيزها اللامتوازنة تراكيزها المتوازنة، والمطلوب:

أولاً– تعريف معامل التوليد الحراري لحاملات الشحنة ومعامل إعادة توليدها وكتابة العلاقات الموافقة لكل منهما.

ثانياً– أثبت أنَّ فترة حياة الحاملات في **شروط حقنها المنخفض** تُعطى بالعلاقة $\tau_n = 1/\gamma_r\left(n_0 + p_0\right)$ ؛ ناقش هذه العلاقة فيزيائياً، وذلك انطلاقاً من معادلة الاستمرارية وغياب التيار الكهربائي.

ثالثاً– انطلاقاً من معادلة الاستمرارية وغياب التيار الكهربائي **وشروط الحقن العالي** لحاملات الشحنة استنتج كلاً من **قانون** تغيّر Δn **وعلاقة** فترة الحياة الموافقة ثمَّ ناقش النتيجة التي تحصل عليها فيزيائياً بالتفصيل.

السؤال الثالث: (20 درجة)

أولاً– عرّف درجة حرارة ديباي واكتب العلاقة الموافقة لها ثمَّ اكتب علاقة التركيز الكلّي للفونونات الصوتية بدلالة درجة الحرارة T وطاقة الفونون $\hbar\omega / k_B T$. **ثانياً**– ادرس علاقة التركيز الكلّي للفونونات الصوتية في مجال درجات الحرارة المنخفضة ثمَّ في مجال درجات الحرارة المرتفعة. ماذا تستنتج؟.

الجزء العملي (10 درجات)؛ يُجيب على هذا السؤال **فقط الطلاب الذين ليس لديهم** علامة عملي:

تُعطى علاقة كثافة التيار الثقبي $\vec{j}_p$ المتدفق في عيّنة نصف ناقلة بالعلاقة $j_p = \sigma_p E = ep\mu_p$ وكثافة التيار الإلكتروني بالعلاقة $j_n = \sigma_n E = en\mu_n$ ، والمطلوب توضيح المدلول الفيزيائي لكل رمز في هاتين العلاقتين.

للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة.

بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2025/07/27

أ. د. **حسن عبد الكريم سليمان**

سلم توزيع الدرجات على أجوبة امتحان مقرر أنصاف النواقل للدورة الفصلية الثانية 2025/2024

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: (35 درجة)

أولاً– إن **الضوء** المُسلَّط على العيّنة المدروسة **يولِّدُ** إلكترونات وثقوب على حساب تأيّن المادة الأساسية للعينة، أي نتيجةً لانتقال الإلكترونات عبر الفجوة. 3 وبسبب الاختلاف الكبير في تركيز الحاملات اللاأساسية للشحنة (**الإلكترونات هنا**) عند سطح ن/ن وفي عمقها يُلاحظ انتشارها نحو عمق ن/ن، وهذا يؤدي إلى ظهور شحنة حجمية سالبة في عمقه، ولكن في الوقت ذاته يحدث انجذابٌ للثقوب إلى ذلك العمق **بسبب** استرخاء مكسويل. 3 ولذلك، فإن الحاملات اللاأساسية للشحنة تجذب معها أثناء انتشارها إلى عمق ن/ن كمية من الحاملات الأساسية للشحنة (الثقوب)، ومن ثمّ يُصان شرط الاعتدال الكهربائي في عمق ن/ن؛ 3 فمع اقتراب الإلكترونات والثقوب من عمق ن/ن **سيُعاد** اتحادها، ومن ثمّ ستتناقص تراكيزها. 9

ثانياً– **نوجد** الآن قانون تغيّر تركيز الحاملات اللاأساسية اللامتوازنة للشحنة تأسيساً على معادلة الاستمرارية:

في الحالة الراهنة، لا يوجد توليد للحاملات اللامتوازنة للشحنة $G_n = 0$ في عمق نصف الناقل (من أجل $x \neq 0$)، كما أنّ $E = 0$. أضف إلى ذلك، طالما تبقى الإضاءة متواصلة، يمكننا وضع $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ في أي مقطع، $x \neq 0$، في عمق ن/ن.

ومن ثمّ تؤول معادلة الاستمرارية، $\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - \frac{\Delta n}{\tau_n} + \frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_n$، من أجل الحالة المدروسة إلى الشكل الآتي:

$$\frac{\Delta n}{\tau_n} = \frac{1}{e}\left(eD_n \nabla^2 n\right).$$

تم الحصول على الطرف الأيمن في المعادلة الأخيرة من المعادلة الأخيرة على اعتبار أن $\nabla^2\varphi = 0$. وبما أن

$$\nabla^2 n = \frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2}$$

تُصبح المعادلة الأخيرة من الشكل

$$\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n D_n} = 0 \quad \text{أو} \quad \frac{\Delta n}{\tau_n D_n} = \frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} \qquad 8$$

ولهذه المعادلة حل عام من الشكل

$$\boxed{\Delta n = C_1\, e^{\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}} + C_2\, e^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}}.} \qquad 4$$

ولكن، بما أن $\Delta n \to 0$ مع ازدياد x، فمن الواضح أن $C_1 = 0$. 2

وعليه فإن:

$$\Delta n = C_2\, e^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}}. \qquad 2$$

نوجد قيمة الثابت C_2، بوضع $x = 0$ في المعادلة الأخيرة، فنجد أن قيمته تساوي $(\Delta n)_0$، $C_2 = (\Delta n)_0$. 2

وفي هذه الحالة، نستطيع كتابة العلاقة:

$$\Delta n = (\Delta n)_0\, e^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}}, \qquad 2$$

ثالثاً– ومن ثمّ نحصل على علاقة **طول انتشار** الحاملات اللاأساسية واللامتوازنة في نصف الناقل **الثقبي**: $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$. 3

رابعاً– يمكن تعريف طول الانتشار، $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$، بأنه المدى الذي يتناقص خلاله التركيز الفائض من الحاملات اللاأساسية **واللامتوازنة** للشحنة بمقدار e مرة. 3

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني (35 درجة):

أولاً– يُعرَّف معامل التوليد الحراري بأنه معامل يُعبِّر عن معدَّل الأزواج الإلكترونية– الثقبية المتولّدة في واحدة الحجم أمَّا معامل إعادة الاتحاد فهو معامل يُعبِّر عن معدَّل الأزواج المُعاد اتحادها في واحدة الحجم، 4

ثانياً– إن عمليتي توليد حاملات الشحنة وإعادة اتحادها **تتوازن** في شروط التوازن الترموديناميكي **ويساوي** تركيزها اللامتوازن تركيزها المتوازن. فإذا رمزنا لعدد الأزواج الإلكترونية– الثقبية بالرمز G_0 وعدد الأزواج المُعاد اتحادها بالرمز R_0، يمكننا كتابة المساواة:

$$G_0 = R_0 \,. \qquad (1)$$

كما يمكن التعبير عن R_0 بالمعادلة:

$$R_0 = \gamma_r\, n_0 p_0 = \gamma_r\, n_i^2 \,, \qquad (2)$$

حيث γ_r معامل إعادة الاتحاد، و n_0 و p_0 التراكيز المتوازنة للإلكترونات والثقوب في ن/ن، على الترتيب.

إن الحاملات اللامتوازنة للشحنة تُصبح بعد فترة قصيرة من الزمن غير مختلفة عن الحاملات المتوازنة، ولذلك يمكن الاعتقاد بأنها تتصف بمعامل إعادة الاتحاد ذاته، γ_r، الذي تتصف به الحاملات المتوازنة للشحنة. وحينئذٍ يمكن كتابة علاقة سرعة إعادة الاتحاد للحاملات اللامتوازنة للشحنة بالشكل الآتي: 7

$$R = \gamma_r\, np \,. \qquad (3)$$

في الواقع، يدخل في العلاقة الأخيرة الحد المُمثَّل بالمعادلة (2) لأن التركيزان اللامتوازنان n و p يحويان التركيزين المتوازنين n_0 و p_0، أي يؤخذ فيهما بالحسبان، إعادة اتحاد الحاملات المتوازنة أيضاً. ولذلك، إذا عُيِّنت سرعة إعادة الاتحاد بالمعادلة (3) ودُرِست معادلة الاستمرارية في ظروف غياب التوليد الخارجي، فلا بد من احتساب التوليد الحراري، G_0، في هذه الحالة. 5

تأخذ معادلة الاستمرارية في غياب التيار الكهربائي الشكل الآتي:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = G_0 - \gamma_r\, np \,, \qquad (4)$$

أو بالشكل الآتي:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma_r\, n_0 p_0 - \gamma_r\, np = \gamma_r\, n_0 p_0 - \gamma_r\,(n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p).$$

$$\therefore \quad \frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r\,(n_0 \Delta p + p_0 \Delta n + \Delta n \Delta p). \qquad (5)$$

وإذا أخذنا بالحسبان أن $\Delta n = \Delta p$، في ظروف حقنٍ بمستوٍ منخفضٍ، تُصبح المعادلة (5) من الشكل:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r\,(n_0 + p_0)\,\Delta n = -\frac{\Delta n}{\tau_n}, \qquad (6)$$

ومن ثمَّ: (7)

$$\boxed{\tau_n = \frac{1}{\gamma_r\,(n_0 + p_0)}}.$$

9

إن فترة الحياة هذه، لا تتغيّر في أثناء عملية إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة، مما يعني أنها توافق إعادة الاتحاد الخطّي التي يُعدُّ التركيز الفائض فيها تابعاً أُسّياً للزمن وفق المعادلة:

$$\Delta n = (\Delta n)_0\, e^{-\frac{t}{\tau}} \,, \qquad (8)$$

4

ثالثاً– إذا كان مستوى حقن الحاملات اللامتوازنة عالياً، تتحقق المتراجحة $\Delta n >> (n_0 + p_0)$، ونحصل تبعاً للمعادلة (7)، على العلاقة الآتية: 6

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\gamma_r (\Delta n)^2 \qquad \text{أو} \qquad \frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r (\Delta n)^2 \tag{9}$$

بهذا الشكل، يكون المقدار $\frac{\partial n}{\partial t}$ تابعاً تربيعياً بالنسبة للتركيز الفائض للإلكترونات، Δn، وتدعى إعادة الاتحاد عندها، بإعادة الاتحاد التربيعية. وبتكامل طرفي المعادلة (9) نحصل على قانون تغيّر Δn الآتي في حالة إعادة الاتحاد التربيعي:

$$\boxed{\Delta n = \frac{(\Delta n)_0}{1+\gamma_r t (\Delta n)_0}.} \tag{10}$$

يأخذ القانون (10) شكل قطع زائد هنا، يحول إلى شكل أسّي خلال فترة من الزمن بعد إزالة توليد حاملات الشحنة. إذْ تُخرق المتراجحة $\Delta n >> (n_0 + p_0)$ بعد انقضاء هذه الفترة، أي عندما ينخفض التركيز الفائض إلى قيمةٍ، توافق مستوى الحقن المنخفض.

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: (20 درجة)

أولاً– درجة حرارة ديباي هي درجة حرارة **مميّزة** للجسم الصلب وعندها تتحرَّض كل الفونونات الصوتية والضوئية **وتوافق** درجة الحرارة التي بانخفاضها اللاحق يُلاحظ انخفاض السعة الحرارية للجسم الصلب وتُعطى بنسبة الطاقة الحرارية إلى ثابت بولتزمان $\Theta_D = \hbar\omega_{\max} / k_B$ حيث التواتر الأعظمي للاهتزازات الصوتية الطولانية. 3

يُعطى التركيز الكلّي للفونونات الصوتية بالعلاقة $N_{ph} = \frac{3}{2\pi^2 \upsilon_s^3}\left(\frac{k_B T}{\hbar}\right)^3 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^2 dx}{(e^x - 1)}$ حيث $x = \hbar\omega / k_B T$، 4

ثانياً– في مجال في درجات الحرارة **المنخفضة**، تتحقق المتراجحة $T << \Theta_D$ وعندها يمكن استبدال الحد العلوي للتكامل في المعادلة المعطاة باللانهاية، فنحصل على المساواة

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(e^x - 1)} = \frac{\pi^2}{3} \qquad \text{ومن ثمّ} \qquad N_{ph} = \frac{1}{2}\left(\frac{k_B}{\upsilon_s \hbar}\right)^3 T^3$$ 3

وفي مجال درجات الحرارة **المرتفعة**، تتحقق المتراجحة $T >> \Theta_D$ ومن ثمَّ $x << 1$، وعندها يمكن نشر المقدار e^x في سلسلة والاكتفاء بالحدين الأول والثاني من المنشور، فنحصل على المساواة

$$\int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \int_0^{\Theta_D/T} x dx = \frac{1}{2}\left(\frac{\Theta_D}{T}\right)^2,$$

وعندها تؤول العلاقة المعطاة إلى الشكل $$N_{ph} = \frac{3\Theta_D^2}{4\pi^2}\left(\frac{k_B}{\hbar \upsilon_s}\right)^3 T.$$ 5

بهذه الطريقة نجد، في درجات الحرارة المنخفضة، أن المقدار N_{ph} يتناسب **طردياً مع المرتبة الثالثة** لدرجة الحرارة، وفي درجات الحرارة المرتفعة، يتناسب خطّياً مع درجة الحرارة. بشكل مشابه، يمكن إجراء الحساب من أجل شبكات بلّورية معقدة التي 2 من الممكن أن تتهيَّج فيها الاهتزازات الضوئية. وعندها، يؤخذ بالحسبان، أن الاهتزازات الضوئية تتهيَّج في درجات الحرارة المرتفعة نسبياً، طالما أن تواتراتها أكبر من تواتر الاهتزازات الصوتية. وفي الكثير من الحالات، يمكن عدّ تواتر الاهتزازات الضوئية **ثابتاً** في كامل مجال تغيّر العدد الموجي. 3

أ. د. **حسن عبد الكريم سليمان**

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل**
لطلاب السنة **الرابعة** فيزياء
للعام الدراسي 2023-2024/الدورة الامتحانية **الثانية**

الاسم:
المدة: ساعتان
العلامة القصوى: **90** درجة

السؤال الأول: (25 درجة)

أولاً– اشرح كيف تؤثر درجة حرارة نصف الناقل والكتلة الفعّالة للإلكترونات والثقوب في كثافتي الحالات الطاقية في عصابتي الناقلية والتكافؤ. **ثانياً**– استنتج علاقة التركيز المتوازن لثقوب الناقلية في أنصاف النواقل المتبلّورة وغير المتحللة ثمَّ أعط تفسيراً فيزيائياً لها.

السؤال الثاني: (25 درجة)

توصلنا عند دراسة معامل إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة وفترات حياتها إلى أنَّ عمليتي توليد حاملات الشحنة وإعادة اتحادها تكونان متوازنتين في شروط التوازن الترموديناميكي ثمَّ إنَّ تراكيزها اللامتوازنة تساوي تراكيزها المتوازنة، والمطلوب:

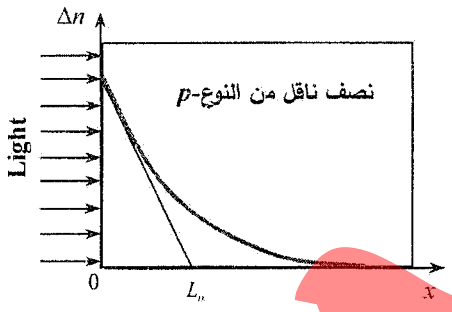
أولاً– تعريف معاملي التوليد الحراري لحاملات الشحنة وإعادة توليدها وكتابة العلاقات الموافقة لكل منهما.

ثانياً– إيجاد علاقة فترة حياة الحاملات في شروط حقنها المنخفض ومناقشة العلاقة التي تحصل عليها فيزيائياً، وذلك انطلاقاً من معادلة الاستمرارية وغياب التيار الكهربائي.

ثالثاً– استنتاج قانون تغيّر Δn وعلاقة فترة الحياة الموافقة ثمَّ مناقشة النتيجة التي تحصل عليها فيزيائياً بالتفصيل وذلك انطلاقاً من معادلة الاستمرارية وانعدام التيار الكهربائي وشروط الحقن العالي لحاملات الشحنة.

السؤال الثالث: (20 درجة)

يوضح الشكل المجاور تابعية التركيز الفائض لحاملات الشحنة الكهربائية اللاأساسية للبعد x من أجل عيّنة نصف ناقلة من النوع– p **بغياب تيار توليد** حاملات الشحنة **وإنسياقها**، وذلك عند إضاءته جانبياً ومستوى حقن الحاملات منخفض، والمطلوب: **أولاً**– وضّح ماذا يحدث في العيّنة لدى إضاءتها جانبياً. **ثانياً**– أوجد قانون تغيّر تركيز الحاملات اللاأساسية اللامتوازنة للشحنة تأسيساً على معادلة الاستمرارية مع شرح ما يلزم بالتفصيل. **ثالثاً**– استنتج علاقة طول الانتشار الموافقة. ماذا تستنتج؟. **رابعاً**– أعط تعريفاً مناسباً لطول الانتشار.



السؤال الرابع: (20 درجة)

أولاً– عرّف درجة حرارة ديباي واكتب العلاقة الموافقة لها ثمَّ اكتب علاقة التركيز الكلّي للفونونات الصوتية بدلالة درجة الحرارة T وطاقة الفونون $\hbar\omega / k_B T$. **ثانياً**– ادرس علاقة التركيز الكلّي للفونونات الصوتية في مجال درجات الحرارة المنخفضة ثمَّ في مجال درجات الحرارة المرتفعة. ماذا تستنتج؟.

للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة.

تمنياتي لطلابنا الأعزاء التوفيق والنجاح

طرطوس في 2025/02/18

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

جامعة طرطوس كليّة العلوم قسم الفيزياء	امتحان مقرر فيزياء **أنصاف النواقل** لطلاب السنة الرابعة فيزياء للعام الدراسي 2023-2024 / **الدورة التكميلية**	الاسم: **المدة: ساعتان** العلامة العظمى: **90 درجة**

السؤال الأول: (35 درجات)

لدى دراسة معامل إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة وأعمارها تكون عمليتا توليد حاملات الشحنة وإعادة اتحادها متوازنتين في شروط التوازن الترموديناميكي وتساوي تراكيزها اللامتوازنة تراكيزها المتوازنة، والمطلوب:

أولاً- تعريف معامل التوليد الحراري لحاملات الشحنة ومعامل إعادة اتحادها وكتابة العلاقات الموافقة لهما.

ثانياً- إثبات صحة العلاقة $\tau_n = 1/\gamma_r\left(n_0 + p_0\right)$ في شروط **الحقن المنخفض** لحاملات الشحنة ثمّ مناقشتها فيزيائياً، وذلك انطلاقاً من معادلة الاستمرارية وغياب التيار الكهربائي.

ثالثاً- استنتاج قانون تغيّر Δn وعلاقة فترة الحياة الموافقة انطلاقاً من معادلة الاستمرارية وغياب التيار الكهربائي وشروط **الحقن العالي** لحاملات الشحنة ثمّ ناقش النتائج التي تحصل عليها فيزيائياً بالتفصيل.

رابعاً- تعريف سويات الفصل الطاقي ثمّ تعريف المعامل k_n وكتابة العلاقة الموافقة له، وبعد ذلك مناقشة الحالات $k_n > 1$ و $k_n < 1$ و $k_n = 1$.

السؤال الثاني: (25 درجة)

أثبت أن المعادلة $f = f_0 + e\mathrm{E}\tau\upsilon_x \dfrac{\partial f_0}{\partial E}$ **تُعدُّ** إحدى الأشكال الممكنة **لمعادلة بولتزمان الحركيّة** من أجل غازٍ إلكتروني وذلك انطلاقاً من أن تغير تابع توزّع حاملات الشحنة تحت تأثير حقلٍ كهربائي ضعيفٍ شدته $\vec{\mathrm{E}}$ يتجه وفق المحور x من أجل بلّورة متجانسة وبغياب تدرج حراري يُعطى بالعلاقة $\left(\dfrac{df}{dt}\right)_{\mathrm{E}} = \dfrac{\partial f}{\partial t} + \dfrac{df}{dp_x}\cdot\dfrac{dp_x}{dt}$.

السؤال الثالث: (30 درجة)

لنفرض أن نصف ناقلٍ إلكتروني معزولٍ يقع عند إضاءته في حالة مستقرة ويحقق المتراجحة $\Delta n << n_0$، وتُستعاد حالة التوازن فيه وتُصبح الكثافة الكليّة للتيار صفراً، والمطلوب:

أولاً- كتابة معادلة الكثافة الكليّة للتيار مع ذكر المسميّات الفيزيائية ثمّ **إيجاد** علاقة الحقل الكهربائي المتشكّل في نصف الناقل المدروس وفق المحور-z مستفيداً من علاقة اينشتاين.

ثانياً- إيجاد معادلة تفاضلية من أجل Δn ثم **استنتاج** علاقة طول حجب ديباي في نصف الناقل المدروس.

ثالثاً- كتابة المعادلة الناتجة في الطلب الثاني بدلالة طول حجب ديباي **وكتابة** حلها العام ثم **مناقشة** الحل من أجل الشروط الحديّة. **أعط** تفسيراً فيزيائياً للنتيجة التي تحصل عليها.

بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2024/09/08

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

سلم تصحيح/ أنصاف النواقل/ الدورة التكميلية 2023/ 2024

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: 35 درجة

4

أولاً- يُعرّف معامل التوليد الحراري بأنه معامل يُعبّر عن معدَّل الأزواج الإلكترونية- الثقبية المتولّدة في واحدة الحجم أمَّا معامل إعادة الاتحاد فهو معامل يُعبّر عن معدَّل الأزواج المُعاد اتحادها في واحدة الحجم،

ثانياً- بما أنَّ عمليتي توليد حاملات الشحنة وإعادة اتحادها **تتوازنان** في شروط التوازن الترموديناميكي **ويساوي** تركيزها اللامتوازن تركيزها المتوازن، و رمزنا لعدد الأزواج الإلكترونية- الثقبية بالرمز G_0 وعدد الأزواج المُعاد اتحادها بالرمز R_0، فيمكننا كتابة المساواة:

$$G_0 = R_0 . \qquad (1)$$

كما يمكن التعبير عن R_0 بالمعادلة:

$$R_0 = \gamma_r\, n_0 p_0 = \gamma_r\, n_i^2 , \qquad (2)$$

حيث γ_r معامل إعادة الاتحاد، و n_0 و p_0 التراكيز المتوازنة للإلكترونات والثقوب في نصف الناقل، على الترتيب.

إن الحاملات اللامتوازنة للشحنة تُصبح بعد فترة قصيرة من الزمن غير مختلفة عن الحاملات المتوازنة، ولذلك يمكن الاعتقاد بأنها تتصف بمعامل إعادة الاتحاد ذاته، γ_r، الذي تتصف به الحاملات المتوازنة للشحنة. وحينئذٍ يمكن كتابة **علاقة سرعة إعادة الاتحاد للحاملات اللامتوازنة للشحنة بالشكل الآتي:**

9

$$R = \gamma_r\, np . \qquad (3)$$

في الواقع، يدخل في العلاقة الأخيرة الحد المُمثَّل بالمعادلة (2) لأن التركيزان اللامتوازنان n و p يحويان التركيزين المتوازنين n_0 و p_0، أي يؤخذ فيهما بالحسبان، إعادة اتحاد الحاملات المتوازنة أيضاً. ولذلك، إذا عُيّنت سرعة إعادة الاتحاد بالمعادلة (3) ودُرِست معادلة الاستمرارية في ظروف غياب التوليد الخارجي، فلا بد من احتساب التوليد الحراري، G_0، في هذه الحالة.

تأخذ معادلة الاستمرارية في غياب التيار الكهربائي الشكل الآتي:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = G_0 - \gamma_r\, np , \qquad (4)$$

أو بالشكل الآتي:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma_r\, n_0 p_0 - \gamma_r\, np = \gamma_r\, n_0 p_0 - \gamma_r\,(n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p).$$

$$\therefore\ \frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r\,(n_0 \Delta p + p_0 \Delta n + \Delta n \Delta p). \qquad (5)$$

6

وإذا أخذنا بالحسبان أن $\Delta n = \Delta p$، في ظروف حقنٍ بمستوٍ منخفضٍ، تُصبح المعادلة (5) من الشكل:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r\,(n_0 + p_0)\,\Delta n = -\frac{\Delta n}{\tau_n}, \qquad (6)$$

ومن ثمَّ:

$$\boxed{\tau_n = \frac{1}{\gamma_r\,(n_0 + p_0)}.} \qquad (7)$$

إن فترة الحياة هذه، **لا تتغيّر** في أثناء عملية إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة، مما يعني أنها توافق إعادة الاتحاد الخطّي التي يُعدُّ التركيز الفائض فيها تابعاً أُسّياً للزمن:

$$\Delta n = (\Delta n)_0\, e^{-\frac{t}{\tau}} , \qquad (8)$$

5

ثالثاً- إذا كان مستوى حقن الحاملات اللامتوازنة عالياً، تتحقق المتراجحة $\Delta n >> (n_0 + p_0)$، ونحصل تبعاً للمعادلة (7)، على العلاقة الآتية:

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\gamma_r (\Delta n)^2 \qquad \text{أو} \qquad \frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r (\Delta n)^2 \tag{9}$$

بهذا الشكل، يكون المقدار $\frac{\partial n}{\partial t}$ تابعاً تربيعياً بالنسبة للتركيز الفائض للإلكترونات، Δn، وتدعى إعادة الاتحاد عندها، بإعادة الاتحاد التربيعية. وبتكامل طرفي المعادلة (9) نحصل على قانون تغيّر Δn الآتي في حالة إعادة الاتحاد التربيعي:

$$\boxed{\Delta n = \frac{(\Delta n)_0}{1 + \gamma_r t (\Delta n)_0}}. \tag{10}$$

6

يأخذ القانون (10) **شكل قطع زائد** هنا، يحول إلى شكل أُسّي خلال فترة من الزمن بعد إزالة توليد حاملات الشحنة. إذْ تُخرق المتراجحة $\Delta n >> (n_0 + p_0)$ بعد انقضاء هذه الفترة، أي عندما ينخفض التركيز الفائض إلى قيمةٍ، توافق مستوى الحقن المنخفض.

رابعاً- سويات الفصل الطاقي هي سويات طاقة تفصل بين مصائد اقتناص حاملات الشحنة ومصائد إعادة اتحادها.

يُعرّف المعامل k_n بانه ثابت يساوي نسبة احتمال اقتناص ثقبٍ على مصيدةٍ مشحونةٍ سلبياً إلى احتمال القذف الحراري لإلكترونٍ إلى عصابة الناقلية ويُعطى بالمساواة:

$$k_n = \frac{\gamma_p N_{tr} f_{tr} p}{\gamma_n N_{tr} f_{tr} n_1} = \frac{\gamma_p\, p}{\gamma_n\, n_1}.$$

5

حيث p تركيز الثقوب و n_1 التركيز المتوازن للإلكترونات.

تسمى المصائد التي من أجلها $k_n > 1$، **مصائد إعادة اتحاد**، لأنه في هذه الحالة، يكون احتمال إعادة الاتحاد أكبر من احتمال التهيّج الحراري، والمصائد التي من أجلها $k_n < 1$، فتسمى **مصائد قنصٍ**. وتسمى سوية الطاقة التي من أجلها $k_n = 1$، أي عندما يتساوى احتمال إعادة الاتحاد مع احتمال التوليد الحراري، **سوية فصلٍ إلكتروني**، E_{dn}.

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: 25 درجة

بما أن المشتق الزمني للاندفاع p_x يساوي F_x، فإن المعادلة الآتية تكون محققة من أجل الإلكترونات:

$$\frac{dp_x}{dt} = F_x = -e\,\mathrm{E}. \tag{2}$$

وبالتالي، نحصل من المعادلة المعطاة والمعادلة (2) على المعادلة الآتية:

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{\mathrm{E}} = \frac{\partial f}{\partial t} - e\,\mathrm{E}\frac{df}{dp_x}. \tag{3}$$

يكون الحقل الخارجي E عادةً أقل بكثير من الحقل الداخلي للبلّورة، ولذلك، فإن الحقل E يُسبِّب تغيراً ليس كبيراً نسبياً لتابع التوزع f بالمقارنة مع التابع المتوازن f_0. بهذا الشكل بمقدورنا كتابة المعادلة:

$$f = f_0 + f_1, \tag{4}$$

حيث $f_0 = f_F$ تابع توزّع فيرمي من أجل غاز متحلل؛

و $f_0 = f_{MB}$ تابع توزّع مكسويل- بولتزمان من أجل غاز غير متحلل،

و f_1 كمية إضافية صغيرة (اضطراب) ولكنها تُحدِّد عمليات النقل الكهربائي.

8

إذا فُصل الحقل الخارجي، E، في لحظة زمنية ما، يمكن عدّها مبدأً للحساب، فإن حالة التوازن تُستعاد نتيجةً لتصادمات الإلكترونات مع المراكز المُبعثِرة سواء كانت أيونات ذرة شائبة، أو فونونات، أو عيوب، الخ،

فإذا لم يكن انحراف الجملة عن التوازن كبيراً فيمكن كتابة علاقة سرعة تغير تابع التوزّع $\left(\frac{df}{dt}\right)_{cm}$، الناتج من التصادمات المشار إليها أعلاه، على أنها متناسبة طردياً مع مقدار الانحراف أي أن التناسب خطيٌّ:

(5) $$\left(\frac{df}{dt}\right)_{cm} = -\frac{f_1}{\tau} = -\frac{f - f_0}{\tau},$$ حيث τ زمن استرخاء الجملة المدروسة.

وطالما أن تابع التوزيع f_0 مستقل عن الزمن، فيمكننا كتابة المساواة:

(6) $$\frac{d(f - f_0)}{f - f_0} = -\frac{dt}{\tau},$$ ومن ثمَّ: (7) $$f_1 = (f_1)_0\, e^{-\frac{t}{\tau}},$$

حيث $(f_1)_0$ قيمة f_1 في لحظة البدء $t = 0$ (لحظة تطبيق الحقل E).

7

في الحالة العامة، يتبع زمن الاسترخاء المتجه الموجي، $\tau = \tau(\vec{k})$، وشكل التابع يتعلق بآلية التبعثر.

إذن، تجري في نصف الناقل، في مكان تشكل حقل كهربائي، E، عمليتان: **عملية تغيّر تابع توزّع حاملات الشحنة** على الحالات تحت تأثير الحقل بسرعة $\left(\frac{df}{dt}\right)_{E}$؛ **وعملية استرخاءٍ**، تسعى بعودة الجملة إلى حالة التوازن بسرعة $\left(\frac{df}{dt}\right)_{cm}$. تترسَّخ الحالة المستقرة عند توازن تلك العمليتين، أي عندما: (8) $$\left(\frac{df}{dt}\right)_{E} = \left(\frac{df}{dt}\right)_{cm}.$$

4

ومن أجل الحالة الخاصة المتمثلة في تطابق اتجاه الحقل E مع اتجاه المحور x نحصل من المعادلتين (3) و (5) على العلاقة الآتية:

(9) $$-\frac{\partial f}{\partial t} + e\,E\,\frac{df}{dp_x} = \frac{f - f_0}{\tau(\vec{k})}.$$

ولكن طالما، أننا ندرس **الحالة المستقرة**، فإن تغير التابع f مع مرور الزمن، t، يساوي الصفر:

(10) $$\frac{\partial f}{\partial t} = 0.$$

ومن ثمَّ، نحصل من المعادلتين (9) و (10) على المعادلة الآتية:

(11) $$f - f_0 = e\,E\,\tau(\vec{k})\frac{\partial f}{\partial p_x},$$ أو $$f = f_0 + e\,E\,\tau\frac{\partial f}{\partial p_x},$$

وبما أن التابع f يختلف قليلاً عن التابع f_0، فيمكن كتابة المعادلة (11) بالشكل:

(12) $$f = f_0 + \frac{e\,E\,\tau}{m_n}\frac{\partial f_0}{\partial \upsilon_x}.$$

وبالانتقال من تفاضل تابع التوزّع المتوازن بالنسبة **للاندفاع** إلى التفاضل بالنسبة **للطاقة**، E، نحصل على المساواة المطلوبة $f = f_0 + eE\tau\upsilon_x \frac{\partial f_0}{\partial E}$، لأن $E = \frac{1}{2}m_n\upsilon_x^2$ ومن ثمَّ $\partial E = m_n\upsilon_x \partial \upsilon_x$.

6

ملاحظة: إذا حصل الطالب على الحلول المطلوبة من أجل محور غير المحور-z يأخذ نصف العلامة فقط.

خاصة بالسؤال رقم (3)

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: 30 درجة

أولاً- هو نصف ناقلٍ خالٍ من الشوائب، بحيث تُهمل تراكيز الآخذات والمانحات في نصف الناقل وتتحقق المساواة $N_a = N_d = 0$ ، ويسمّى نصف ناقل ذاتي أو نقي.

تيار الانتشار هو حركة موجهة لحاملات الشحنة الكهربائية في وحدة الزمن والناتج من انتقالها من منطقة تركيزها المرتفع إلى منطقة تركيزها المنخفض **وتيار الانسياق** حركة موجهة لحاملات الشحنة تحت تأثير حقل كهربائي خارجي مطبق بين طرفي نصف الناقل.

ثانياً- تعطى علاقة الكثافة الكليّة للتيار بالشكل: $j = en\mu_n E_i + eD_n \dfrac{\partial n}{\partial z}$

تكون الكثافة الكليّة للتيار في حالة التوازن صفراً: $j = en\mu_n E_i + eD_n \dfrac{\partial n}{\partial z} = 0$,

حيث يُمثِّل الحد الأول كثافة تيار الانسياق والحد الثاني كثافة تيار الانتشار

ثمَّ إن $E_i = E_z$ في هذه العلاقة، لأن المحور z موجَّهٌ عمودياً على السطح. (6)

وباستخدام علاقة اينشتاين من أجل الإلكترونات، $\dfrac{\mu_n}{D_n} = \dfrac{e}{k_B T}$ ، نحصل على علاقة الحقل الداخلي:

$$E_i = -\frac{k_B T}{en}\frac{\partial n}{\partial z}.$$

ولكن، طالما أن $\partial(n_0 + \Delta n) = \partial(\Delta n)$,

نجد

$$E_i = -\frac{k_B T}{e(n_0 + \Delta n)}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial z} \cong -\frac{k_B T}{e n_0}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial z}.$$

ومنه، يمكن إيجاد تدرج الحقل E_i:

$$\frac{\partial E_i}{\partial x} = -\frac{k_B T}{e n_0}\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial z^2}. \qquad (1)$$

(6)

وطالما، جرى اختيار المحور z عمودياً على سطح نصف الناقل، فلدينا: $\dfrac{\partial E_{iy}}{\partial y} = \dfrac{\partial E_{iz}}{\partial z} = 0$

ونحصل من تطبيق معادلة غوص من أجل نصف الناقل المدروس على المعادلة

$$\operatorname{div} E_i = \frac{\partial E_i}{\partial} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{e\Delta n}{\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (2)$$

وبمقارنة طرفي المعادلتين (1) و (2) نحصل على المعادلة الآتية:

$$\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial z^2} - \frac{e^2 n_0}{\varepsilon\varepsilon_0 k_B T}\Delta n = 0. \qquad (3)$$

وبإدخال الرمز الآتي في المعادلة الأخيرة (3) $L_D = \sqrt{\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 k_B T}{e^2 n_0}}$ (8)

تؤول المعادلة (3) إلى الشكل الآتي:

$$\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial z^2} - \frac{\Delta n}{L_D^2} = 0. \qquad (4)$$

يمكن تصور الحل العام للمعادلة الأخيرة بالشكل

$$\boxed{\Delta n = C_1\, e^{\frac{z}{L_D}} + C_2\, e^{-\frac{z}{L_D}}\,.} \qquad (5)$$

ومن أجل مجالٍ غير مضاءٍ في نصف الناقل، تتناقص الكميّة Δn عند الابتعاد نحو عمق نصف الناقل، وبالتالي لا بد من وضع $C_1 = 0$؛ وعندها يُصبح الحل (5) من الشكل $\Delta n = C_2\, e^{-\frac{z}{L_D}}$.

عندما $z = 0$ يكون لدينا $\Delta n = (\Delta n)_0 = C_2$ ، ولذلك نحصل على العلاقة الآتية:

$$\boxed{\Delta n = (\Delta n)_0\, e^{-\frac{z}{L_D}}\,.} \qquad (6)$$

وهكذا نجد، في حالة توافر ناقلية كهربائية أحادية القطبية، أن التركيز الفائض للحاملات **اللامتوازنة (الأساسية)** للشحنة تتناقص عند الابتعاد عن المجال المُضاء، أسّياً، بثابت تناقص، L_D ، يدعى **طول (أو نصف قطر) الحجب لديباي.**

يتضح من العلاقة (4) أن طول ديباي للحجب يتعلق بدرجة الحرارة والتركيز المتوازن لحاملات الشحنة (T و n_0). كما يصف طول حجب ديباي تغيّر الكمون في الطبقات تحت السطحية.

(4)

(6)

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الفيزياء	امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل** لطلاب **السنة الرابعة** فيزياء للعام الدراسي 2023-2024/الدورة الامتحانية **الثانية**	الاسم: المدة: ساعتان العلامة القصوى: **90** درجة

السؤال الأول: (25 درجة)

أولاً– اذكر كيف تؤثر كل من درجة حرارة نصف الناقل والكتلة الفعّالة للإلكترونات والثقوب في كثافتي الحالات الطاقية في عصابتي الناقلية والتكافؤ. **ثانياً**– أثبت أنَّ **التركيز المتوازن لثقوب** الناقلية في أنصاف النواقل المتبلّورة وغير المتحللة يُعطى بالعلاقة $p_0 = N_v\, e^{-\frac{E_F-E_v}{k_B T}}$ ثمَّ أعط تفسيراً فيزيائياً لها.

السؤال الثاني: (25 درجة)

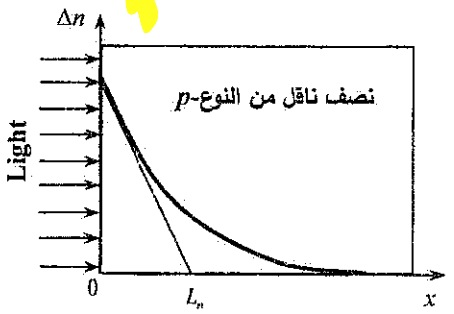
لدى دراسة معامل إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة وفترات حياتها (أعمارها) تكون عمليتا توليد حاملات الشحنة وإعادة اتحادها متوازنتان في شروط التوازن الترموديناميكي وتساوي تراكيزها اللامتوازنة تراكيزها المتوازنة، والمطلوب:

أولاً– عرّف كلاً من معامل التوليد الحراري لحاملات الشحنة ومعامل إعادة توليدها واكتب العلاقات الموافقة لهما.

ثانياً– أثبت أنَّ فترة حياة الحاملات في **شروط حقنها المنخفض** تُعطى بالعلاقة $\tau_n = 1/\gamma_r(n_0+p_0)$؛ ناقش هذه الاهتزاز فيزيائياً، وذلك انطلاقاً من معادلة الاستمرارية وغياب التيار الكهربائي.

ثالثاً– انطلاقاً من معادلة الاستمرارية وغياب التيار الكهربائي **وشروط الحقن العالي** لحاملات الشحنة استنتج كلاً من **قانون** تغيّر Δn **وعلاقة** فترة الحياة الموافقة ثمَّ ناقش النتيجة التي تحصل عليها فيزيائياً بالتفصيل. **رابعاً**– **عرّف** سويات الفصل الطاقي ثمَّ **عرّف** المعامل k_n واكتب العلاقة الموافقة له وبعد ذلك ناقش الحالات $k_n > 1$ و $k_n < 1$ و $k_n = 1$.

السؤال الثالث: (20 درجة)



يوضح الشكل المجاور تابعية التركيز الفائض لحاملات الشحنة الكهربائية اللاأساسية للبعد x من أجل عيّنة نصف ناقلة من النوع– p **بغياب تيار** توليد حاملات الشحنة **وإنسياقها**، وذلك عند إضاءته جانبياً ومستوى حقن الحاملات منخفض، والمطلوب: **أولاً**– وضح ماذا يحدث في العيّنة لدى إضاءتها جانبياً.

ثانياً– أوجد **قانون** تغيّر تركيز الحاملات اللاأساسية اللامتوازنة للشحنة تأسيساً على معادلة الاستمرارية مع شرح ما يلزم بالتفصيل. **ثالثاً**– استنتج علاقة طول الانتشار الموافقة. ماذا تستنتج؟ **تطبيق**: أحسب طول الانتشار من أجل Ge، علماً بأن $D_n = 100\,cm^2/s$ و $\tau_n = 10^{-6}\,s = 1\,\mu s$. **رابعاً**– أعط تعريفاً مناسباً لطول الانتشار.

السؤال الرابع: (20 درجة)

أثبت أنَّ علاقة **كثافة تيار الإلكترونات** لأنصاف النواقل الإلكترونية (الغازات الإلكترونية) غير المتحللة تُعطى بالمساواة $j = \frac{n_0 e^2 \langle\tau\rangle}{m_n}\mathcal{E}$ ثمَّ **استنتج علاقة الناقلية الكهربائية النوعية**؛ ناقش العلاقة التي تحصل عليها فيزيائياً.

للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة.

تمنياتي لطلابنا الأعزاء التوفيق والنجاح

طرطوس في 2024/06/30

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

سلم توزيع الدرجات على أجوبة امتحان مقرر أنصاف النواقل للدورة الفصلية الثانية 2024/2023

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: (25 درجة)

أولاً– تُعطى كثافة الحالات الطاقية من أجل الإلكترونات في عصابة الناقلية بالعلاقة الآتية:

$$N_n(E)=\frac{2\pi\left(2m_n\right)^{3/2}}{h^3}\left(E-E_c\right)^{1/2}\ ; \qquad (1)$$

ومن أجل الثقوب في عصابة التكافؤ بالعلاقة الآتية:

$$N_p(E)=\frac{2\pi\left(2m_p\right)^{3/2}}{h^3}\left(E_\upsilon-E\right)^{1/2}\ , \qquad (2)$$

حيث m_n و m_p الكتلتان الفعَّالتان للإلكترون والثقب على الترتيب.

تتناسب كثافتي الحالات الطاقية في عصابتي الناقلية والتكافؤ طرداً مع درجة حرارة نصف الناقل والكتلة الفعَّالة للإلكترونات والثقوب وفق القوة $\frac{3}{2}$. 4

ثانياً– لدينا من أجل ثقوب الناقلية في أنصاف النواقل المتبلّورة العلاقة الآتية:

$$dp_0=N_p(E)\,2f_{Fp}\,dE \qquad (3)$$

ولإيجاد p_0، لا بد من مكاملة طرفي المعادلة (11) بالنسبة لطاقة الإلكترون E. وعندها نضع الحد العلوي لإشارة التكامل مساوياً E_υ ونختار الحدّ السفلي مساوياً سالب لانهاية $(-\infty)$، لأن التابع f_{Fp} يتناقص ويؤول إلى الصفر في هذه الحالة:

$$p_0=\int_{-\infty}^{E_\upsilon}N_p(E)\,2f_{Fp}\,dE\ . \qquad (4)$$

ومنه

$$p_0=\frac{4\pi\left(2m_p\right)^{3/2}}{h^3}\int_{-\infty}^{E_\upsilon}\frac{\left(E_\upsilon-E\right)^{1/2}}{e^{\frac{E_F-E}{k_BT}}+1}\,dE\ . \qquad (5)$$

لحل هذا التكامل، نُدخل الرمزين الآتيين

$$\frac{E_\upsilon-E}{k_BT}=x \qquad (6)$$

$$\eta=\frac{E_\upsilon-E_F}{k_BT} \qquad (7)$$

في المعادلة الأخيرة (5) فنجد

$$\frac{E_F-E}{k_BT}=x-\eta\ . \qquad (8)$$

10

وإذا اعتبرنا m_p مقداراً ثابتاً، يمكننا كتابة المعادلة (5) بالشكل الآتي:

$$p_0=\frac{4\pi\left(2m_p k_BT\right)^{3/2}}{h^3}\int_0^\infty\frac{x^{1/2}}{e^{x-\eta}+1}\,dx \qquad (9)$$

نُدخل الرمزين الآتيين إلى العلاقة (9): $N_\upsilon=\frac{2\left(2\pi m_p k_BT\right)^{3/2}}{h^3}$ و $\Phi_{1/2}(\eta)=\int_0^\infty\frac{x^{1/2}}{e^{x-\eta}+1}\,dx$

5

فنحصل على علاقة p_0 بشكلها النهائي الآتي:

$$p_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_\upsilon \, \Phi_{1/2}(\eta),$$

حيث

حيث تسمى الكمية N_υ العدد الفعَّال للحالات الطاقية في عصابة التكافؤ والكمية $\Phi_{1/2}(\eta)$ تكامل فيرمي من المرتبة نصف $\left(\frac{1}{2}\right)$ (مع استبدال ξ الوسيط بالوسيط η).

لدينا من أجل غازٍ ثقبي غير متحللٍ المتراجحة $\mathrm{e}^{\frac{E_F - E}{k_B T}} = \mathrm{e}^{x-\eta} >> 1$

ومن ثمَّ $\mathrm{e}^{\eta} << 1$ ومن ثمَّ $\eta < -1$ ومن ثمَّ نحصل على معيارٍ نهائي لعدم تحلل غازٍ ثقبي من الشكل

$$E_F - E_\upsilon > k_B T .$$

وهكذا نجد أن الغاز الثقبي اللامتحلل في أنصاف النواقل، يُلاحظ عند توضع سوية فيرمي فوق سقف عصابة التكافؤ، ليس بأقل من الكميّة $k_B T$، وعندها يمكن حساب التركيز المتوازن، p_0، من العلاقة بسهولة

$$p_0 = N_\upsilon \, \mathrm{e}^{\eta} = N_\upsilon \, \mathrm{e}^{-\frac{E_F - E_\upsilon}{k_B T}} \qquad \text{حيث:} \qquad \int_0^\infty x^{1/2} \, \mathrm{e}^{-x} \, dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

6

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: 25 درجة

أولاً- يُعرّف معامل التوليد الحراري بأنه معامل يُعبّر عن معدَّل الأزواج الإلكترونية- الثقبية المتولّدة في واحدة الحجم أمّا معامل إعادة الاتحاد فهو معامل يُعبّر عن معدَّل الأزواج المُعاد اتحادها في واحدة الحجم، 2

ثانياً- إن عمليتي توليد حاملات الشحنة وإعادة اتحادها **تتوازن** في شروط التوازن الترموديناميكي **ويساوي** تركيزها اللامتوازن تركيزها المتوازن. فإذا رمزنا لعدد الأزواج الإلكترونية- الثقبية بالرمز G_0 وعدد الأزواج المُعاد اتحادها بالرمز R_0، يمكننا كتابة المساواة:

$$G_0 = R_0 . \qquad (1)$$

كما يمكن التعبير عن R_0 بالمعادلة:

$$R_0 = \gamma_r \, n_0 p_0 = \gamma_r \, n_i^2 , \qquad (2)$$

حيث γ_r معامل إعادة الاتحاد، و n_0 و p_0 التراكيز المتوازنة للإلكترونات والثقوب في ن/ن، على الترتيب.

إن الحاملات اللامتوازنة للشحنة تُصبح بعد فترة قصيرة من الزمن غير مختلفة عن الحاملات المتوازنة، ولذلك يمكن الاعتقاد بأنها تتصف بمعامل إعادة الاتحاد ذاته، γ_r، الذي تتصف به الحاملات المتوازنة للشحنة. وحينئذٍ يمكن كتابة علاقة سرعة إعادة الاتحاد للحاملات اللامتوازنة للشحنة بالشكل الآتي:

$$R = \gamma_r \, np . \qquad (3)$$

في الواقع، يدخل في العلاقة الأخيرة الحد المُمثَّل بالمعادلة (2) لأن التركيزان اللامتوازنان n و p يحويان التركيزين المتوازنين n_0 و p_0، أي يؤخذ فيهما بالحسبان، إعادة اتحاد الحاملات المتوازنة أيضاً. ولذلك، إذا عُيّنت سرعة إعادة الاتحاد بالمعادلة (3) ودُرِست معادلة الاستمرارية في ظروف غياب التوليد الخارجي، فلا بد من احتساب التوليد الحراري، G_0، في هذه الحالة. 7

تأخذ معادلة الاستمرارية في غياب التيار الكهربائي الشكل الآتي:

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{\partial p}{\partial t}=G_0-\gamma_r np\,, \tag{4}$$

أو بالشكل الآتي:

$$\frac{\partial n}{\partial t}=\gamma_r n_0 p_0-\gamma_r np=\gamma_r n_0 p_0-\gamma_r (n_0+\Delta n)(p_0+\Delta p).$$

$$\therefore\ \frac{\partial n}{\partial t}=-\gamma_r (n_0\Delta p+p_0\Delta n+\Delta n\Delta p). \tag{5}$$

وإذا أخذنا بالحسبان أن $\Delta n=\Delta p$، في ظروف حقنٍ بمستوٍ منخفضٍ، تُصبح المعادلة (5) من الشكل:

$$\frac{\partial n}{\partial t}=-\gamma_r (n_0+p_0)\,\Delta n=-\frac{\Delta n}{\tau_n}\,, \tag{6}$$

ومن ثمَّ: (7)

$$\boxed{\tau_n=\frac{1}{\gamma_r (n_0+p_0)}}.$$

إن فترة الحياة هذه، **لا تتغيّر** في أثناء عملية إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة، مما يعني أنها توافق إعادة الاتحاد الخطّي التي يُعدُّ التركيز الفائض فيها تابعاً أُسّياً للزمن، وفق المعادلة (5-43)، في الفقرة السابقة:

$$\Delta n=(\Delta n)_0\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\,, \tag{8}$$

8

ثالثاً– إذا كان مستوى حقن الحاملات اللامتوازنة عالياً، تتحقق المتراجحة $\Delta n>>(n_0+p_0)$، ونحصل تبعاً للمعادلة (7)، على العلاقة الآتية:

$$\frac{\partial n}{\partial t}=-\gamma_r (\Delta n)^2 \quad \text{أو} \quad \frac{\partial \Delta n}{\partial t}=-\gamma_r (\Delta n)^2 \tag{9}$$

بهذا الشكل، يكون المقدار $\frac{\partial n}{\partial t}$ تابعاً تربيعياً بالنسبة للتركيز الفائض للإلكترونات، Δn، وتدعى إعادة الاتحاد عندها، بإعادة الاتحاد التربيعية. وبتكامل طرفي المعادلة (9) نحصل على قانون تغيّر Δn الآتي في حالة إعادة الاتحاد التربيعي:

$$\boxed{\Delta n=\frac{(\Delta n)_0}{1+\gamma_r t(\Delta n)_0}}. \tag{10}$$

يأخذ القانون (10) **شكل قطع زائد** هنا، يحول إلى شكل أُسّي خلال فترة من الزمن بعد إزالة توليد حاملات الشحنة. إذْ تُخرق المتراجحة $\Delta n>>(n_0+p_0)$ بعد انقضاء هذه الفترة، أي عندما ينخفض التركيز الفائض إلى قيمةٍ، توافق مستوى الحقن المنخفض. 4

رابعاً– سويات الفصل الطاقي هي سويات طاقة تفصل بين مصائد اقتناص حاملات الشحنة ومصائد إعادة اتحادها.

يُعرّف المعامل k_n بأنه ثابت يساوي نسبة احتمال اقتناص ثقبٍ على مصيدةٍ مشحونةٍ سلبياً إلى احتمال القذف الحراري لإلكترونٍ إلى عصابة الناقلية ويُعطى بالمساواة:

$$k_n=\frac{\gamma_p N_{tr} f_{tr} p}{\gamma_n N_{tr} f_{tr} n_1}=\frac{\gamma_p p}{\gamma_n n_1}.$$

حيث p تركيز الثقوب و n_1 التركيز المتوازن للإلكترونات.

تسمى المصائد التي من أجلها $k_n>1$، **مصائد إعادة اتحاد**، لأنه في هذه الحالة، يكون احتمال إعادة الاتحاد أكبر من احتمال التهيّج الحراري، والمصائد التي من أجلها $k_n<1$، فتسمى **مصائد قنصٍ**. وتسمى سوية الطاقة التي من أجلها $k_n=1$، أي عندما يتساوى احتمال إعادة الاتحاد مع احتمال التوليد الحراري، **سوية فصلٍ إلكترونيٍ**، E_{dn}.

4

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: (20 درجة)

أولاً– إن **الضوء** المُسلَّط على العيّنة المدروسة **يولّدُ** إلكترونات وثقوب على حساب تأيّن المادة الأساسية للعينة، أي نتيجةً لانتقال الإلكترونات عبر الفجوة. وبسبب الاختلاف الكبير في تركيز الحاملات اللاأساسية للشحنة (**الإلكترونات هنا**) عند سطح ن/ن وفي عمقها يُلاحظ **انتشارها** نحو عمق ن/ن، وهذا يؤدي إلى ظهور شحنة حجمية سالبة في عمقه، ولكن في الوقت ذاته يجري انجذابٌ للثقوب إلى ذلك العمق بسبب استرخاء مكسويل. ولذلك، فإن الحاملات اللاأساسية للشحنة تجذب معها أثناء انتشارها إلى عمق ن/ن كمية من الحاملات الأساسية للشحنة (الثقوب)، ومن ثَمَّ يُصان شرط الاعتدال الكهربائي في عمق ن/ن؛ فمع اقتراب الإلكترونات والثقوب من عمق ن/ن سيُعاد اتحادها، ومن ثَمَّ ستتناقص تراكيزها. 5

ثانياً– نوجد الآن **قانون** تغيّر تركيز الحاملات **اللاأساسية** اللامتوازنة للشحنة تأسيساً على معادلة الاستمرارية:

في الحالة الراهنة، لا يوجد توليد للحاملات اللامتوازنة للشحنة $G_n = 0$ في عمق نصف الناقل (من أجل $x \neq 0$)، كما أنّ $E = 0$. أضف إلى ذلك، طالما تبقى الإضاءة متواصلة، يمكننا وضع $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ في أي مقطع، $x \neq 0$، في عمق ن/ن.

ومن ثَمَّ تؤول معادلة الاستمرارية، $\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - \frac{\Delta n}{\tau_n} + \frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_n$، من أجل الحالة المدروسة إلى الشكل الآتي:

$$\frac{\Delta n}{\tau_n} = \frac{1}{e}\left(eD_n\nabla^2 n\right).$$

تم الحصول على الطرف الأيمن في المعادلة الأخيرة من المعادلة الأخيرة على اعتبار أن $\nabla^2\varphi = 0$. وبما أن

$$\nabla^2 n = \frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2}$$

تُصبح المعادلة الأخيرة من الشكل

$$\frac{\Delta n}{\tau_n D_n} = \frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} \quad \text{أو} \quad \frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n D_n} = 0.$$

ولهذه المعادلة حل عام من الشكل

$$\boxed{\Delta n = C_1\, \mathrm{e}^{\frac{x}{\sqrt{D_n\tau_n}}} + C_2\, \mathrm{e}^{-\frac{x}{\sqrt{D_n\tau_n}}}.}$$

ولكن، بما أن $\Delta n \to 0$ مع ازدياد x، فمن الواضح أن $C_1 = 0$.

وعيه فإن:

$$\Delta n = C_2\, \mathrm{e}^{-\frac{x}{\sqrt{D_n\tau_n}}}.$$

نوجد قيمة الثابت C_2، بوضع $x = 0$ في المعادلة الأخيرة، فنجد أن قيمته تساوي $(\Delta n)_0$، $C_2 = (\Delta n)_0$.

وفي هذه الحالة، نستطيع كتابة العلاقة:

$$\Delta n = (\Delta n)_0\, \mathrm{e}^{-\frac{x}{\sqrt{D_n\tau_n}}},$$

12

ثالثاً– ومن ثَمَّ نحصل على علاقة **طول انتشار** الحاملات اللاأساسية واللامتوازنة في نصف الناقل **الثقبي** الآتية: $L_n = \sqrt{D_n\,\tau_n}$

حل التطبيق: $L_n \cong 10^{-2}$ cm.

رابعاً– يمكن تعريف طول الانتشار، $L_n = \sqrt{D_n\,\tau_n}$، بأنه المدى الذي يتناقص خلاله التركيز الفائض من الحاملات اللاأساسية **واللامتوازنة** للشحنة بمقدار e مرة.

3

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: 20 درجة

للإجابة على السؤال نوجد في البداية تركيز الإلكترونات التي طاقاتها محصورة في المجال الطاقي من E إلى $E+dE$، ثمّ نجري الحساب من أجل سطح تساوي الطاقة لكرة مركزها $k=0$، فرضاً. لدينا:

$$dn = N(E)\,2f(E)dE\,;$$
$$dn = \frac{4\pi\,(2m_n)^{3/2}}{h^3}(E-E_c)^{1/2}\;f(E)dE\,, \qquad (1)$$

حيث $m_n = m^* = m_{\sigma n}$ الكتلة الفعّالة السُّلميّة.

ومن المفيد أن نعدَّ قاع عصابة الناقلية مبدأً لحساب الطاقة، بحيث نضع $E_c = 0$.

يُعبِّر عن الشحنة التي ينقلها dn إلكتروناً، **انساق** تحت تأثير الحقل $\varXi$، **خلال واحدة الزمن** على طول المحور x عبر **واحدة السطح** بالمساواة الآتية:

$$-e\upsilon_x dn = dj = -\frac{4\pi\,e\,(2m_n)^{3/2}}{h^3}\upsilon_x\,(E)^{1/2}\,f(E)\,dE\,. \qquad (2)$$

إذن، تساوي كثافة تيار الإلكترونات في الاتجاه x:

$$j = -\frac{4\pi\,e\,(2m_n)^{3/2}}{h^3}\int_0^\infty \upsilon_x\;E^{1/2}f(E)\,dE\,. \qquad (3)$$

6

وعند التعويض عن التابع $f(E)$ بقيمته $f = f_0 + \frac{e\varXi\tau}{m_n}\frac{\partial f_0}{\partial\upsilon_x}$ نحصل على مجموع تكاملين؛ الأول يساوي الصفر، لكونه يُمثِّل تيار الإلكترونات في شروط التوازن، أمَّا التكامل الثاني فيعطي المساواة:

$$j = -\frac{4\pi\,e^2\,(2m_n)^{3/2}}{h^3}\varXi\int_0^\infty \upsilon_x^2\;\tau\,E^{1/2}\frac{df_0}{dE}dE\,. \qquad (4)$$

إذن، التيار مرتبط بالإضافة اللامتوازنة، f_1، الناجمة عن تطبيق الحقل الكهربائي، والتي أُضيفت إلى تابع التوزّع المتوازن f_0.

وعلى فرض أن:

$$\upsilon_x^2 \approx \upsilon_y^2 \approx \upsilon_z^2 = \frac{2}{3}\frac{E}{m_n}\,. \qquad (5)$$

نجد أن المعادلة (4) تأخذ الشكل:

$$j = -\frac{8\pi^2\,e\,(2m_n)^{3/2}}{3h^3 m_n}\varXi\int_0^\infty \tau\,E^{3/2}\frac{\partial f_0}{\partial E}dE\,. \qquad (6a)$$

ومن أجل غاز إلكتروني غير متحلل، حيث $f_0 = f_{MB} = \mathrm{e}^{-\frac{E-E_F}{k_BT}}$، ومن ثمَّ

$$j = \frac{8\pi\,e^2\,(2m_n)^{3/2}}{3h^3 m_n k_B T}\varXi\,\mathrm{e}^{\frac{E_F}{k_BT}}\int_0^\infty \tau\,E^{3/2}\mathrm{e}^{-\frac{E}{k_BT}}dE \qquad (6b)$$

5

وإذا أخذنا بالحسبان أن: $n_0 = N_c\,\mathrm{e}^{-\frac{E_c-E_F}{k_BT}}$

نجد، عندما $E_c = 0$ ، أن:

$$e^{\frac{E_F}{k_B T}} = \frac{n_0}{N_c} = \frac{n_0 h^3}{2\left(2\pi\, m_n k_B T\right)^{3/2}} \tag{7}$$

وبضرب الطرف الأيمن من المعادلة (6b) بالمقدار $\int_0^\infty E\, e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2}\, dE$ والتقسيم عليه، مع الأخذ بالحسبان المعادلة (7)، نحصل على علاقة كثافة التيار كما يأتي:

$$j = \frac{8\pi e^2 \left(2m_n\right)^{3/2}}{3h^3 m_n k_B T}\, \Xi\, \frac{n_0 h^3}{2\left(2\pi\, m_n k_B T\right)^{3/2}}\, \frac{\int_0^\infty E\, e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2}\, dE \int_0^\infty \tau\, E^{3/2} e^{-\frac{E}{k_B T}}\, dE}{\int_0^\infty E\, e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2}\, dE}$$

وعلى اعتبار أن الزمن الوسطي للاسترخاء يُعرَّف بالعلاقة

$$\left\langle \tau \right\rangle = \frac{\int_0^\infty \tau\, E\, e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2}\, dE}{\int_0^\infty E\, e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2}\, dE} \tag{8}$$

4

والآخذ بالحسبان المساواة

$$\int_0^\infty E\, e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2}\, dE = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}\, \left(k_B T\right)^{5/2} \tag{9}$$

تؤول علاقة كثافة التيار إلى الشكل المطلوب الآتي:

$$\boxed{j = \frac{n_0\, e^2 \left\langle \tau \right\rangle}{m_n}\, \Xi} \tag{10}$$

وهكذا، نحصل من أجل غازٍ إلكتروني غير متحللٍ على قانون أوم من الشكل (10) بحيث تساوي الناقلية النوعية:

$$\sigma = \frac{n_0\, e^2}{m_n} \left\langle \tau \right\rangle. \tag{24}$$

5

إذن، تُوصف الناقلية الكهربائية من أجل غازٍ إلكتروني غير متحللٍ بزمن استرخاء الإلكترونات ويتناسب مع تركيز الإلكترونات تناسباً طردياً ومع الكتلة الفعَّالة تناسباً عكسياً.

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر فيزياء أنصاف النواقل
لطلاب السنة الرابعة فيزياء
للعام الدراسي 2023-2024 / الدورة الفصلية الأولى

الاسم:
المدة: ساعتان
العلامة العظمى: 90 درجة

السؤال الأول: (15 درجة)

ادرس بنية عصابات الطاقة للمركّبات $A^{III}B^{V}$ (GaAs و InSb و GaP و GaSb) المتبلّورة النصف ناقلة موضحاً إجابتك برسم مخطط بنية عصابة الطاقة لأحد هذه المركّبات.

السؤال الثاني: (20 درجة)

أولاً– عرّف درجة حرارة ديباي واكتب العلاقة الموافقة لها.

ثانياً– اكتب علاقة التركيز الكلّي للفونونات الصوتية بدلالة درجة الحرارة T وطاقة الفونون $\hbar\omega / k_B T$.

ثالثاً– ادرس علاقة التركيز الكلّي للفونونات الصوتية في مجال درجات الحرارة المنخفضة ثمّ في مجال درجات الحرارة المرتفعة. ماذا تستنتج؟.

السؤال الثالث: (25 درجة)

تعطى علاقة سوية فيرمي في أنصاف النواقل اللامتحللة والحاوية مانحات بالشكل $E_F = E_d' + k_B T \ln\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+\frac{8N_d}{N_c}\,e^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}}}-1\right)\right]$،

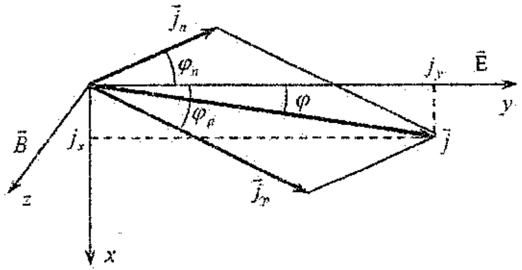
والمطلوب: **أولاً– كتابة** شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة **المنخفضة** نسبياً مع ذكر مدلول الرموز ثمّ اشرح ماذا يحدث في نصف الناقل في درجات الحرارة **الأعلى منها** واكتب الشكل الذي يؤول إليه شرط الاعتدال الكهربائي.

ثانياً– إيجاد علاقة فيرمي انطلاقاً من العلاقة المعطاة في درجات الحرارة **الأكثر انخفاضاً** مع مناقشة ما يلزم.

ثالثاً– إيجاد علاقة تركيز الحاملات الأساسية للإلكترونات، n_0، استناداً إلى علاقة فيرمي التي حصلت عليها في الطلب السابق.

رابعاً– إيجاد علاقة فيرمي من أجل **الحدّ العلوي** لدرجات الحرارة المنخفضة ثمّ شرط الاعتدال الكهربائي الموافق. ماذا تستنتج؟.

السؤال الرابع: (30 درجة)



لندرس عيّنة من مادة نصف ناقلة لها شكل متوازي مستطيلات ناقليتها مختلطة يجري فيها تيار كهربائي من اليسار نحو اليمين وموضوعة في حقل مغناطيسي خارجي ضعيف، $\vec{B}$، تتجه تحريضيته في اتجاه عمودي على اتجاه التيار، والمطلوب:

أولاً– صف ماذا يحدث لمتجهة كثافة التيار الكلّي. **ثانياً–** تبعاً للشكل المجاور تعطى علاقتا كثافة التيار بالقيمة المطلقة بالشكل $j_y = j_p \cos\varphi_p + j_n \cos\varphi_n$ و $j_x = j_p \sin\varphi_p + j_n \sin\varphi_n$؛ استنتج العلاقتين اللتان تصفان كل من زاويتي انحراف كثافة تيار الإلكترونات وكثافة تيار الثقوب.

ثالثاً– أوجد علاقة زاوية الدّوران φ ثمّ العلاقة العامة من أجل معامل هول، ماذا تستنتج؟.

بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2024/02/06

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

جامعة طرطوس كليّة العلوم قسم الفيزياء	امتحان مقرر فيزياء **أنصاف النواقل** لطلاب السنة **الرابعة** فيزياء للعام الدراسي 2022-2023 / **الدورة التكميلية**	الاسم: المدة: **ساعتان** العلامة العظمى: **90 درجة**

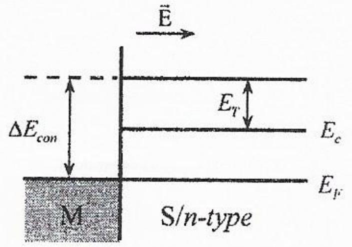
السؤال الأول: (20 درجة)

أولاً– اشرح كيفية حدوث الاعتدال الكهربائي في أنصاف النواقل والعوازل موضحاً كيفية توليد إلكترونات وثقوب ناقلية حرة في حجمٍ متجانسٍ من نصف ناقل أو عازل.

ثانياً– بيّن متى يحدث شرط التوازن الترموديناميكي ومتى يكون التوازن غير ترموديناميكي ثمَّ استنتج علاقة شرط الاعتدال الكهربائي.

السؤال الثاني: (35 درجة)

يوضح الشكل المجاور مخططاً مبسطاً لحزمة الطاقة من أجل وصلة معدن– نصف ناقل من النوع-n، والمطلوب:



أولاً– ماذا يحدث في منطقتي الوصلة في شروط التوازن.

ثانياً– ماذا يحدث عند تطبيق حقل كهربائي $\vec{E}$ ضعيف بالاتجاه المشار إليه في الشكل وإهمال مفعولات التقويم في وصلة نصف الناقل– معدن.

ثالثاً– وضِّح سبب انتشار حرارة بيلتيه في وصلة الالتحام هذه.

رابعاً– أوجد علاقة بيكارينكا من أجل نصف ناقل إلكتروني ثمَّ اكتب العلاقة الناتجة من أجل نصف ناقل ثقبي (اذكر أثناء ذلك قيمة الدليل r من أجل كل تبعثّر). ماذا تستنتج؟.

السؤال الثالث: (35 درجة)

أولاً– وضّح ما المقصود بنصف الناقل الذاتيّ وما هو الفارق بين تيار الانتشار وتيار الانسياق.

ثانياً– لنفرض أن نصف ناقلٍ إلكترونيٍ معزولٍ يقع عند إضاءته في حالة مستقرة ويحقق المتراجحة $\Delta n << n_0$، وتُستعاد حالة التوازن فيه وتُصبح الكثافة الكليّة للتيار صفراً، والمطلوب:

a) كتابة معادلة الكثافة الكليّة للتيار (مع ذكر المسميّات) ثمَّ إيجاد علاقة الحقل الكهربائي المتشكِّل في نصف الناقل المدروس وفق المحور-z مستفيداً من علاقة اينشتاين.

b) إيجاد معادلة تفاضلية من أجل Δn ثم استنتاج علاقة طول حجب ديباي في نصف الناقل المدروس.

c) كتابة المعادلة الناتجة في الطلب الثاني بدلالة طول حجب ديباي وكتابة حلها العام ثم مناقشة الحل من أجل الشروط الحديّة. أعط تفسيراً فيزيائياً للنتيجة التي تحصل عليها.

بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2023/09/10

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

جامعة طرطوس
كليّة العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر فيزياء أنصاف النواقل
لطلاب السنة الرابعة فيزياء
للعام الدراسي 2022-2023 / الدورة الفصلية الثانية

الاسم:
المدة: ساعتان
العلامة العظمى: 90 درجة

السؤال الأول: (15 درجة)

ادرس بنية عصابات الطاقة لبلّورة نصف ناقلة من مادة الجرمانيوم موضحاً إجابتك برسم مخطط بنية عصابة الطاقة فقط.

السؤال الثاني: (20 درجة)

أولاً- عرّف درجة حرارة ديباي واكتب العلاقة الموافقة لها.

ثانياً- يُعطى التركيز الكلّي للفونونات الصوتية بالعلاقة $\int_0^{\Theta_D/T}\frac{x^2dx}{(e^x-1)}$ $N_{ph}=\frac{3}{2\pi^2\upsilon_s^{-3}}\left(\frac{k_BT}{\hbar}\right)^3$ حيث $x=\hbar\omega/k_BT$،

والمطلوب دراسة علاقة التركيز هذه في درجات الحرارة المنخفضة ثمَّ في درجات الحرارة المرتفعة. ماذا تستنتج؟.

ثالثاً- ما هو الفارق بين الفونونات الصوتية والفونونات الضوئية ومتى تتحرّض كل منها.

السؤال الثالث: (25 درجة)

تعطى علاقة سوية فيرمي في أنصاف النواقل اللامتحللة والحاوية مانحات بالشكل $E_F=E_d+k_BT\ln\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+\frac{8N_d}{N_c}e^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}}}-1\right)\right]$،

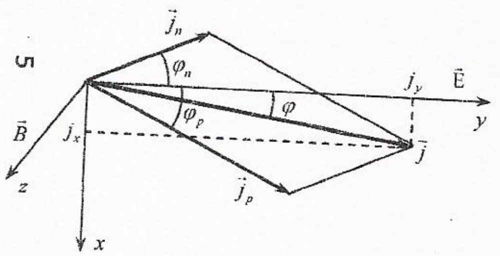
والمطلوب: **أولاً- كتابة** شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة **المنخفضة** نسبياً مع ذكر مدلول الرموز ثمَّ اشرح ماذا يحدث في نصف الناقل في درجات الحرارة **الأعلى منها** واكتب الشكل الذي يؤول إليه شرط الاعتدال الكهربائي.

ثانياً- إيجاد علاقة فيرمي انطلاقاً من العلاقة المعطاة في درجات الحرارة **الأكثر انخفاضاً** مع مناقشة ما يلزم.

ثالثاً- إيجاد علاقة تركيز الحاملات الأساسية للإلكترونات، n_0، استناداً إلى علاقة فيرمي التي حصلت عليها في الطلب السابق.

رابعاً- إيجاد علاقة فيرمي من أجل **الحدّ العلوي** لدرجات الحرارة المنخفضة ثمَّ شرط الاعتدال الكهربائي الموافق. ماذا تستنتج؟.

السؤال الرابع: (30 درجة)



لندرس عيّنة من مادة نصف ناقلة لها شكل متوازي مستطيلات ناقليتها مختلطة يجري فيها تيار كهربائي من اليسار نحو اليمين وموضوعة في حقل مغناطيسي خارجي ضعيف، $\vec{B}$، تتجه تحريضية في اتجاه عمودي على اتجاه التيار، والمطلوب:

أولاً- صف ماذا يحدث لمتجهة كثافة التيار الكلّي. **ثانياً-** تبعاً للشكل المجاور تعطى علاقتا كثافة التيار بالقيمة المطلقة بالشكل $j_y=j_p\cos\varphi_p+j_n\cos\varphi_n$ و $j_x=j_p\sin\varphi_p+j_n\sin\varphi_n$؛ استنتج العلاقتين اللتان تصفان كل من زاويتي انحراف كثافة تيار الإلكترونات وكثافة تيار الثقوب.

ثالثاً- أوجد علاقة زاوية الدّوران φ ثمَّ العلاقة العامة من أجل معامل هول، ماذا تستنتج؟.

بالتوفيق والنجاح

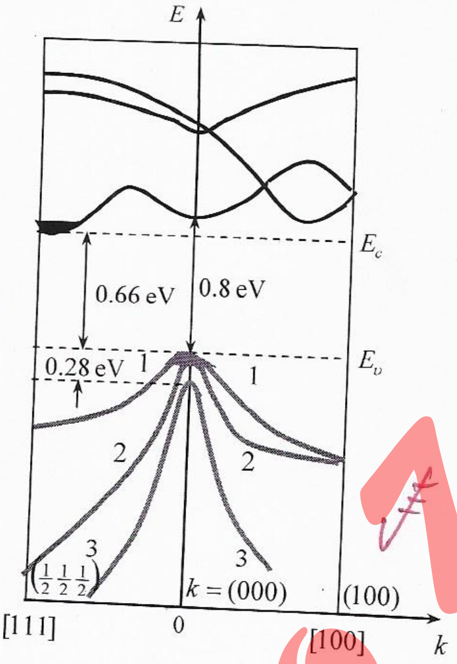
طرطوس في 2023/07/09

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

١ ٧
١٠
١ ٨
٩
٥
٤
٧
٤
١ ٤
٦٤ = ٥٩/٥

سلم تصحيح مقرر فيزياء أنصاف النواقل - الدورة الفصلية (2) - 2022 / 2023

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: (15 درجة)



بنية عصابة الطاقة لبلّورة الجرمانيوم

3

تحوي ذرة الجرمانيوم 32 إلكتروناً موزعاً على الحالات وفق الآتي:

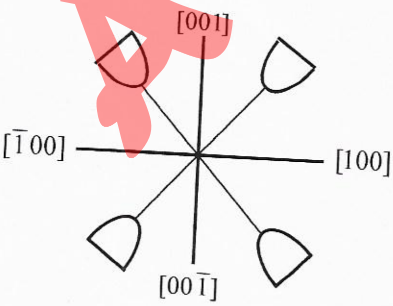
$$1s^2\,2s^2 2p^6\,3s^2 3p^6 3d^{10}\,4s^2 4p^2$$

يجدر بالذكر أن الحالات-p في الذرات تتصف بالتحلل الثلاثي (أي أن درجة انطباق الحالات-p تساوي 3). تتعيّن العصابات في الجرمانيوم، كما في السيلكون، بثلاث عصابات طاقة جزئية.

يوضح الشكل المجاور وجود ثلاثة منحنيات في عصابة الناقلية (في الجزء العلوي) وثلاثة منحنيات في عصابة التكافؤ (في الجزء السفلي) من أجل الجرمانيوم: تُلاحظ **النهاية الحدّيّة الدنيا المطلقة** في عصابة الناقلية عند تخوم منطقة بريلوان في الاتجاه [111].

ثمّ إن إحداثيات النهاية الحدّيّة الدنيا مقدرةً بوحدات الـ $2\pi/a$ ؛ تأخذ الشكل $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$. وسطح تساوي الطاقة هنا عبارة عن مجسّم قطع ناقص دوران بمحور تناظر ينطبق على الاتجاه البلّوري القطري [111].

ومن ثمّ توجد من أجل بلّورات الجرمانيوم **ثمان نهايات** حدّيّة دنيا متكافئة؛ ولكن بما أن هذه النهايات تقع على تخوم منطقة بريلوان، ونصيب منطقة بريلوان الأولى منها يكون فقط **نصف** من كل مجسّم قطع ناقص (مجسّم طاقة)، كما يوضح الشكل المجاور، فإنه توجد في الجرمانيوم ليس ثمان مجسّمات قطع ناقص، وإنما فقط **أربع مجسّمات** قطع ناقص كاملةً. وهذا يعني أن $M=4$ من أجل الجرمانيوم، ومن ثمّ الجرمانيوم، كما السيلكون، يُعدُّ نصف ناقل متعدد الأودية.



إن منحنيي عصابة التكافؤ 1 و 2 يملكان قمة مشتركة عند النقطة $k=0$ ، والمنحني 3 منزاح نحو الأسفل بمقدار $0.28\,\text{eV}$.

12

وبشكلٍ مشابهٍ للسيلكون، يجري تعيين سطوح تساوي الطاقة الكروية الوسطية للجرمانيوم؛ وبدقة أكثر، يجب هنا تطبيق التوسيط فقط من أجل الثقوب الثقيلة، لأن سطح تساوي الطاقة من أجل الثقوب الخفيفة كروي.

تبلغ قيم الكتل الفعّالة للثقوب في الجرمانيوم

$m_{p1}=0.34\,m$;

$m_{p2}=0.04\,m$;

$m_{p3}=0.08\,m$.

وعملياً، الثقوب الثقيلة في الجرمانيوم هي التي تُعيّن الناقلية الثقبية ثمّ إن $m_p \approx m_{pH}$.

تنويه: في حال تحدث الطالب عن الكتلة الفعّالة في بلورة الجرمانيوم بالشكل المذكور أعلاه يستحق علامة درجتين كما أنّ رسم أنصاف مجسمات القطع الناقص الدوراني يستحق علامة درجتين أيضاً.

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: 20 درجة

أولاً- عرّف درجة حرارة ديباي واكتب العلاقة الموافقة لها: (4 درجات)

درجة حرارة ديباي هي درجة حرارة **مميّزة** للجسم الصلب وعندها تتحرّض كل الفونونات الصوتية والضوئية **وتوافق** درجة الحرارة التي بانخفاضها اللاحق يُلاحظ انخفاض السعة الحرارية للجسم الصلب وتُعطى بنسبة الطاقة الحرارية إلى ثابت بولتزمان $\Theta_D = \hbar\omega_{\max} / k_B$ حيث التواتر الأعظمي للاهتزازات الصوتية الطولانية.

ثانياً- يُعطى التركيز الكلّي للفونونات الصوتية بالعلاقة $N_{ph} = \dfrac{3}{2\pi^2 \bar{\upsilon}_s^3}\left(\dfrac{k_B T}{\hbar}\right)^3 \displaystyle\int_0^{\Theta_D/T} \dfrac{x^2 dx}{(e^x - 1)}$ حيث $x = \hbar\omega / k_B T$،

والمطلوب دراسة علاقة التركيز هذه في درجات الحرارة المنخفضة ثمَّ في درجات الحرارة المرتفعة. ماذا تستنتج؟.

(4 درجات) في مجال في درجات الحرارة **المنخفضة**، تتحقق المتراجحة $T << \Theta_D$ وعندها يمكن استبدال الحد العلوي للتكامل في المعادلة المعطاة باللانهاية، فنحصل على المساواة

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(e^x - 1)} = \frac{\pi^2}{3} \qquad \text{ومن ثمَّ} \qquad N_{ph} = \frac{1}{2}\left(\frac{k_B}{\upsilon_s \hbar}\right)^3 T^3$$

ثانياً- (4 درجات) في مجال درجات الحرارة **المرتفعة**، تتحقق المتراجحة $T >> \Theta_D$ ومن ثمَّ $x << 1$، وعندها يمكن نشر المقدار e^x في سلسلة والاكتفاء بالحدين الأول والثاني من المنشور، فنحصل على المساواة

$$\int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \int_0^{\Theta_D/T} x dx = \frac{1}{2}\left(\frac{\Theta_D}{T}\right)^2,$$

وعندها تؤول العلاقة المعطاة إلى الشكل

$$N_{ph} = \frac{3\Theta_D^2}{4\pi^2}\left(\frac{k_B}{\hbar \upsilon_s}\right)^3 T.$$

بهذه الطريقة نجد، في درجات الحرارة المنخفضة، أن المقدار N_{ph} يتناسب **طردياً مع المرتبة الثالثة** لدرجة الحرارة، وفي درجات الحرارة المرتفعة، يتناسب خطِّياً مع درجة الحرارة.

بشكل مشابه، يمكن إجراء الحساب من أجل شبكات بلّورية معقدة التي من الممكن أن تتهيَّج فيها الاهتزازات الضوئية. وعندها، يؤخذ بالحسبان، أن الاهتزازات الضوئية تتهيَّج في درجات الحرارة المرتفعة نسبياً، طالما أن تواتراتها أكبر من تواتر الاهتزازات الصوتية. وفي الكثير من الحالات، يمكن عدّ تواتر الاهتزازات الضوئية **ثابتاً** في كامل مجال تغيّر العدد الموجي.

ثالثاً- ما هو الفارق بين الفونونات الصوتية والفونونات الضوئية ومتى تتحرَّض كل منها: (4 درجات)

الاهتزازات الصوتية تتوافر في البلّورات الحجمية ذات **شبكة برافيه** فقط والتي تحوي ذرة واحدة في الخلية الأولية، كما في حالة السلاسل الخطِّية (المتجانسة) البسيطة، أمَّا الاهتزازات الضوئية التي **تواتراتها ثابتة تقريباً** في منطقة بريلوان الأولى فتظهر في الشبكات الأكثر تعقيداً كتلك التي تمتلك البنية البلّورية الماسية نتيجة اهتزاز إحدى الشبكتين الجزئيتين على تعاكس بالطّور بالنسبة للشبكة الجزئية الأخرى كبلورة السيلكون والجرمانيوم.

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث (25 درجة)

7 **أولاً-** يأخذ شرط الاعتدال الكهربائي في درجة حرارة منخفضة نسبياً الشكل $n_0 = p_d$ ويعني أنَّ تركيز الإلكترونات في عصابة الناقلية يساوي تركيز المانحات المتأينة لمرة واحدة.

وعند درجة الحرارة الأعلى يزداد احتمال انتقال الإلكترونات عبر المنطقة المحظورة، ويمكن للشوائب أن تُستنفد، أي تتأين بأكملها. ولكن، في هذه الحالة يتحول نصف الناقل خارج مجال استنفاد الشوائب، من نصف ناقل إلكتروني إلى نصف ناقل ذاتي؛

وعندها، يُكتب شرط الاعتدال الكهربائي بالشكل: $n_0 = p_d + p_0$ ثمّ يُفترض تأين كل المانحات ، بحيث أن $p_d = N_d^+ = N_d$

9 **ثانياً-** تُحدِّدُ درجات الحرارة الأكثر انخفاضاً بالمتراجحة $\frac{8N_d}{N_c}\,\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}} >> 1$ حيث $\Delta E_d = E_c - E_d$

وعندها يمكن إهمال الواحد في العلاقة المعطاة في نص السؤال، في القوسين المتوسطين، فنحصل على العلاقة الآتية:

$$E_F = k_B T \ln\left(\frac{1}{4}\,\mathrm{e}^{\frac{E_d}{k_B T}}\sqrt{\frac{8N_d}{N_c}\,\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}}}\right);$$

$$E_F = k_B T\left(\ln\frac{1}{4} + \ln \mathrm{e}^{\frac{E_d}{k_B T}} + \ln\sqrt{\frac{8N_d}{N_c}\,\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}}}\right);$$

$$E_F = k_B T\left(\ln\frac{1}{4} + \frac{E_d}{k_B T} + \frac{1}{2}\left(\ln\frac{8N_d}{N_c} + \frac{E_c - E_d}{k_B T}\right)\right);$$

$$E_F = k_B T\left(\frac{2E_d}{2k_B T} + \frac{E_c - E_d}{2k_B T}\right) + \frac{k_B T}{2}\left(\ln\frac{8N_d}{N_c} + \ln\frac{1}{16}\right) = \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{k_B T}{2}\ln\frac{N_d}{2N_c}. \qquad (1)$$

المناقشة: تقع سوية فيرمي في درجة الصفر المطلق وفق العلاقة (1) في منتصف المسافة بين E_c و E_d؛

ومع ارتفاع درجة الحرارة يبدأ دور الكسر $N_d/2N_c$ يظهر وتبعاً لذلك تقترب سوية فيرمي E_F من قاع عصابة الناقلية E_c ثمَّ تَبتعد عنها لتصل إلى E_i مع ارتفاع درجة الحرارة واستنفاد المانحات.

3 **ثالثاً-** يمكن إيجاد التركيز المتوازن للإلكترونات، n_0، باستخدام علاقة سوية فيرمي الأخيرة (1) وفقاً للعلاقة الثانية المعطاة في نص السؤال. إذْ ينتج من العلاقتين الثانية و (1) علاقة n_0 الآتية:

$$n_0 = N_c \mathrm{e}^{-\frac{1}{k_B T}\left(E_c - \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{k_B T}{2}\ln\frac{N_d}{2N_c}\right)};$$

$$n_0 = N_c\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{k_B T}\left(\frac{E_c - E_d}{2}\right)}\mathrm{e}^{\left(\ln\frac{N_d}{2N_c}\right)} = n_0 = N_c\,\mathrm{e}^{-\frac{\Delta E_d}{2k_B T}}\sqrt{\frac{N_d}{2N_c}}; \qquad (2)$$

$$n_0 = \sqrt{\frac{N_c N_d}{2}}\,\mathrm{e}^{-\frac{\Delta E_d}{2k_B T}}.$$

7 **رابعاً-** يُعبّر عن معيار الحدَّ العلوي لدرجات الحرارة المنخفضة بالمتراجحة ~~(3)~~ $\frac{8N_d}{N_c}\,\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}} << 1$

وباستخدام منشور الجذر التربيعي في سلسلةٍ، عندما $\alpha << 1$، نجد:

$$\sqrt{1+\alpha} = 1 + \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^2}{8} + \dots \qquad (4)$$

وبالاكتفاء بالحدَّين الأول والثاني من المنشور الناتج، نستطيع كتابة العلاقة الآتية:

$$\sqrt{1+\frac{8N_d}{N_c}\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}}} = 1+\frac{8N_d}{2N_c}\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}}$$

$$E_F = E_d + k_BT\ \ln\left(\frac{1}{4}\frac{4N_d}{N_c}\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}}\right) = E_d + k_BT\ \ln\left(\frac{N_d}{N_c}\right) + E_c - E_d\ .$$

$$E_F = E_c + k_BT\ \ln\frac{N_d}{N_c}. \qquad (5)$$

وبالتعويض (5) عن في (4) نحصل على المساواة الآتية:

$$n_0 = N_c\mathrm{e}^{-\frac{E_c-E_F}{k_BT}} = N_c\ \mathrm{e}^{-\frac{E_c}{k_BT}}\mathrm{e}^{\frac{1}{k_BT}\left(E_c+k_BT\ln\frac{N_d}{N_c}\right)} = N_c\frac{N_d}{N_c} = N_d$$

بهذه الطريقة، نجد أن تركيز الإلكترونات الحرة، n_0، عند تحقق المعيار (3)، لا يتعلق بدرجة الحرارة ويساوي تركيز الشوائب؛ وهذا ما يوافق مجال استنفاد الشوائب التي تبدو متأينة بشكلٍ كاملٍ.

توزيع الدرجات على جواب السؤال الرابع (30 درجة)

إنّ الكثافة الكليّة للتيار $\vec{j}$ هي **مجموعٌ متجهةٌ** لكثافتي التيار الثقبي $\vec{j}_p$ والتيار الإلكتروني $\vec{j}_n$ **ويُشكِّل** زاوية دوران φ مع اتجاه الحقل الكهربائي الخارجي المطبق، $\vec{E}$، والمسؤول عن انسياق حاملات الشحنة، ثمَّ إنَّ زاوية الدوران تكون صغيرة لضعف قيمة الحقل المطبق، مما يسمح لنا بكتابة العلاقة الآتية:

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p$$

وحسب الشكل المعطى يكون لدينا علاقة ظل زاوية (صغيرة) φ من الشكل:

$$\tan\varphi = \frac{j_x}{j_y} \cong \varphi,$$

حيث j_x و j_y مسقطا متجه التيار الكلي على المحورين x و y على الترتيب.

5

ومن ثمَّ يمكننا كتابة علاقة مركبة كثافة التيار j_y الآتية:

$$j_y = j_p \cos\varphi_p + j_n \cos\varphi_n = e\left(p\mu_p + n\mu_n\right)\mathrm{E} \equiv \sigma\,\mathrm{E}, \qquad (1)$$

حيث أن $\cos\varphi_p = \cos\varphi_n = 1$ لأن الزاويتين φ_p و φ_n صغيرتان، لكونهما تُدرسان في حالة الحقول المغنطيسية الضعيفة $\vec{B}$.

ومركبة كثافة التيار j_x تُكتب بالشكل:

$$j_x = j_p \sin\varphi_p + j_n \sin\varphi_n = j_p\varphi_p + j_n\varphi_n, \qquad (2)$$

حيث أن $\sin\varphi_p = \varphi_p$ و $\sin\varphi_n = \varphi_n$، وذلك بحكم صِغر الزاويتين φ_p و φ_n. يمكن التعبير عن هاتين الزاويتين من المخططين المتجهين الموضحين في الشكل المعطى؛ فالرسم حالة التوازن الديناميكي وبلوغ حقل هول قيمة مستقرة. إذن، لدينا:

6

$$(3) \qquad \tan\varphi_p = \frac{\mathrm{E}_{xp}}{\mathrm{E}} = \frac{\mathrm{E}_{xp}}{j_p / ep\mu_p} \cong \varphi_p; \qquad \text{و} \qquad \tan\varphi_n = \frac{\mathrm{E}_{xn}}{\mathrm{E}} = \frac{\mathrm{E}_{xn}}{j_n / en\mu_n} \cong \varphi_n. \qquad (4)$$

كما يمكن الاستفادة من المعادلة (1) والتعبير عن الحقل E وفق الآتي:

$$(5) \qquad \mathrm{E} = \frac{j_n}{\sigma_n} = \frac{j_n}{en\mu_p}; \qquad \text{و} \qquad \mathrm{E} = \frac{j_p}{\sigma_p} = \frac{j_p}{ep\mu_p}. \qquad (6)$$

وتبعاً لمفعول هول نستطيع كتابة العلاقتين الآتيتين من أجل نصف الناقل المدروس:

$$(7) \qquad \mathrm{E}_{xp} = \frac{A}{ep}\frac{I_p B}{ab} = \frac{A}{ep} j_p B; \qquad \text{و} \qquad \mathrm{E}_{xn} = -\frac{A}{en}\frac{I_n B}{ab} = -\frac{A}{en} j_n B. \qquad (8)$$

وبالتعويض عن المعادلات (8)-(5) في جملة المعادلتين (3) و (4) نجد أن:

$$(9) \qquad \varphi_p = \frac{\mathrm{E}_{xp}}{\mathrm{E}} = \frac{A}{ep}\frac{j_p B}{\dfrac{j_p}{ep\mu_p}} = A\mu_p B; \qquad \text{و} \qquad \varphi_n = \frac{\mathrm{E}_{xn}}{\mathrm{E}} = -\frac{A}{en}\frac{j_n B}{\dfrac{j_n}{en\mu_n}} = -A\mu_n B. \qquad (10)$$

ولإيجاد زاوية الدوران الكليّة، φ، نعوض عن العلاقتين (9) و (10) في العلاقتين (1) و (2) على الترتيب، حيث نجد أن:

$$j_x = j_p\left(A\mu_p B\right) + j_n\left(-A\mu_n B\right) = ep\mu_p\mathrm{E}\left(A\mu_p B\right) + en\mu_n\mathrm{E}\left(-A\mu_n B\right)$$

ومن ثمَّ

$$j_x = eA\left(p\mu_p^2 - n\mu_n^2\right)\mathrm{E}\,B, \qquad (11)$$

10

ومن ثمَّ نعوض العلاقتين (1) و(11) في علاقة دوران φ، فنجد:

$$\varphi=\frac{j_x}{j_y}=\frac{eA\left(p\mu_p^2-n\mu_n^2\right)\mathrm{E}\,B}{e\left(p\mu_p+n\mu_n\right)\mathrm{E}}=A\frac{p\mu_p^2-n\mu_n^2}{p\mu_p+n\mu_n}B. \qquad (12)$$

ومن جهة أخرى، يمكننا استناداً للعلاقة (9) كتابة المساواة الآتية:

$$\varphi_p=R_{xp}\sigma_p B. \qquad (13)$$

وبشكل مشابه يمكننا كتابة علاقة من أجل زاوية الدوران φ: $\varphi=R_x\sigma B\equiv R_x e\left(p\mu_p+n\mu_n\right)B.$

ومن ثمَّ

$$\varphi=R_x\sigma B, \qquad (14)$$

وبمقارنة العلاقتين (12) و(14) مع بعضهما البعض نجد أن:

$$R_x=\frac{A}{e\left(p\mu_p+n\mu_n\right)}\frac{p\mu_p^2-n\mu_n^2}{\left(p\mu_p+n\mu_n\right)}.$$

ومن ثمَّ

$$\boxed{R_x=\frac{A}{e}\frac{p\mu_p^2-n\mu_n^2}{\left(p\mu_p+n\mu_n\right)^2}}.$$

وهو معامل هول المطلوب حيث نجد أنَّه يتناسب مع التراكيز الإلكترونية والثقبية وحركيّاتها الموافقة وتبعاً لذلك يمكن أن تكون إشارة المعامل موجبة أو سالبة.

9

أ. د. ... سليمان

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الفيزياء	**امتحان مقرر فيزياء أنصاف النواقل** لطلاب السنة **الرابعة** فيزياء للعام الدراسي 2022-2023/الدورة الامتحانية **الأولى**	الاسم: المدة: **ساعتان** العلامة القصوى: **90** درجة

السؤال الأول: (35 درجة)

I. تعطى علاقة سوية فيرمي في أنصاف النواقل اللامتحللة والحاوية **مانحات** بالشكل $E_F = E_d + k_B T \ln\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+\frac{8N_d}{N_c}\,e^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}}}-1\right)\right]$ ،

والمطلوب: **أولاً-** كتابة شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة **المنخفضة** نسبياً مع ذكر مدلول الرموز ثمَّ اشرح ماذا يحدث في نصف الناقل في درجات الحرارة الأعلى منها واكتب الشكل الذي يؤول إليه شرط الاعتدال الكهربائي.

ثانياً- إيجاد علاقة فيرمي انطلاقاً من العلاقة المعطاة في درجات الحرارة **الأكثر انخفاضاً** مع مناقشة ما يلزم.

ثالثاً- إيجاد علاقة تركيز الحاملات الأساسية للإلكترونات، n_0 ، استناداً إلى علاقة فيرمي التي حصلت عليها في الطلب السابق.

رابعاً- إيجاد علاقة فيرمي من أجل **الحد العلوي** لدرجات الحرارة المنخفضة ثمَّ شرط الاعتدال الكهربائي الموافق. ماذا تستنتج؟.

II. تعطى في أنصاف النواقل اللامتحللة والحاوية مانحات في درجات الحرارة المرتفعة العلاقتان: $n_0 = \frac{N_d}{2}\left(1+\sqrt{1+\frac{4n_i^2}{N_d^2}}\right)$

و $E_F = E_c + k_B T \ln\left[\frac{N_d}{2N_c}\left(1+\sqrt{1+\frac{4n_i^2}{N_d^2}}\right)\right]$ ، والمطلوب: **أولاً-** كتابة شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة المرتفعة.

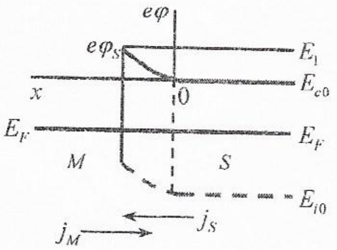
ثانياً- دراسة العلاقتين من أجل حالتين حديتين بدلالة n_i **فقط** مع شرح المعنى الفيزيائي.

10

السؤال الثاني: (20 درجة)

6 **أولاً-** اشرح الظواهر الكهرحرارية الآتية: مفعول سيبك- مفعول بيلتيه- مفعول طومسون. **ثانياً-** اذكر أهمية كلٍ من المفاعيل الثلاثة المذكورة في الطلب السابق في أنصاف النواقل و الفلزات (المعادن) بالتفصيل. 4 **ثالثاً-** اشرح مفهوم الفونون.

السؤال الثالث: (35 درجة)



إحدى نظريات التقويم في وصلة نصف ناقل- فلز (معدن)، هي **النظرية الديودية** التي تُطبق في حالة الطبقات المقفلة **الرقيقة**، حيث ارتفاع الحاجز الذي يقف عائقاً أمام الإلكترونات الممكن انتقالها من الحد الداخلي للطبقة المقفلة باتجاه الفلز، يساوي $E_1 - E_{c0} = e(V_c - V) = e\varphi_s$ ، كما يظهر في الشكل المجاور، ثمَّ إنَّ الإلكترونات المتحركة من الفلز باتجاه نصف الناقل يجب أن تتجاوز حاجزاً مقداره $E_1 - E_{FM}$. والمطلوب: **أولاً-** متى يُقال عن الطبقة المقفلة أنَّها رقيقة؟ ثمَّ اذكر لماذا سُميّت هذه النظرية بالنظرية الديودية؟. **ثانياً-** إذا علمت أنَّه يمكن تعيين كثافة تيار الإلكترونات العابرة بسرعة υ_x وفق المحور-x، من منطقة نصف الناقل **غير المتحلل** إلى الفلز، $\vec{j}_S$ ، من أجل طبقة مقفلة رقيقة؛ ككثافة تيار إصدار حراري إلكتروني، فاكتب الشرط الموافق لذلك. **ثالثاً-** اكتب علاقة الطاقة الحركية للإلكترونات الواقعة خلف حدود الطبقة المقفلة وعند حدّها الداخلي ثمَّ علاقة الطاقة الكليّة. **رابعاً-** اكتب المتراجحات الموافقة لاندفاع الإلكترونات من أجل الاتجاهات x و y و z. **خامساً-** اذا علمت أنَّ كثافة تدفق الإلكترونات عند السطح الداخلي للطبقة المقفلة تُعطى بالعلاقة $dN_x = \upsilon_x dn = \frac{p_x}{m_n}\cdot\frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3}\,2\exp\left(-\frac{E-E_F}{k_B T}\right)$ (حيث $dn = dz\, 2 f_F$ تركيز الإلكترونات الموافق)، فاستنتج علاقتي كثافة التيار المتدفق من نصف الناقل إلى الفلز، j_S ، وكثافة التيار المتدفق من الفلز إلى نصف الناقل، j_M ، ثمَّ علاقة كثافة التيار الكلّي مع شرح ما يلزم. ماذا تستنتج؟.

تمنياتي لطلابنا الأعزاء التوفيق والنجاح

طرطوس في 2023/01/31

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

سلم توزيع الدرجات على أجوبة امتحان مقرر أنصاف النواقل للدورة الفصلية الأولى 2023/2022

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: 35 درجة

I. أولاً– شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة **المنخفضة:**

6

في درجة حرارة منخفضة نسبياً، يكون شرط الاعتدال الكهربائي من الشكل $n_0 = p_d$

وفي درجة حرارة أعلى من سابقتها، يرتفع احتمال انتقال الإلكترونات عبر المنطقة المحظورة، والشوائب عندها، يمكن أن تُستنفد، أي تتأين بأكملها. ولكن، في مثل هذه الحالة يتحول نصف الناقل خارج مجال استنفاد الشوائب، من نصف ناقل إلكتروني إلى نصف ناقل ذاتي؛

وعندها، يُكتب شرط الاعتدال الكهربائي بالشكل $n_0 = p_d + p_0$

ثمّ يُفترض أن كل المانحات متأينة، بحيث أن $p_d = N_d^+ = N_d$

التركيز ~~المتوازن للثقوب الحرة~~ يساوي تركيز ~~الإلكترونات الموجودة في السويات الآخذة،~~ $\cancel{p_0 = n_a}$.

ثانياً– استنتاج علاقة فيرمي انطلاقاً من العلاقة المعطاة في درجات الحرارة **الأكثر انخفاضاً:**

7

تتحقق في هذا المجال الحراري المتراجعة الآتية: $\boxed{\dfrac{8N_d}{N_c}\,\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}} >> 1.}$

وعندها يمكن إهمال الواحد الواقع تحت الجذر التربيعي في القوسين المتوسطين في العلاقة المعطاة في نص السؤال فنحصل على ما يأتي:

$$E_F = k_BT\ln\left(\frac{8N_d}{16N_c}\,\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}}\right)^{1/2} = k_BT\left(\frac{E_d}{k_BT}+\frac{1}{2}\frac{\Delta E_d}{k_BT}\ln\frac{N_d}{2N_c}\right) = E_d + \frac{1}{2}(E_c - E_d)\ln\frac{N_d}{2N_c},$$

حيث $\boxed{E_F = \dfrac{E_c + E_d}{2} + \dfrac{k_BT}{2}\ln\dfrac{N_d}{2N_c}.}$ $\Delta E_d = E_d - E_c$ طاقة تأيّن الذرة المانحة.

ثالثاً–

5

$$n_0 = N_c\mathrm{e}^{-\frac{1}{k_BT}\left(E_c - \frac{E_c+E_d}{2}+\frac{k_BT}{2}\ln\frac{N_d}{2N_c}\right)};$$

$$n_0 = N_c\ \mathrm{e}^{-\frac{1}{k_BT}\left(\frac{E_c - E_d}{2}\right)}\mathrm{e}^{\frac{1}{2}\left(\ln\frac{N_d}{2N_c}\right)} = N_c\ \mathrm{e}^{-\frac{1}{k_BT}\left(\frac{E_c - E_d}{2}\right)}\mathrm{e}^{\ln\left(\frac{N_d}{2N_c}\right)^{1/2}} = N_c\ \mathrm{e}^{-\frac{\Delta E_d}{2k_BT}}\sqrt{\frac{N_d}{2N_c}},$$

$$= \sqrt{\frac{N_cN_d}{2}}\ \mathrm{e}^{-\frac{\Delta E_d}{2k_BT}}$$

رابعاً– بتعيين الحدّ العلوي لدرجات الحرارة المنخفضة وفقاً للشرط $\dfrac{8N_d}{N_c}\,\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}} << 1.$

10

يوافق هذا المعيار **الحدّ العلوي لدرجات الحرارة المنخفضة.**

باستخدام منشور الجذر التربيعي في سلسلةٍ، عندما $\alpha << 1$، نجد: $\sqrt{1+\alpha} = 1 + \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{8}\alpha^2 + \cdots$

وبالاكتفاء بالحدَّين الأول والثاني من المنشور الناتج، نستطيع إعادة كتابة العلاقة الأخيرة بالشكل الآتي:

$$E_F = E_d + k_B T \ln\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+\frac{8N_d}{N_c}\,e^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}}}-1\right)\right] \cong E_d + k_B T \ln\frac{1}{4}\left(1+\frac{4N_d}{N_c}\,e^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}}-1\right)$$

$$= E_d + k_B T \ln\left(\frac{N_d}{N_c}\,e^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}}\right) = E_d + k_B T\left(\ln\frac{N_d}{N_c}+\frac{\Delta E_d}{k_B T}\right) = E_d + k_B T \ln\frac{N_d}{N_c} + \Delta E_d .$$

ومن ثمَّ:

$$\boxed{E_F = E_c + k_B T \ln\frac{N_d}{N_c}.}$$

وبوضع العلاقة الأخيرة في العلاقة $n_0 = N_c\, e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}$ ، نحصل على المساواة الآتية:

$$n_0 = N_c\, e^{-\frac{E_c}{k_B T}}\, e^{\frac{E_F}{k_B T}} = N_c\, e^{-\frac{E_c}{k_B T}}\, e^{\frac{E_c + k_B T \ln(N_d/N_c)}{k_B T}} = N_c\, e^{\ln(N_d/N_c)} = N_c \frac{N_d}{N_c}.$$

ومن ثمَّ:

$$\boxed{n_0 = N_d.}$$

بهذه الطريقة، نجد أن تركيز الإلكترونات الحرة، n_0 ، عند تحقق المتراجحة المذكورة أعلاه ، لا يتعلق بدرجة الحرارة ويساوي لتركيز الشوائب؛ وهذا ما يوافق مجال استنفاد الشوائب التي تبدو متأينة بشكل كامل.

نلاحظ أن تركيز الحاملات غير الأساسية للشحنة (الثقوب)، في مجال استنفاد الشوائب، سيزداد أُسِّياً بارتفاع درجة الحرارة، طالما أن قانون الكتل الفعَّالة ما زال محققاً:

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{N_c N_\upsilon}{N_d}\, e^{-\frac{\Delta E_0}{k_B T}} .$$

إن المعادلة الأخيرة تبقى محققة، طالما بقي تركيز الثقوب أقل بكثير من تركيز الإلكترونات: $p_0 << n_0 = N_d^+ = N_d$.

بتعبير آخر ، تنشأ الثقوب نتيجة لتنشيطها عبر المنطقة المحظورة، ومن الممكن عدم احتساب تغيّرات التركيز n_0 ، فقط لأن هذه الثقوب قليلة.

II. أولاً- كتابة شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة **المرتفعة**: $\boxed{n_0 = p_0 + N_d}$

7

يفرض هنا أن $N_d = N_d^+ = p_d$ ، أي تُعدُّ كل المانحات متأينة.

ثانياً- دراسة العلاقتين من أجل حالتين حديتيَن مع شرح المعنى الفيزيائي.

تكمن الحالة **الحدية الأولى** في تحقق المتراجحة $4n_i^2 / N_d^2 << 1$ التي توافق مجال درجات **الحرارة الوسطية**، وبدقة أكثر ، مجال **استنفاد** الشوائب المانحة، حيث نحصل على العلاقتين الآتيتين:

$\boxed{E_F = E_c + k_B T \ln(N_d / N_c)}$ و $\boxed{n_0 = N_d .}$

بهذه الطريقة، نجد أن درجات الحرارة المنخفضة والمرتفعة، تتقطع في مجال استنفاد الشوائب.

تكمن الحالة **الحدية الثانية** في تحقق المتراجحة $4n_i^2 / N_d^2 >> 1$

$$E_F = E_c + k_B T \ln(n_i / N_c).$$

أو على العلاقة

$$\boxed{E_F = \frac{E_c + E_\upsilon}{2} + \frac{k_B T}{2}\ln\frac{N_\upsilon}{N_c}.}$$

وهي علاقة تتطابق مع العلاقة الموافقة لحالة نصف ناقل ذاتي.

توزيع الدرجات على جواب **السؤال الثاني**: (20 درجة)

6

أولاً- تكمن ظاهرة **سيبك** في نشوء **قوة دافعة كهراحرارية**، في دارة مؤلفة من جسمين صلبين مختلفين، لدى وجود فارق حراري في نقاط اتصالهما.

وظاهرة **بيلتيه** تكمن **في تسخين أو تبريد** وصلة التحام مادتين عند جريان **تيار مستمر** فيها. وهذا المفعول لا يتعلق بنشر حرارة لنز- جول، أي أن لهذه الظاهرة طبيعة مختلفة عن ذلك.

أمّا ظاهرة **طومسون** فتكمن **في نشر أو امتصاص** كمية من الحرارة تُضاف إلى حرارة لنز- جول عند جريان تيار مستمر في نصف ناقل متجانس، يتوافر فيه تدرجّ حراريّ.

5

- تُرصد ظاهرتا سيبك وبيلتيه عادةً في المعادن،
- إلاّ أنهما جليّتان في أكثر في أنصاف النواقل؛

فمثلاً يمكن لقيم معطيات هاتين الظاهرتين في أنصاف النواقل أن تفوق مثيلاتها بعدة مراتب في المعادن.

- ولهذا السبب تجد هاتان الظاهرتان تطبيقاً عملياً واسعاً في أنصاف النواقل.

إذْ يمكن على وجه الخصوص، استعمال الأزواج نصف الناقلة التي تتصف بقوة دافعة كهراحرارية كبيرة؛ كمنابع تغذية كهربائية.

كما يمكن تطبيق ظاهرة بيلتيه في أجهزة التبريد.

5

ولظاهرة طومسون أهمية نظرية في المقام الأول:

- فالتدرج الحراري يكوّن تدرُجاً في التركيز ومن ثمَ تياراً انتشارياً موافقاً له.
- وبنتيجة هذا الانتقال الانتشاري تنشأ شحنات حجمية على طول نصف الناقل.

فإذا كان حقل الشحنات الحجمية موجّهاً باتجاه معاكس لاتجاه الحقل الخارجي، فإن هذا الأخير يُمارسُ عملاً ضد الحقل الداخلي وتنتشر كمية حرارة إضافية في نصف الناقل.

وعند تطابق اتجاه الحقلين يُنجز الحقل الداخلي جزءاً من العمل، يُستهلكُ في تشكُلِ انسياقٍ لحاملات الشحنة الكهربائية، ما يتحقق في نهاية المطاف على حساب الطاقة الحرارية لنصف الناقل، مما يؤدي إلى تبريده.

4

مفهوم الفونون: هو شبه جسيم لا يوجد إلاّ في البلّورة وهو كم اهتزازات الشبكة البلّورية الحرارية وهو نوعان صوتي وضوئي؛ فعند انتقاله من مستوى طاقة أدنى إلى مستوى طاقة أعلى يعني ولادة فونون وبالعكس عند انتقاله من مستوى طاقة أعلى إلى مستوى طاقة أدنى فيعني فناء فونون.

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: 35 درجة

3 **أولاً**- يُقال عن الطبقة المقفلة أنّها رقيقة عندما لا **تتجاوز سماكتها** طول المسار الحر الوسطي لحاملات الشحنة.

وسُميّت هذه النظرية بالنظرية الديودية لأن الطبقة المقفلة **تشبه** فجوة الخلاء التي تفصل بين الفلزات أو **الفاصل الخلائي** بين مسريي مصباح إلكتروني (ديود).

2 **ثانياً**- الشرط الموافق هو: $d_n \le \bar{l}$، وبما أن $\frac{1}{2} m_n \upsilon_x^2 = \frac{p_x^2}{2m} \ge e\left(V_c - V\right)$ ؛ **فإن هذه الإلكترونات تستطيع عبور هذه الطبقة من دون تبعثر** وتصل إلى الفلز، ومن ثمَّ يدور الحديث هنا عن الإلكترونات المتحركة باتجاه المحور x والتي من أجلها $E \ge E_1$.

6 **ثالثاً**- اكتب علاقة الطاقة الحركية للإلكترونات الواقعة خلف حدود الطبقة المقفلة وعند حدّها الداخلي ثمّ علاقة الطاقة الكليّة.

$$E = E_{ken} = \frac{p_x^2}{2m_n} + \frac{p_y^2}{2m_n} + \frac{p_z^2}{2m_n} .$$

وفي الطبقة المقفلة، يكون لدينا العلاقة الآتية من أجل قيم مختلفة للموضع x:

$$E - E_{c0} = E_{ken}(x) + U(x)$$

أو العلاقة الآتية إذا أخذنا بالحسبان، $E_{c0} = 0$:

$$E = E_{ken}(x) + e\varphi(x)$$

ومن أجل السطح الفاصل بين نصف الناقل والفلز، نستطيع كتابة العلاقتين الآتيتين:

$$E = E_{ken} + e\varphi_s \quad \text{و} \quad E_1 = e\varphi_s$$

3 **رابعاً**- المتراجحات الموافقة لاندفاع الإلكترونات من أجل الاتجاهات x و y و z هي:

$$\sqrt{2m_n e\left(V_c - V\right)} \le p_x \le \infty \quad \text{و} \quad -\infty \le p_y \le \infty \quad \text{و} \quad -\infty \le p_z \le \infty$$

21 **خامساً**- بما أنَّ $dN_x = \upsilon_x dn = \frac{p_x}{m_n} \cdot \frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3} 2e^{-\frac{E - E_F}{k_B T}}$، حيث $dn = dz\, 2 f_F$ تركيز الإلكترونات الموافق وباعتبار نصف الناقل في هذه الدراسة **غير متحلل** و $p_x = m_n \upsilon_x$.

تساوي **كثافة التيار المتدفق** من نصف الناقل إلى الفلز:

$$j_S = e N_x . \qquad (1)$$

1

إذن، **مسألة تعيين** j_S **تقودنا إلى إيجاد تكامل** المعادلة المعطاة في نص السؤال في حدود المتراجحات المذكورة أعلاه. فإذا أخذنا بالحسبان أنَّ $E = \frac{p_x^2}{2m_n} + \frac{p_y^2}{2m_n} + \frac{p_z^2}{2m_n}$ ، نجد:

$$N_x = \frac{2e^{\frac{E_F}{k_B T}}}{h^3} \int_{\sqrt{2m_n e(V_c - V)}}^{+\infty} \frac{p_x}{m_n} e^{-\frac{p_x^2}{2m_n k_B T}} dp_x \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{p_y^2}{2m_n k_B T}} dp_y \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{p_z^2}{2m_n k_B T}} dp_z . \qquad 3$$

وبعد إجراء عملية التكامل والاستفادة من المساواة: $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\pi / a}$ 1

نحصل على المعادلة الآتية: 2

$$N_x = \frac{2e^{E_F/k_B T}}{h^3} \frac{1}{2m_n} \left[-2m_n k_B T \left(e^{-\infty} - e^{\frac{2m_n e(V_c - V)}{2m_n k_B T}} \right) \right] \left(2m_n k_B T \pi \right) \Big]$$

$$\Longrightarrow \quad N_x = \frac{4\pi m_n k_B^2}{h^3} T^2 e^{\frac{E_F}{k_B T}} e^{-\frac{e(V_c - V)}{k_B T}} . \qquad (2) \quad 2$$

بإدخال رمز السرعة الحرارية الوسطية للإلكترونات: $\upsilon_T = \sqrt{\dfrac{8k_BT}{\pi m_n}}$ في العلاقة (2) والأخذ بالحسبان علاقة التركيز المتوازن للإلكترونات، n_0 الآتية، و $E_{c0} = 0$:

$$n_0 = N_c\, \mathrm{e}^{\frac{E_F}{k_BT}} = \frac{2\left(2\pi\, m_n k_B T\right)^{3/2}}{h^3}\, \mathrm{e}^{\frac{E_F}{k_BT}}$$

يمكن كتابة علاقة كثافة التيار المتدفق **من نصف الناقل إلى الفلز**، j_S ، أي المعادلة (1)، بالشكل الآتي:

$$j_S = e\, N_x = \frac{1}{4}\, e\, \upsilon_T\; n_0\; \mathrm{e}^{-\frac{eV_c}{k_BT}}\; \mathrm{e}^{\frac{eV}{k_BT}}\ .$$

ولإيجاد كثافة التيار المتدفق **من الفلز إلى نصف الناقل**، j_M ، نعدُّ في شروط التوازن، أن $j_M = j_S$ ، أي عندما $V = 0$، ومن ثمَّ

$$j_M = \frac{1}{4}\, e\, \upsilon_T\; n_0\; \mathrm{e}^{-\frac{eV_c}{k_BT}}\ .$$

ومنه، نحصل على علاقة كثافة التيار الكليّ الذي يمر من الوصلة المدروسة:

$$j = j_S - j_M = \frac{1}{4}\, e\, \upsilon_T\; n_0\; \mathrm{e}^{-\frac{eV_c}{k_BT}} \left(\mathrm{e}^{\frac{eV}{k_BT}} - 1 \right).$$

نرمز للمقدار الواقع أمام القوسين بالرمز j_{sat} ، حيث

$$j_{sat} = \frac{1}{4}\, e\, \upsilon_T\; n_0\; \mathrm{e}^{-\frac{eV_c}{k_BT}} = \frac{1}{4}\, e\, \upsilon_T\; n_s$$

يسمى هذا المقدار **بكثافة تيار الإشباع.**

وفي درجة الحرارة المعطاة، يكون المقدار j_{sat} ثابتاً من أجل وصلة محدودة مؤلفة من نصف ناقل– فلز . ثم إن الكميّة n_s تُمثِّل تركيز الإلكترونات عند سطح نصف الناقل في شروط التوازن، أي عندما $V = 0$، ومن ثمَّ يكون لدينا العلاقة النهائية الآتية:

$$j = j_{sat} \left(\mathrm{e}^{\frac{eV}{k_BT}} - 1 \right)$$

وهي علاقة الصفة المميزة لوصلة نصف ناقل – فلز ؛ تيار الإشباع فيها يتعلق بالسرعة الحرارية ومستقل عن الجهد الخارجي.

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

٢

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل**
لطلاب السنة **الرابعة** فيزياء
للعام الدراسي 2021-2022/**الدورة الامتحانية التكميلية**

الاسم:
المدة: **ساعتان**
العلامة القصوى: **90** درجة

السؤال الأول: (35 درجة)

I. تعطى علاقة مستوى فيرمي في نصف ناقل لامتحلل ويحوي شوائب مانحة بالشكل $E_F = E_d + k_B T \ln\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+\frac{8N_d}{N_c}\,e^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}}}-1\right)\right]$ ،

والمطلوب: أولاً– اشرح شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة المنخفضة نسبياً مع ذكر مدلول الرموز ثمَّ اشرح ماذا يحدث في نصف الناقل في درجات الحرارة الأعلى منها واكتب الشكل الذي يؤول إليه شرط الاعتدال الكهربائي. **ثانياً**– أوجد علاقة مستوى فيرمي انطلاقاً من العلاقة المعطاة في درجات الحرارة الأكثر انخفاضاً مع شرح ومناقشة ما يلزم. **ثالثاً**– أوجد علاقة تركيز الحاملات الأساسية للإلكترونات، n_0، استناداً إلى علاقة فيرمي التي حصلت عليها في الطلب السابق. **رابعاً**– أوجد علاقة فيرمي من أجل الحدّ العلوي لدرجات الحرارة المنخفضة ثمَّ شرط الاعتدال الكهربائي الموافق. ماذا تستنتج؟

II. تعطى في أنصاف النواقل غير المتحللة والحاوية شوائب مانحة في درجات الحرارة المرتفعة العلاقتان: $n_0 = \frac{N_d}{2}\left(1+\sqrt{1+\frac{4n_i^2}{N_d^2}}\right)$

و $E_F = E_c + k_B T \ln\left[\frac{N_d}{2N_c}\left(1+\sqrt{1+\frac{4n_i^2}{N_d^2}}\right)\right]$ ، **والمطلوب: أولاً**– اكتب شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة المرتفعة.

ثانياً– ادرس العلاقتين من أجل حالتين حديتين بدلالة التركيز الذاتي فقط مع شرح المعنى الفيزيائي.

السؤال الثاني: (20 درجة)

أولاً– اشرح الظواهر الكهراحرارية الآتية: مفعول سيبك– مفعول بيلتيه– مفعول طومسون. **ثانياً**– اذكر أهمية كلٍ من المفاعيل الثلاثة المذكورة في الطلب السابق في أنصاف النواقل والفلزات بالتفصيل. **ثالثاً**– عرّف الفونون.

السؤال الثالث: (35 درجة)

إحدى نظريات التقويم في وصلة نصف ناقل– فلز، هي النظرية الديودية التي تُطبق في حالة الطبقات المقفلة الرقيقة، حيث ارتفاع الحاجز الذي يقف عائقاً أمام الإلكترونات الممكن انتقالها من الحد الداخلي للطبقة المقفلة باتجاه الفلز، يساوي $E_1 - E_{c0} = e(V_c - V) = e\varphi_s$ ، ثمَّ إنَّ الإلكترونات المتحركة من الفلز باتجاه نصف الناقل يجب أن تتجاوز حاجزاً مقداره $E_1 - E_{FM}$. والمطلوب:

أولاً– ارسم مخطط عصابات الطاقة الموافق للوصف السابق بشكلٍ مبسطٍ مع وضع الرموز المناسبة عليه.

ثانياً– وضّح متى يُقال عن الطبقة المقفلة أنَّها رقيقة ثمَّ اذكر لماذا سُميّت النظرية الديودية بهذا الإسم.

ثالثاً– إذا علمت أنَّه يمكن تعيين كثافة تيار الإلكترونات العابرة بسرعة υ_x وفق المحور-x، من منطقة نصف الناقل اللامتحلل إلى الفلز، $\vec{j}_S$ ، من أجل طبقة مقفلة رقيقة؛ ككثافة تيار إصدار حراري إلكتروني، فاكتب الشرط الموافق لذلك. **رابعاً**– اكتب علاقة الطاقة الحركية للإلكترونات الواقعة خلف حدود الطبقة المقفلة وعند حدّها الداخلي ثمَّ علاقة الطاقة الكليّة. **خامساً**– اكتب المتراجحات الموافقة لاندفاع الإلكترونات من أجل الاتجاهات x و y و z. **سادساً**– اذا علمت أنَّ كثافة تدفق الإلكترونات عند السطح الداخلي للطبقة المقفلة تُعطى بالعلاقة $dN_x = \upsilon_x dn = \frac{p_x}{m_n}\cdot\frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3}\,2\exp\left(-\frac{E-E_F}{k_B T}\right)$ (حيث $dn = dz\,2f_F$ تركيز الإلكترونات الموافق)، فاستنتج علاقتي كثافة التيار المتدفق من نصف الناقل إلى الفلز، j_S ، وكثافة التيار المتدفق من الفلز إلى نصف الناقل، j_M ، ثمَّ علاقة كثافة التيار الكلّي مع شرح ما يلزم. ماذا تستنتج؟

ملاحظة: للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة

تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2022/09/04

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: 35 درجة

الجزء الأول: (7) **أولاً**– ~~نقول عن~~ نصف الناقل بأنه ذاتياً إذا لم تتوافر فيه شوائب، بحيث ~~تتحقق المساواة $N_a = N_d = 0$~~.

يأخذ شرط الاعتدال الكهربائي في درجة حرارة منخفضة نسبياً الشكل $n_0 = p_d$ ويعني أنَّ تركيز الإلكترونات في عصابة الناقلية يساوي تركيز المانحات المتأينة لمرة واحدة.2

وعند درجة الحرارة الأعلى يزداد احتمال انتقال الإلكترونات عبر المنطقة المحظورة، ويمكن للشوائب أن تُستنفد، أي تتأين بأكملها.

ولكن، في هذه الحالة يتحوّل نصف الناقل خارج مجال استنفاد الشوائب، من نصف ناقل إلكتروني إلى نصف ناقل ذاتي؛ 3

وعندها، يُكتب شرط الاعتدال الكهربائي بالشكل: $n_0 = p_d + p_0$ ثمّ يُفترض تأين كل المانحات ، بحيث أن $p_d = N_d^+ = N_d$ 2

(8) **ثانياً**– تُحدِّدُ درجات الحرارة الأكثر انخفاضاً بالمتراجحة $\frac{8N_d}{N_c}e^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}} >> 1$ حيث $\Delta E_d = E_c - E_d$ 1

وعندها يمكن إهمال الواحد في العلاقة المعطاة في نص السؤال، في القوسين المتوسطين، فنحصل على العلاقة الآتية:

$$E_F = k_BT\ln\left(\frac{1}{4}e^{\frac{E_d}{k_BT}}\sqrt{\frac{8N_d}{N_c}e^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}}}\right);$$

$$E_F = k_BT\left(\ln\frac{1}{4} + \ln e^{\frac{E_d}{k_BT}} + \ln\sqrt{\frac{8N_d}{N_c}e^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}}}\right);$$

$$(1)\quad E_F = k_BT\left(\ln\frac{1}{4} + \frac{E_d}{k_BT} + \frac{1}{2}\left(\ln\frac{8N_d}{N_c} + \frac{E_c - E_d}{k_BT}\right)\right);$$

$$E_F = k_BT\left(\frac{2E_d}{2k_BT} + \frac{E_c - E_d}{2k_BT}\right) + \frac{k_BT}{2}\left(\ln\frac{8N_d}{N_c} + \ln\frac{1}{16}\right) = \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{k_BT}{2}\ln\frac{N_d}{2N_c}.$$

المناقشة: تقع سوية فيرمي في درجة الصفر المطلق وفق العلاقة (1) في منتصف المسافة بين E_c و E_d؛

ومع ارتفاع درجة الحرارة يبدأ دور الكسر $N_d/2N_c$ يظهر وتبعاً لذلك تقترب سوية فيرمي E_F من قاع عصابة الناقلية E_c ثمَّ تبتعد عنها لتصل إلى E_i مع ارتفاع درجة الحرارة واستنفاد المانحات. 3

(7) **ثالثاً**– يمكن إيجاد التركيز المتوازن للإلكترونات، n_0، باستخدام علاقة سوية فيرمي الأخيرة (1) وفقاً للعلاقة الثانية المعطاة في نص السؤال. إذْ ينتج من العلاقتين الثانية و (1) علاقة n_0 الآتية: 1+1+1

$$n_0 = N_c e^{-\frac{1}{k_BT}\left(E_c - \frac{E_c+E_d}{2} + \frac{k_BT}{2}\ln\frac{N_d}{2N_c}\right)};$$

$$n_0 = N_c\, e^{-\frac{1}{k_BT}\left(\frac{E_c-E_d}{2}\right)} e^{\left(\ln\frac{N_d}{2N_c}\right)} = n_0 = N_c\, e^{-\frac{\Delta E_d}{2k_BT}}\sqrt{\frac{N_d}{2N_c}};\qquad (2)$$

$$n_0 = \sqrt{\frac{N_cN_d}{2}}\, e^{-\frac{\Delta E_d}{2k_BT}}.$$

(8) **رابعاً**– يُعبّر عن معيار الحدّ العلوي لدرجات الحرارة المنخفضة بالمتراجحة (3) $\frac{8N_d}{N_c}e^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}} << 1.$ (1)

وباستخدام منشور الجذر التربيعي في سلسلةٍ، عندما $\alpha << 1$، نجد:

$$\sqrt{1+\alpha} = 1 + \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^2}{8} + \cdots \qquad (4)$$ (1)

ء بالحدَّين الأول والثاني من المنشور الناتج، نستطيع كتابة العلاقة الآتية:

1
$$\sqrt{1+\frac{8N_d}{N_c}\,e^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}}}=1+\frac{8N_d}{2N_c}\,e^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}}$$

1
$$E_F=E_d+k_BT\ln\left(\frac{1}{4}\frac{4N_d}{N_c}\,e^{\frac{\Delta E_d}{k_BT}}\right)=E_d+k_BT\ln\left(\frac{N_d}{N_c}\right)+E_c-E_d\,.$$

1
$$E_F=E_c+k_BT\ln\frac{N_d}{N_c}\,. \qquad (5)$$

وبالتعويض (5) عن في (4) نحصل على المساواة الآتية: 1

$$n_0=N_c e^{-\frac{E_c-E_F}{k_BT}}=N_c\,e^{-\frac{E_c}{k_BT}}e^{\frac{1}{k_BT}\left(E_c+k_BT\ln\frac{N_d}{N_c}\right)}=N_c\frac{N_d}{N_c}=N_d$$

بهذه الطريقة، نجد أن تركيز الإلكترونات الحرة، n_0، عند تحقق المعيار (3)، لا يتعلق بدرجة الحرارة ويساوي تركيز الشوائب؛ وهذا ما يوافق مجال استنفاد الشوائب التي تبدو متأينة بشكلٍ كامل. 2

الجزء الثاني: **أولاً**– يأخذ شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة المرتفعة بالشكل: $\frac{4n_i^2}{N_d^2}<<1$

ثانياً– مجال درجات الحرارة الوسطية وبدقة أكثر مجال استنفاد الشوائب

$$n_0=\frac{N_d}{2}\left(1+\sqrt{1}\right)=\frac{N_d}{2}(2)=N_d\ ;$$

وتعني أنَّ التركيز المتوازن للإلكترونات يساوي تركيز المانحات المستنفدة.

$$E_F=E_c+k_BT\ln\frac{N_d}{2N_c}\cdot 2=E_c+k_BT\ln\frac{N_d}{N_c}\,.$$

ومن أجل الحالة الحدية الثاني $\frac{4n_i^2}{N_d^2}>>1$

$n_0=\frac{N_d}{2}\frac{2n_i^2}{N_d}=n_i$ التركيز المتوازن مطابق للتركيز الذاتي

نحصل في هذه الحالة على العلاقات الآتية:

$$E_F=E_c+k_BT\ln\left(\frac{N_d}{2N_c}\frac{2n_i}{N_d}\right)=E_c+k_BT\ln\left(\frac{1}{N_c}\sqrt{N_cN_\upsilon}\,e^{-\frac{E_c-E_\upsilon}{2k_BT}}\right)$$

$$=\frac{2E_c-E_c+E_\upsilon}{2}+\frac{k_BT}{2}\ln\left(\frac{N_\upsilon}{N_c}\right).$$

ومن ثمَّ

$$E_F=\frac{E_c+E_\upsilon}{2}+\frac{k_BT}{2}\ln\frac{N_\upsilon}{N_c}$$

تقع سوية فيرمي في منتصف المنطقة المحظورة وتتابع مسيرها حسب النسبة الموجودة في اللغاريتم.

درجات على جواب السؤال الثاني: (20 درجة)

تكمن ظاهرة **سيبك** في نشوء **قوة دافعة كهراحرارية**، في دارة مؤلفة من جسمين صلبين مختلفين، لدى توافر فارق حراري في نقاط اتصالهما.

وظاهرة **بيلتيه** تكمن **في تسخين أو تبريد** وصلة التحام مادتين عند جريان **تيار مستمر** فيها. وهذا المفعول لا يتعلق بنشر حرارة لنز – جول، أي أن لهذه الظاهرة طبيعة مختلفة عن ذلك.

أمَّا ظاهرة **طومسون** فتكمن **في نشر أو امتصاص** كمية من الحرارة تُضاف إلى حرارة لنز – جول عند جريان تيار مستمر في نصف ناقل متجانس، يتوافر فيه تدرجٌ حراريّ.

- تُرصد ظاهرتا سيبك وبيلتيه عادةً في المعادن،
- إلاّ أنهما جليّتان في أكثر في أنصاف النواقل؛

فمثلاً يمكن لقيم معطيات هاتين الظاهرتين في أنصاف النواقل أن تفوق مثيلاتها بعدة مراتب في المعادن.

- ولهذا السبب تجد هاتان الظاهرتان تطبيقاً عملياً واسعاً في أنصاف النواقل.

إذْ يمكن على وجه الخصوص، استعمال الأزواج نصف الناقلة التي تتصف بقوة دافعة كهراحرارية كبيرة؛ كمنابع تغذية كهربائية.

كما يمكن تطبيق ظاهرة بيلتيه في أجهزة التبريد.

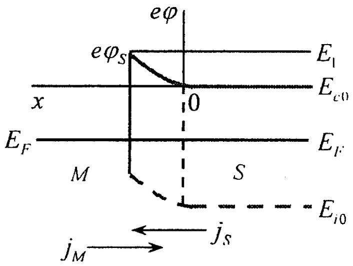
ولظاهرة طومسون أهمية نظرية في المقام الأول:

- فالتدرج الحراري يكوّن تدرُّجاً في التركيز ومن ثمَّ تياراً انتشارياً موافقاً له.
- وبنتيجة هذا الانتقال الانتشاري تنشأ شحنات حجمية على طول نصف الناقل.

فإذا كان حقل الشحنات الحجمية موجّهاً باتجاه معاكس لاتجاه الحقل الخارجي، فإن هذا الأخير يُمارسُ عملاً ضد الحقل الداخلي **وتنتشر كمية حرارة إضافية** في نصف الناقل.

وعند تطابق اتجاه الحقلين يُنجز الحقل الداخلي جزءاً من العمل، يُستهلكُ في تشكُّلِ انسياقٍ لحاملات الشحنة الكهربائية، ما يتحقق في نهاية المطاف على حساب الطاقة الحرارية لنصف الناقل، مما يؤدي إلى تبريده.

الفونون هو شبه جسيم لا يوجد إلاّ في البلّورة وهو كم اهتزازات الشبكة البلّورية الحرارية وهو نوعان صوتي وضوئي.



درجات على جواب السؤال الثالث: 35 درجة

يُقال عن الطبقة المقفلة أنَّها رقيقة عندما لا **تتجاوز سماكتها** طول المسار الحر الوسطي لحاملات الشحنة.

وسُميّت هذه النظرية بالنظرية الديودية لأن الطبقة المقفلة **تشبه** فجوة الخلاء التي تفصل بين الفلزات أو **الفاصل الخلائي** بين مسريي مصباح إلكتروني (ديود).

ثانيـاً– الشـرط الموافـق هـو: $\frac{1}{2}m_n\upsilon_x^2=\frac{p_x^2}{2m}\ge e\left(V_c-V\right)$ ؛ وبمـا أن $d_n\le\bar{l}$، **فـإن هـذه الإلكترونات تستطيع عبور هذه الطبقة من دون تبعثر** وتصل إلى الفلز، ومن ثمَّ يدور الحديث هنا عن الإلكترونات المتحركة باتجاه المحور x والتي من أجلها $E\ge E_1$.

ثالثاً– اكتب علاقة الطاقة الحركية للإلكترونات الواقعة خلف حدود الطبقة المقفلة وعند حدّها الداخلي ثمَّ علاقة الطاقة الكليّة.

$$E=E_{ken}=\frac{p_x^2}{2m_n}+\frac{p_y^2}{2m_n}+\frac{p_z^2}{2m_n}.$$

وفي الطبقة المقفلة، يكون لدينا العلاقة الآتية من أجل قيم مختلفة للموضع x: $E-E_{c0}=E_{ken}(x)+U(x)$

أو العلاقة الآتية إذا أخذنا بالحسبان $E_{c0}=0$: $E=E_{ken}(x)+e\varphi(x)$

ومن أجل السطح الفاصل بين نصف الناقل والفلز، نستطيع كتابة العلاقتين الآتيتين:

$E=E_{ken}+e\varphi_s$ و $E_1=e\varphi_s$

رابعاً– المتراجحات الموافقة لاندفاع الإلكترونات من أجل الاتجاهات x و y و z هي:

$\sqrt{2m_ne\left(V_c-V\right)}\le p_x\le\infty$ و $-\infty\le p_y\le\infty$ و $-\infty\le p_z\le\infty$

خامساً– بما أنَّ $dN_x=\upsilon_x dn=\frac{p_x}{m_n}\cdot\frac{dp_xdp_ydp_z}{h^3}2e^{-\frac{E-E_F}{k_BT}}$، حيث $dn=dz\;2f_F$ تركيز الإلكترونات الموافق وباعتبار نصف الناقل في هذه الدراسة **غير متحلل** و $p_x=m_n\upsilon_x$.

تساوي **كثافة التيار المتدفق** من نصف الناقل إلى الفلز:

$$j_S=eN_x. \qquad (1)$$

إذن، **مسألة تعيين** j_S **تقودنا إلى إيجاد تكامل** المعادلة المعطاة في نص السؤال في حدود المتراجحات المذكورة أعلاه. فإذا أخذنا بالحسبان أنَّ $E=\frac{p_x^2}{2m_n}+\frac{p_y^2}{2m_n}+\frac{p_z^2}{2m_n}$، نجد:

$$N_x=\frac{2e^{\frac{E_F}{k_BT}}}{h^3}\int_{\sqrt{2m_ne(V_c-V)}}^{+\infty}\frac{p_x}{m_n}e^{-\frac{p_x^2}{2m_nk_BT}}dp_x\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{p_y^2}{2m_nk_BT}}dp_y\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{p_z^2}{2m_nk_BT}}dp_z.$$

وبعد إجراء عملية التكامل والاستفادة من المساواة: $\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-ax^2}dx=\sqrt{\pi/a}$

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الفيزياء	امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل** لطلاب السنة **الرابعة** فيزياء للعام الدراسي 2021-2022/الدورة الامتحانية **الثانية**	الاسم: المدة: **ساعتان** العلامة القصوى: **90** درجة

السؤال الأول:

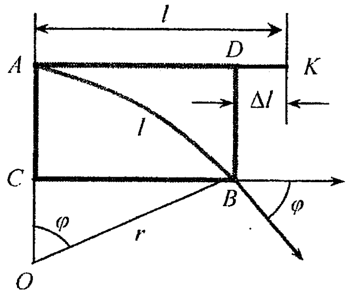
درسنا في إحصاء الإلكترونات والثقوب في أنصاف النواقل والعوازل غير المتحللة كلاً من الاعتدال الكهربائي والتراكيز الإلكترونية والثقوب، والمطلوب: **أولاً– عرّف** نصف الناقل الذاتي. **ثانياً**– وضّح ماذا يُقصد بالمنطقة المحظورة لنصف الناقل والعازل ثمَّ قارن بينهما.

ثالثاً– اكتب شرط الاعتدال الكهربائي من أجل نصف ناقلٍ ذاتي غير متحلِلٍ.

رابعاً– اكتب علاقات كثافات الحالات من أجل الإلكترونات والثقوب في عصابتي الناقلية والتكافؤ وكذلك التراكيز الإلكترونية والثقبية المتوازنة مع ذكر المدلول الفيزيائي للرموز الداخلة فيها.

خامساً– استنتج علاقة موضع سوية فرمي من أجل نصف ناقل ذاتي غير متحلل موضحاً تأثير الكتل الفعّالة للإلكترونات والثقوب عليه ثمَّ استنتج علاقة التركيز الذاتي استناداً لعلاقة موضع سوية فرمي التي حصلت عليها مع مناقشة ما يلزم. ماذا تستنتج؟.

السؤال الثاني:

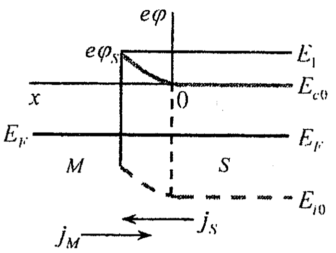


أولاً– يوضح الشكل المجاور تغيّر طول المسار الحر لحامل شحنةٍ عند تبعثره في نصف ناقلٍ بوجود حقل مغناطيسي، B، والمطلوب دراسة تغير طول المسار الحر هذا نتيجةً لانحرافه عن اتجاه حقل كهربائي خارجي وإيجاد العلاقة التي تربط هذا التغير بتغير المقاومة النوعية لنصف الناقل المدروس.

ثانياً– اشرح كل ما تعرفه عن الفونون.

السؤال الثالث:

إحدى نظريات التقويم في وصلة نصف ناقل– فلز (معدن)، هي **النظرية الديودية** التي تُطبق في حالة الطبقات المقفلة **الرقيقة**، حيث ارتفاع الحاجز الذي يقف عائقاً أمام الإلكترونات الممكن انتقالها من الحد الداخلي للطبقة المقفلة باتجاه الفلز، يساوي $E_1 - E_{c0} = e\left(V_c - V\right) = e\varphi_s$، كما يظهر في الشكل المجاور، ثمَّ إنَّ الإلكترونات المتحركة من الفلز باتجاه نصف الناقل يجب أن تتجاوز حاجزاً مقداره $E_1 - E_{FM}$. والمطلوب:



أولاً– متى يُقال عن الطبقة المقفلة أنَّها رقيقة؟ ثمَّ اذكر لماذا سُميّت هذه النظرية بالنظرية الديودية؟.

ثانياً– إذا علمت أنَّه يمكن تعيين **كثافة تيار الإلكترونات** العابرة بسرعة υ_x وفق المحور-x، من منطقة نصف الناقل **غير المتحلل** إلى الفلز، $\vec{j}_S$، من أجل طبقة مقفلة رقيقة؛ **ككثافة تيار إصدار حراري إلكتروني**، فاكتب الشرط الموافق لذلك. **ثالثاً**– اكتب علاقة الطاقة الحركية للإلكترونات الواقعة خلف حدود الطبقة المقفلة وعند حدّها الداخلي ثمَّ علاقة الطاقة الكليّة. **رابعاً**– اكتب المتراجحات الموافقة لاندفاع (كمية حركة) الإلكترونات من أجل الاتجاهات x و y و z. **خامساً**– اذا علمت أنَّ كثافة تدفق الإلكترونات عند السطح الداخلي للطبقة المقفلة تُعطى بالعلاقة $dN_x = \upsilon_x dn = \frac{p_x}{m_n}\cdot\frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3} 2\exp\left(-\frac{E-E_F}{k_B T}\right)$ (حيث $dn = dz\,2f_F$ تركيز الإلكترونات الموافق)، فاستنتج علاقتي كثافة التيار المتدفق **من نصف الناقل إلى الفلز**، j_S، وكثافة التيار المتدفق **من الفلز إلى نصف الناقل**، j_M، ثمَّ علاقة كثافة التيار الكلّي مع شرح ما يلزم. ماذا تستنتج؟.

ملاحظة: للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة

تمنياتي لطلابنا الأعزاء التوفيق والنجاح

طرطوس في 2022/06/26

أ. د. **حسن عبد الكريم سليمان**

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: 36 درجة : **2 + 4 + 2 + 8 + 10 + 3 + 7 = 36**

أولاً– نصف الناقل الذاتي هو مادة نصف ناقلة نقية خالية من الشوائب $N_a = N_d = 0$ بمعنى أنَّ تراكيز المانحات والآخذات مهملة. 2 — 2

ثانياً– المنطقة المحظورة هي قطاع طاقي خالٍ من أي سويات طاقة لذرات المادة الأصلية المكونة لنصف الناقل ولكنه **يحوي** سويات طاقة متوضِّعة تُعزى للشوائب والعيوب من أجل إلكترونات وثقوب **مقيَّدة** وتسمى بالفجوة الطاقية لنصف الناقل وقيمتها في العازل أكبر منها في نصف الناقل. 4 — 4

ثالثاً– $n_i = p_i$. 2 — 2

رابعاً– 8

$$N_n(E) = \frac{2\pi(2m_n)^{3/2}}{h^3}(E - E_c)^{1/2} \qquad 2 \qquad N_p(E) = \frac{2\pi(2m_p)^{3/2}}{h^3}(E_\upsilon - E)^{1/2} \qquad 2$$

$$n_0 = N_c\, e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} \qquad 2 \qquad \text{و} \qquad p_0 = N_\upsilon\, e^{-\frac{E_F - E_\upsilon}{k_B T}} \qquad 2$$

خامساً– لإيجاد علاقة سوية فرمي نبدأ من شرط الاعتدال الكهربائي من أجل نصف ناقلٍ ذاتي غير متحلل $n_i = p_i$: 10

$$N_c\, e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} = N_\upsilon\, e^{-\frac{E_F - E_\upsilon}{k_B T}} .$$

نحصل من هذه المساواة على المعادلة

$$e^{\frac{2E_F}{k_B T}} = \frac{N_\upsilon}{N_c}\, e^{\frac{E_c + E_\upsilon}{k_B T}} .$$

ومن ثمَّ

$$E_F = \frac{E_c + E_\upsilon}{2} + k_B T \ln\left(\frac{N_\upsilon}{N_c}\right)^{1/2} , \qquad 6$$

وبالتعويض عن علاقتي كثافة الحالات في عصابتي الناقلية والتكافؤ نجد ما يأتي:

$$E_F = \frac{E_c + E_\upsilon}{2} + k_B T \ln\left(\frac{N_\upsilon}{N_c}\right)^{1/2} = \frac{E_c + E_\upsilon}{2} + k_B T \ln\left(\frac{\frac{2(2\pi m_p k_B T)^{3/2}}{h^3}}{\frac{2(2\pi m_n k_B T)^{3/2}}{h^3}}\right)^{1/2}$$

$$E_F = \frac{E_c + E_\upsilon}{2} + k_B T \ln\left(\left(\frac{m_p}{m_n}\right)^{3/2}\right)^{1/2} ,$$

ومن ثمَّ

$$E_F = \frac{E_c + E_\upsilon}{2} + k_B T \ln\left(\frac{m_p}{m_n}\right)^{3/4} . \qquad 4$$

نلاحظ هنا أنَّه إذا كانت الكتلة الفعَّالة للثقب أكبر منها للإلكترون، فإنَّ مستوى فرمي الذاتي **يقترب نحو قاع** عصابة الناقلية والعكس بالعكس، إذا كانت الكتلة الفعَّالة للثقب أقل منها للإلكترون، فإنَّ مستوى فرمي الذاتي **يقترب نحو سقف** عصابة التكافؤ. وعند تساوي الكتل الفعَّالة، فإنَّ مستوى فرمي في درجة الصفر المطلق **يقع في منتصف** المنطقة المحظورة تماماً. 3 — 3

ولإيجاد التركيز المتوازن، نعوض علاقة مستوى فرمي الأخيرة في العلاقة التي تربط بين التركيز الذاتي والتراكيز المتوازنة الآتية:

$$n_i = \sqrt{n_0 p_0} =$$

$$= \sqrt{N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right) N_\upsilon \exp\left(-\frac{E_F - E_\upsilon}{k_B T}\right)} =$$

$$= \sqrt{N_c\, N_\upsilon}\, \sqrt{\exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T} - \frac{E_F - E_\upsilon}{k_B T}\right)} =$$

5

ومن ثمَّ

$$n_i = \sqrt{N_c\, N_\upsilon}\, \exp\left(-\frac{\Delta E}{2 k_B T}\right).$$

ونستنتج أنَّ التركيز الذاتي لحاملات الشحنة الكهربائية تتناسب طرداً مع درجة الحرارة وعكساً مع عرض المنطقة المحظورة وفق علاقةٍ أسيّةٍ، كما تتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لكثافة الحالات الطاقية للإلكترونات والثقوب في عصابتي الناقلية والتكافؤ.

2

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: (20 درجة)

أولاً– نُجري الحساب هنا على فرض أن مفعول هول لم يظهر بعدُ: إن الطول الوسطي للمسار الحر، $l = AK$، يتناقص في $\vec{E}$ بمقدار

$$\Delta l = DK = l - AD,$$

فضلاً عن أن:

$$AD = AB\cos\varphi = l\cos\varphi = l\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right), \qquad (1)$$

2

حيث نشرنا التجيب في سلسلةٍ وأكتفينا بالحدين الأول والثاني.

ومن ثمَّ

$$\Delta l = l - l\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) = l\,\frac{\varphi^2}{2}, \qquad (2)$$

2

ومن أجل نصف ناقل من النوع p و n لدينا:

$$\varphi_n = -A\mu_n B \quad , \quad \varphi_p = A\mu_p B \qquad (3)$$

2

وبفرض أن عامل هول A يساوي الواحد، نحصل من جملة العلاقتين (2) و (3) على المعادلتين الآتيتين:

$$\frac{\Delta l_p}{l_p} = \frac{\varphi_p^2}{2} = \frac{\mu_p^2 B^2}{2} = \frac{\Delta\rho_p}{\rho_p};$$

2

$$\frac{\Delta l_n}{l_n} = \frac{\varphi_n^2}{2} = \frac{\mu_n^2 B^2}{2} = \frac{\Delta\rho_n}{\rho_n}.$$

2

نستنتج من هاتين العلاقتين أن **تغيّر المقاومة النوعية يتناسب طردياً مع تغيّر الطول الوسطي للمسار الحر**، وعندها يُفترض أن **كل الحاملات الحرة للشحنة تنتقل بسرعة وسطية وتملك طول مسار واحد**. (أو نقول أن **المقاومة** الكهربائية النوعية لنصف الناقل، واقع في حقل مغناطيسي عرضاني، **تزداد على حساب تقلص** طول مسار الحاملات الحارة والباردة للشحنة فقط)

2

إن المقاومة الحجمية النوعية لنصف الناقل تزداد عند انخفاض طول المسار الحر لحاملات الشحنة. ومن ثمَّ، نجد أنه في حال غياب مفعول هول (بدقة أكبر إذا أهملنا وجوده)، فإن **التغيّر النسبي للمقاومة النوعية لنصف الناقل يبدو متناسباً طردياً مع مربع حاصل ضرب حركيّة حاملات الشحنة في حقل التحريض المغناطيسي المطبق.**

2

وعند أخذ حقل هول الكهربائي E_x بالحسبان، فإن عملية الانحناء في مجال تأثير الحقل المغناطيسي، ومن ثمَّ تغيّر طول المسار الحر، ستُرصدان من أجل الحاملات **الحارة** (السّريعة) **فقط**؛ فضلاً عن أن الانحناء وتغيّر طول المسار الحر من أجل هذه الحاملات سيكونان أقل منهما عند غياب حقل هول E_x. أمّا حاملات الشحنة **الباردة** (البطيئة) التي سرعاتها أقل بكثير من السرعة الوسطية، فستنحرف إلى الاتجاه المقابل (المعاكس لاتجاه انحراف الحاملات الحارة) تحت تأثير حقل هول، وهذا بدوره سيؤدي إلى زيادة المقاومة أيضاً.

2

الفونون هو شبه جسيم لا يوجد إلاّ في البلّورة وهو كم اهتزازات الشبكة البلّورية الحرارية وهو نوعان صوتي وضوئي.

4

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: 34 درجة 3 + 3 + 6 + 3 + 19

أولاً– يُقال عن الطبقة المقفلة أنَّها رقيقة عندما لا **تتجاوز سماكتها** طول المسار الحر الوسطي لحاملات الشحنة. 3

وسُمّيت هذه النظرية بالنظرية الديودية لأن الطبقة المقفلة **تشبه** فجوة الخلاء التي تفصل بين الفلزات أو **الفاصل الخلائي** بين مسريي مصباح إلكتروني (ديود). 3

ثانياً– الشرط الموافق هو: $\frac{1}{2}m_n\upsilon_x^2=\frac{p_x^2}{2m}\ge e\left(V_c-V\right)$ ؛ وبما أن $d_n\le\bar{l}$، **فإن هذه الإلكترونات تستطيع عبور هذه الطبقة من دون تبعثر** وتصل إلى الفلز، ومن ثمَّ يدور الحديث هنا عن الإلكترونات المتحركة باتجاه المحور x والتي من أجلها $E\ge E_1$. 3 3

ثالثاً– اكتب علاقة الطاقة الحركية للإلكترونات الواقعة خلف حدود الطبقة المقفلة وعند حدّها الداخلي ثمَّ علاقة الطاقة الكليّة.

$$E=E_{ken}=\frac{p_x^2}{2m_n}+\frac{p_y^2}{2m_n}+\frac{p_z^2}{2m_n}.$$ 2 2

وفي الطبقة المقفلة، يكون لدينا العلاقة الآتية من أجل قيم مختلفة للموضع x: $E-E_{c0}=E_{ken}(x)+U(x)$

أو العلاقة الآتية إذا أخذنا بالحسبان، $E_{c0}=0$: $E=E_{ken}(x)+e\varphi(x)$ 2 2

ومن أجل السطح الفاصل بين نصف الناقل والفلز، نستطيع كتابة العلاقتين الآتيتين:

$E=E_{ken}+e\varphi_s$ و $E_1=e\varphi_s$ 2 2

رابعاً– المتراجحات الموافقة لاندفاع الإلكترونات من أجل الاتجاهات x و y و z هي:

$\sqrt{2m_ne\left(V_c-V\right)}\le p_x\le\infty$ 3 و $-\infty\le p_y\le\infty$ و $-\infty\le p_z\le\infty$ 3

15

خامساً– بما أنَّ $dN_x=\upsilon_x dn=\frac{p_x}{m_n}\cdot\frac{dp_xdp_ydp_z}{h^3}2e^{-\frac{E-E_F}{k_BT}}$، حيث $dn=dz\,2f_F$ تركيز الإلكترونات الموافق وباعتبار نصف الناقل في هذه الدراسة **غير متحلل** و $p_x=m_n\upsilon_x$. 19

34

تساوي **كثافة التيار المتدفق** من نصف الناقل إلى الفلز: 1

$$j_S=eN_x. \qquad (1)$$

إذن، **مسألة تعيين** j_S **تقودنا إلى إيجاد تكامل** المعادلة المعطاة في نص السؤال في حدود المتراجحات المذكورة أعلاه. فإذا أخذنا بالحسبان أنَّ $E=\frac{p_x^2}{2m_n}+\frac{p_y^2}{2m_n}+\frac{p_z^2}{2m_n}$، نجد:

6

$$N_x=\frac{2e^{\frac{E_F}{k_BT}}}{h^3}\int_{\sqrt{2m_ne(V_c-V)}}^{+\infty}\frac{p_x}{m_n}e^{-\frac{p_x^2}{2m_nk_BT}}dp_x\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{p_y^2}{2m_nk_BT}}dp_y\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{p_z^2}{2m_nk_BT}}dp_z.$$

وبعد إجراء عملية التكامل والاستفادة من المساواة: $\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-ax^2}dx=\sqrt{\pi/a}$ 2

نحصل على المعادلة الآتية: 2

$$N_x=\frac{4\pi m_nk_B^2}{h^3}T^2e^{\frac{E_F}{k_BT}}e^{-\frac{e(V_c-V)}{k_BT}}. \qquad (2)$$

بإدخـال رمـز السـرعة الحراريـة الوسـطية للإلكترونـات: $\upsilon_T = \sqrt{\dfrac{8k_BT}{\pi m_n}}$ فـي العلاقـة (2) والأخـذ بالحسـبان علاقـة التركيـز المتـوازن للإلكترونات، n_0 الآتية، و $E_{c0}=0$:

(1)

$$n_0 = N_c\, e^{\frac{E_F}{k_BT}} = \frac{2\left(2\pi m_n k_B T\right)}{h^3}\, e^{\frac{E_F}{k_BT}}$$

يمكن كتابة علاقة كثافة التيار المتدفق من **نصف الناقل إلى الفلز**، j_S، أي المعادلة (1)، بالشكل الآتي:

(1)

$$j_S = e\,N_x = \frac{1}{4}\, e\,\upsilon_T\, n_0\, e^{-\frac{eV_c}{k_BT}}\, e^{\frac{eV}{k_BT}} .$$

ولإيجاد كثافة التيار المتدفق **من الفلز إلى نصف الناقل**، j_M، نعدُّ في شروط التوازن، أن $j_M = j_S$، أي عندما $V=0$، ومن ثمَّ

(1)

$$j_M = \frac{1}{4}\, e\,\upsilon_T\, n_0\, e^{-\frac{eV_c}{k_BT}} .$$

ومنه، نحصل على علاقة كثافة التيار الكليّ الذي يمر من الوصلة المدروسة:

(1)

$$j = j_S - j_M = \frac{1}{4}\, e\,\upsilon_T\, n_0\, e^{-\frac{eV_c}{k_BT}}\left(e^{\frac{eV}{k_BT}} - 1\right).$$

نرمز للمقدار الواقع أمام القوسين بالرمز j_{sat}، حيث

(1)

$$j_{sat} = \frac{1}{4}\, e\,\upsilon_T\, n_0\, e^{-\frac{eV_c}{k_BT}} = \frac{1}{4}\, e\,\upsilon_T\, n_s$$

يسمى هذا المقدار **بكثافة تيار الإشباع**.

وفي درجة الحرارة المعطاة، يكون المقدار j_{sat} ثابتاً من أجل وصلة محدودة مؤلفة من نصف ناقل– فلز. ثم إن الكميّة n_s تُمثِّل تركيز الإلكترونات عند سطح نصف الناقل في شروط التوازن، أي عندما $V=0$، ومن ثمَّ يكون لدينا العلاقة النهائية الآتية:

(2)

$$j = j_{sat}\left(e^{\frac{eV}{k_BT}} - 1\right)$$

وهي علاقة الصفة المميزة لوصلة نصف ناقل – فلز؛ تيار الإشباع فيها يتعلق بالسرعة الحرارية ومستقل عن الجهد الخارجي.

أ. د. **حسن عبد الكريم سليمان**

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل**
لطلاب السنة **الرابعة فيزياء**
للعام الدراسي 2021-2022/الدورة الامتحانية **الأولى**

الاسم:
المدة: **ساعتان**
العلامة القصوى: **90** درجة

السؤال الأول: (35 درجة)

ليكن لدينا عيّنة- مقاومة على شكل متوازي مستطيلات واقعة في حقلٍ مغنطيسيٍ $\vec{B}(\vec{r},t)$ موجَّهٍ باتجاه المحور-z؛ يُطبّق بين طرفيها حقل كهربائي $\vec{\mathrm{E}}(\vec{r},t)$ على طول المحور-x العمودي على المحور-z. **أولاً-** اشرح ماذا يحدث في هذه العيّنة- المقاومة إذا وصلنا طرفيها كهربائياً (أي قصرناها). **ثانياً-** إذا علمت أنَّ سرعة الإلكترون $\vec{\upsilon}(\vec{r},t)$ في العيّنة في الموضع $\vec{r}$ والزمن t تحقق المعادلة

$$m_n^*\frac{d\vec{\upsilon}(\vec{r},t)}{dt}=-e\left[\vec{\mathrm{E}}(\vec{r},t)-\vec{\upsilon}_n(\vec{r},t)\times\vec{B}(\vec{r},t)\right]+\vec{F}_{\text{scat}}(\vec{r},t)$$

فوضِّح ماذا تُمثِّل الحدود الواقعة في الطرف الأيمن لهذه المعادلة؟

ثالثاً- اكتب المعادلة المعطاة في **الحالة المستقرة** ثمَّ استنتج مركبات السرعة الثلاثة، علماً بأن

$$\vec{\mathrm{E}}(\vec{r})=\mathrm{E}_x(\vec{r})\,\hat{x}+\mathrm{E}_y(\vec{r})\,\hat{y}+\mathrm{E}_z(\vec{r})\,\hat{z}\quad و\quad \vec{\upsilon}(\vec{r})=\upsilon_x(\vec{r})\,\hat{x}+\upsilon_y(\vec{r})\,\hat{y}+\upsilon_z(\vec{r})\,\hat{z}\quad و\quad \vec{B}(\vec{r})=B(\vec{r})\,\hat{z}$$

رابعاً- أثبت صحة العلاقتين

$$\rho_{xx}(\vec{r})=\rho_{yy}(\vec{r})=\frac{1}{\sigma_n(\vec{r})}\quad و\quad -\rho_{xy}(\vec{r})=\rho_{yx}(\vec{r})=\frac{\mu_n(\vec{r})B(\vec{r})}{\sigma_n(\vec{r})}=\frac{B(\vec{r})}{en(\vec{r})}$$

ثمَّ وضِّح المعنى الفيزيائي لكل منهما مع ذكر الفائدة من العلاقة الثانية.

السؤال الثاني: (30 درجة)

أولاً- اكتب معادلات الاستمرارية من أجل الإلكترونات والثقوب في **الحالة المستقرة** (في الأبعاد الثلاثة) ثمَّ اشرح المعنى الفيزيائي لها.

ثانياً- اشرح كيفية حصول عمليات توليد حاملات الشحنة الكهربائية وإعادة اتحادها بالتفصيل موضحاً إجابتك بالرسم.
بماذا يتعيَّن تغيّر طاقة الإلكترون؟. وبماذا يرتبط هذا التغيّر.

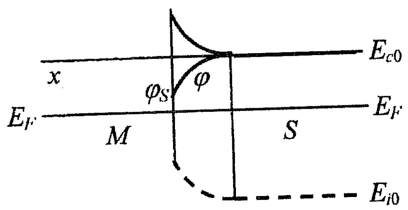
ثالثاً- وضّحْ لماذا تُفضّل ليزرات أنصاف النواقل عمليات إعادة الاتحاد المُشّع على حساب عمليات إعادة الاتحاد اللامُشّع .

رابعاً- علل ندرة حدوث عمليات إعادة الاتحاد المُشّع في السيلكون والجرمانيوم.

السؤال الثالث: (25 درجة)

لدى دراسة وصلة نصف ناقل من النوع-n مع معدن (فلز) من أجل $W_S<W_M$ تنشأ في نصف الناقل طبقة مقفلة كما يظهر في الشكل المجاور وتتعيّن كثافة الشحنة الحجمية بالعلاقة $\rho=en_0\,\left(1-\exp(-e\varphi/k_BT)\right)$ حيث $e\varphi>0$

الطاقة الكامنة للإلكترون الموافقة لانحناء قاع عصابة الناقلية ومبدأ حساب الكمون هو E_{c0}



والمطلوب: **أولاً-** أوجد علاقة الكمون الكهرساكن بدلالة طول حجب ديباي، وذلك باستخدام شروط البدء المناسبة، والموافقة لكون التقوّس ضعيفاً، أي فقط عندما يتحقق الشرط $e\varphi<<k_BT$. ناقش النتائج التي تحصل عليها.

ثانياً- عرّف طول حجب ديباي. **ثالثاً-** أحسب طول الحجب في بلّورة الجرمانيوم في درجة الحرارة $300\ \mathrm{K}$ علماً بأن $\varepsilon_0=8.85\times10^{-14}\ \mathrm{F\cdot cm^{-1}}$ و $\varepsilon=16$ و $n_0=10^{14}\ \mathrm{cm^{-3}}$، ثمّ أعد الحساب من أجل السيلكون حيث $n_0=10^{10}\ \mathrm{cm^{-3}}$ و $\varepsilon=11$. قارن بين الحسابين. ماذا تستنتج؟. **رابعاً-** عرّف حاجز (طبقة شوتكي).

ملاحظة: للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة

تمنياتي لجميع الطلاب بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2022/01/31

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: 35 درجة

ليكن لدينا عيّنة– مقاومة على شكل متوازي مستطيلات واقعة في حقلٍ مغنطيسيٍ $\vec{B}(\vec{r},t)$ موجَّهٍ باتجاه المحور -z؛ يُطبَّق بين طرفيها حقل كهربائي $\vec{E}(\vec{r},t)$ على طول المحور -x العمودي على المحور -z.

أولاً– (4 درجات) اشرح ماذا يحدث في هذه العيّنة– المقاومة إذا وصلنا طرفيها كهربائياً (أي قصرناها):

إنَّ تطبيق الحقل الكهربائي بين طرفي المقاومة المدروسة على طول المحور -x، **يخلق تياراً يتدفق** في **الاتجاه-x** ذاته. وبما أنَّ الحقل المغنطيسي يؤثر بقوة لورانتس على الإلكترون في الاتجاه-y، فإن **مساره سينحني** (بحيث تنمو وتظهر سرعته وفق المركبة-y) وبالنتيجة **ستتراكم** الإلكترونات عند إحدى طرفي المقاومة. ومن ثمَّ **تكوّن** الشحنة "المتراكمة" هذه حقلاً كهربائياً على طول الاتجاه-y، والذي بدوره **يسبب تياراً** يتدفق في **الاتجاه-y** إذا وصلنا طرفي المقاومة كهربائياً.

ثانياً– (4 درجات) إذا علمت أنَّ سرعة الإلكترون $\vec{\upsilon}(\vec{r},t)$ في العيّنة في الموضع $\vec{r}$ والزمن t تحقق المعادلة:

$$m_n^*\frac{d\vec{\upsilon}(\vec{r},t)}{dt}=-e\left[\vec{E}(\vec{r},t)-\vec{\upsilon}_n(\vec{r},t)\times\vec{B}(\vec{r},t)\right]+\vec{F}_{scat}(\vec{r},t)$$

فوضِّح ماذا تُمثِّل الحدّود الواقعة في الطرف الأيمن لهذه المعادلة:

يُمثِّل الحدّان الأول والثاني قوتي تأثير الحقلين الكهربائي والمغنطيسي المؤثرتان في حركة الإلكترونات في الموقع $\vec{r}$ واللحظة الزمنية t، في المقاومة المدروسة، أمَّا الحدّ الثالث فيُمثِّل $F_{scat}(\vec{r},t)$ **قوة التبعثر الموضعي** التي يتعرّض لها الإلكترون في الموقع $\vec{r}$ واللحظة الزمنية t، حيث $\vec{B}(\vec{r},t)$ كثافة التدفق المغنطيسي في ذلك الموقع وتلك اللحظة، و $-e$ هي شحنة الإلكترون و $m_n^*(\vec{r},t)$ الكتلة الفعّالة الموضعية للإلكترون التي فرضنا أنَّها تابعة للزمن بحكم التعميم.

ثالثاً– (7 درجات) تأخذ المعادلة المعطاة في الحالة المستقرة الشكل **(درجتان)**

$$e\left[\vec{E}(\vec{r})-\vec{\upsilon}_n(\vec{r})\times\vec{B}(\vec{r})\right]=-\frac{m_n^*\vec{\upsilon}_n(\vec{r})}{\tau_n(\vec{r})}.$$

ومن ثمَّ مركبات السرعة تأخذ الشكل الآتي: **(5 درجات)**

$$\upsilon_x(\vec{r})=-\frac{e\tau_n(\vec{r})}{m_n^*}\left[E_x(\vec{r})-\upsilon_y B(\vec{r})\right]=-\mu_n(\vec{r})\left[E_x(\vec{r})-\upsilon_y B(\vec{r})\right]$$

$$\upsilon_y(\vec{r})=-\frac{e\tau_n(\vec{r})}{m_n^*}\left[E_y(\vec{r})+\upsilon_x B(\vec{r})\right]=-\mu_n(\vec{r})\left[E_y(\vec{r})+\upsilon_x B(\vec{r})\right]$$

$$\upsilon_z(\vec{r})=-\frac{e\tau_n(\vec{r})}{m_n^*}E_z(\vec{r})=-\mu_n(\vec{r})E_z(\vec{r}),$$

رابعاً– (20 درجة) أثبت صحة العلاقتين $\rho_{xx}(\vec{r})=\rho_{yy}(\vec{r})=\dfrac{1}{\sigma_n(\vec{r})}$ و $\rho_{xy}(\vec{r})=\rho_{yx}(\vec{r})=\dfrac{\mu_n(\vec{r})B(\vec{r})}{\sigma_n(\vec{r})}=\dfrac{B(\vec{r})}{en(\vec{r})}$ – ثمَّ وضِّح المعنى الفيزيائي لكل منهما مع ذكر الفائدة من العلاقة الثانية.

لفعل ذلك نكتب العلاقتين الأولى والثانية في جملة المعادلات الأخيرة بالشكل **(درجتان)**

$$\upsilon_x(\vec{r})=-\mu_n(\vec{r})[E_x(\vec{r})-\upsilon_y B(\vec{r})]$$
$$\upsilon_y(\vec{r})=-\mu_n(\vec{r})[E_y(\vec{r})+\upsilon_x B(\vec{r})].$$

أو بالشكل **(درجتان)**

$$-\frac{1}{\mu_n(\vec{r})}\upsilon_x(\vec{r})+B(\vec{r})\upsilon_y(\vec{r})=\mathrm{E}_x(\vec{r});$$

$$-B(\vec{r})\upsilon_x(\vec{r})-\frac{1}{\mu_n(\vec{r})}\upsilon_y(\vec{r})=\mathrm{E}_y(\vec{r}).$$

ثمَّ نجعلهما على شكل مصفوفة وفق الآتي: **(درجتان)**

$$\begin{bmatrix}-\frac{1}{\mu_n(\vec{r})} & B(\vec{r})\\ -B(\vec{r}) & -\frac{1}{\mu_n(\vec{r})}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\upsilon_x(\vec{r})\\ \upsilon_y(\vec{r})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathrm{E}_x(\vec{r})\\ \mathrm{E}_y(\vec{r})\end{bmatrix}.$$

وباستخدام المعادلة، $\vec{J}_n(\vec{r})=-n(\vec{r})e\mu_n(\vec{r})\vec{\mathrm{E}}(\vec{r})$، يمكننا كتابة المصفوفة بالشكل: **(درجتان)**

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{\mu_n(\vec{r})} & -B(\vec{r})\\ B(\vec{r}) & \frac{1}{\mu_n(\vec{r})}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}J_x(\vec{r})/en(\vec{r})\\ J_y(\vec{r})/en(\vec{r})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathrm{E}_x(\vec{r})\\ \mathrm{E}_y(\vec{r})\end{bmatrix}.$$

وأخيراً، يمكننا باستخدام المعادلة $\sigma_n(\vec{r})=n(\vec{r})e\mu_n(\vec{r})$ أو المعادلة $1/\mu_n(\vec{r})=-n(\vec{r})e/\sigma_n(\vec{r})$، كتابة المصفوفة الآتية: **(درجتان)**

$$\frac{1}{\sigma_n(\vec{r})}\begin{bmatrix}1 & -\mu_n(\vec{r})B(\vec{r})\\ \mu_n(\vec{r})B(\vec{r}) & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}J_x(\vec{r})\\ J_y(\vec{r})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathrm{E}_x(\vec{r})\\ \mathrm{E}_y(\vec{r})\end{bmatrix}.$$

ومن جهة أخرى يُعرّف تنسور المقاومة النوعيّة $[\rho_n(\vec{r})]$ بالشكل الآتي: **(درجتان)**

$$\begin{bmatrix}\rho_{xx}(\vec{r}) & \rho_{xy}(\vec{r})\\ \rho_{yx}(\vec{r}) & \rho_{yy}(\vec{r})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}J_x(\vec{r})\\ J_y(\vec{r})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathrm{E}_x(\vec{r})\\ \mathrm{E}_y(\vec{r})\end{bmatrix},$$

والذي يُعطي المساواة الآتية من خلال المقارنة بين التنسورين الأخيرين:

$$\rho_{xx}(\vec{r})=\rho_{yy}(\vec{r})=\frac{1}{\sigma_n(\vec{r})}$$

$$-\rho_{xy}(\vec{r})=\rho_{yx}(\vec{r})=\frac{\mu_n(\vec{r})B(\vec{r})}{\sigma_n(\vec{r})}=\frac{B(\vec{r})}{en(\vec{r})}.$$

وهو المطلوب.

تسمى المقاومة النوعيّة القطرية (أي $\rho_{xx}=\mathrm{E}_x/J_x\big|_{J_y=0}$) **بالمقاومة النوعيّة الطولانيّة** والمقاومة النوعيّة اللاقطرية (أي $\rho_{yx}=\mathrm{E}_y/J_x\big|_{J_y=0}$) **بمقاومة هول النوعية**. **(4 درجات)**

هول النوعية
والمقاومة ~~الأخيرة~~ **تتناسب خطياً** مع كثافة التدفق المغنطيسي، $B(\vec{r})$، **وثابتة التناسب هذه تتعلق** بالتركيز الإلكتروني فقط، $n(\vec{r})$. ومن ثمَّ، سيسمح لنا قياس ثابت التناسب هذا، المسمّى **بثابتة هول، بتعيين** التركيز الوسطي لحاملات الشحنة في العيّنة المدروسة. وإذا توفّر نوعان من حاملات الشحنة في العيّنة، الإلكترونات والثقوب على وجه الخصوص، فإن المسألة تتعقد بعض الشيء؛ ولكن ما دام هناك نوع واحد فقط من حاملات الشحنة أو نوعان يسيطر أحدهما على الآخر (أي أنَّ تعداد أحدهما أكبر بكثير من تعداد النوع الآخر). **(4 درجات)**

يُعدُّ قياس هول طريقة بسيطة لقياس تركيز حاملات الشحنة الأكثرية في العيّنة المدروسة. وتجرى التجربة بقياس الجهد V_y بين الطرفين العرضيين للعيّنة بمقياس فولط أثناء تطبيق حقل مغنطيسي في الاتجاه-z ومرور تيار كهربائي في الاتجاه-x باستعمال منبع تيار. وطالما أنَّ مقياس فولط المثالي يمتلك ممانعة لانهائية، فإنه لن يستجر تياراً، بحيث يبقى $J_y = 0$. ويُقيَّم الحقل الكهربائي، E_y، من العلاقة $E_y = V_y / W$، حيث W عرض العيّنة. وتُقاس كثافة التيار J_x بمقياس أمبير. ومن ثمَّ نحصل على مقاومة هول النوعيّة، $\rho_{yx} = E_y / J_x\big|_{J_y=0}$. وبقياس هذه الكمية من أجل كثافات تدفق مختلفة يمكننا الحصول على ثابتة هول ومنها على تركيز حاملات الشحنة طالما أنَّ العيّنة أحادية القطبية أو ثنائية القطبية، ولكن إحدى النوعين يسيطر على الآخر.

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: 30 درجة

أولاً–

$$\boxed{\begin{aligned}&\vec{\nabla}_r \cdot \vec{J}_n + e\,G_n(\vec{r}) - e\,R_n(\vec{r}) = 0 \quad \text{(for electrons)};\\ &\vec{\nabla}_r \cdot \vec{J}_p - e\,G_p(\vec{r}) + e\,R_p(\vec{r}) = 0 \quad \text{(for holes)}.\end{aligned}}$$

يُمثِّل الحد الأول والثاني والثالث : **(4 درجات)**

ثانياً– لدينا في معادلات الاستمرارية الحدّان G و R المرتبطان بمعدَّلات توليد حاملات الشحنة وإعادة اتحادها على الترتيب. يمكن للأزواج (إلكترون– ثقب) أن تتولّد في جسم صلب باستخدام مؤثرات خارجية؛ كالتشعيع الضوئي للجسم الصلب، والترجّحات الحرارية، والقذف الإلكتروني، الخ. وتقليدياً، بمقدور العمليات الداخلية؛ كالتأيّن الصدمي، أن تولّد أزواج (إلكترون– ثقب) أيضاً. عدد الأزواج المتولّدة في وحدة الزمن بوساطة مثل هذه العمليات هو معدَّل التوليد G.

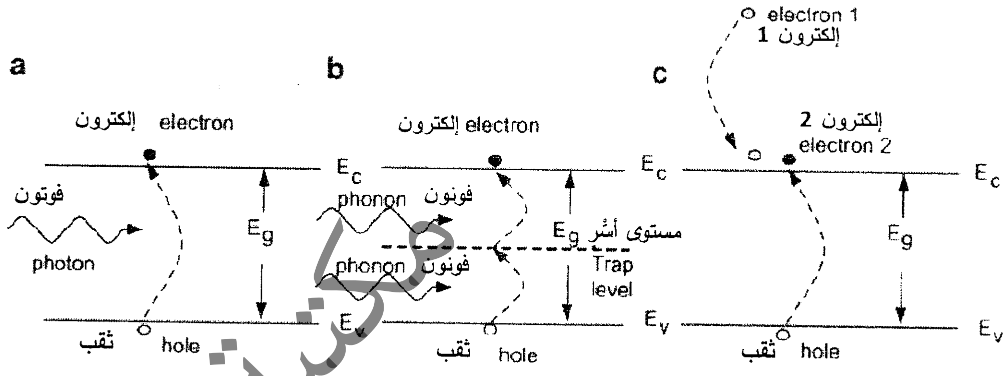
ومن جهة أخرى، يمكن فناء الأزواج (إلكترون– ثقب) عند اتحاد إلكترون مع ثقب وإصدار أثناء هذه العملية ضوءاً أو حرارةً؛ كما يمكن فنائها بطريقة **إعادة اتحاد أوجيه**. وعدد الأزواج المُعاد اتحادها في وحدة الزمن هي معدَّل إعادة الاتحاد R: الشحنة المحصّلة مُصانة في كلٍ من عمليات التوليد وإعادة الاتحاد لأن الإلكترون والثقب يملكان شحنتين متساويتين بالقيمة ومتعاكستين بالإشارة. وهذا يتفق مع قانون انحفاظ الشحنة. من المهم الإشارة إلى أنّه، أينما تولّد إلكترون يتولّد ثقب أيضاً، وأينما فنى إلكترون يفنى ثقب معه. ولذلك، من الواضح أنَّ $G_n(\vec{r},t) = G_p(\vec{r},t)$.

يُمتص الضوء في نصف الناقل في عملية التوليد المتحرّض ضوئياً، والمعروف بالتوليد المشّع أيضاً، لتأمين طاقةٍ لقطع رابطة تساهمية بين الذرات وتحرير إلكترون ليُصبح حر الحركة في نصف الناقل. تظهر هذه العملية على شكل امتصاص فوتون لإثارة إلكترون من عصابة التكافؤ إلى عصابة الناقلية، مخلفاً ورائه ثقباً في عصابة التكافؤ، وهذا ما يوضحه الشكل (a).

وفي **عملية التوليد المتحرّضة حرارياً**، يمتص الإلكترون في عصابة التكافؤ فونوناً مرتبطاً باهتزازات الشبكة البلّورية الحرارية فيُثار إلى مستوى مصيدةٍ (أسْرٍ) في فجوة الطاقة.

بما طاقة الفونونات أقل بكثير عادةً من طاقة الفوتونات، فإنَّ انتقالاً مباشراً من عصابة التكافؤ إلى عصابة الناقلية غير ممكن ما لم يمتلك نصف الناقل فجوة طاقة صغيرة جداً. وعندها، بمقدور الإلكترونات المأسورة امتصاص فونون آخر لتصل إلى عصابة الناقلية. يمكن لهذه العملية المتعددة الفونونات أن تُثير إلكترونات من عصابة التكافؤ إلى عصابة الناقلية بعدة خطوات وتُسبب توليد أزواج (إلكترون– ثقب)، وهذا ما يوضحه الشكل (b).

يمكن توليد أزواج (إلكترون– ثقب) أيضاً عن طريق العمليات الداخلية؛ كالتأيّن الصدمي، حيث يصدم إلكترون طاقته الحركية كبيرة ذرةً، فيقطع رابطة وينتزع منها إلكتروناً (نسميه إلكتروناً فائضاً) مخلفاً وراءه ثقباً. تظهر هذه العملية في مخطط عصابات الطاقة؛ كإلكترون مرتفعٍ في عصابة الناقلية (طاقته الحركية كبيرة) يسقط في عصابة الناقلية، فتُمتص الطاقة المتحررة لتُثير إلكتروناً من عصابة التكافؤ إلى عصابة الناقلية مُخلفاً وراءه ثقباً في عصابة التكافؤ)، وهذا ما يوضحه الشكل (c).

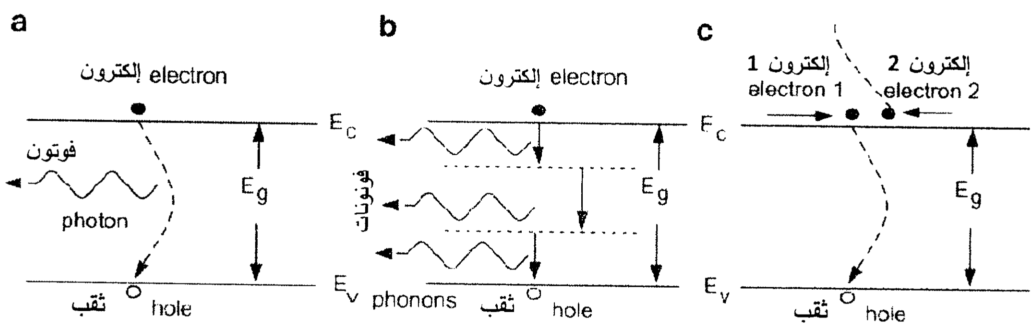


تربط إعادة الاتحاد بين إلكترون وثقب، يفني أحدهما الآخر. وتظهر هذه العملية في مخطط عصابات الطاقة كسقوط إلكترونٍ من عصابة الناقلية في عصابة التكافؤ (بخطوة واحدة أو بعدة خطوات)، يترافق بتحرير طاقة وفناء ثقبٍ في عصابة التكافؤ. يمكن للطاقة المتحررة أن تكون على شكل ضوء (فوتون) أو حرارة (فونونات)؛

وتسمى الحالة الأولى **بإعادة الاتحاد المُشِع** والثانية **بإعادة الاتحاد اللامُشِع.**

يمكن تحقيق العمليات المُشِعة بقفزة وحيدة بحيث تساوي طاقة الفوتون الصادر لفجوة الطاقة أو أكبر منها. إذا توفرت في فجوة الطاقة حالات طاقية أي توجد مستويات طاقة مسموحة في فجوة الطاقة لنصف ناقل ناتجة من الشوائب والعيوب البلّورية، فمن الممكن أن يقوم الإلكترون الساقط بعدة قفزات إلى جانب التوقفات في الحالات الطاقية (الموافقة لحفر الكمون لتلك الشوائب والعيوب البلّورية) في فجوة الطاقة. وهنا يمكن أن تصدر فوتونات ويمكن ألاّ تصدر خلال أي من القفزات، ولكن بما أنَّ فرق الطاقة بين الحالة البدائية والحالة النهائية للإلكترون في بداية القفزة ونهايتها أقل من فجوة الطاقة، فإنَّ طاقة الفوتون الصادر – إنْ صدر – ستكون أقل من فجوة الطاقة. غير أنَّ احتمال إصدار فوتون أثناء عملية الانتقال بين الحالات الطاقية في فجوة الطاقة ضعيف عادةً. وبما أنَّ طاقة الفونون في نصف الناقل أقل بكثير من فجوة الطاقة، فلا يصدر فونون بعملية وحيدة القفزة عادةً. وهكذا، يساعد وجود الحالات (الناتجة من الشوائب والعيوب) في فجوة الطاقة على العمليات اللامشعة (إصدار فونوني) في حين أنَّ غيابها يحظرها. تُفضَّل ليزرات أنصاف النواقل التي تُصدر خلال العمليات المُشِعة ضوءاً أن تكون كل عمليات إعادة الاتحاد مشعةً ولا تُفضَّل تلك غير المشعة. في الواقع، تُعرَّف الكفاءة الكمومية الداخلية لليزرٍ نصف ناقلٍ بأنها نسبة معدَّل إعادة الاتحاد المُشِع إلى المعدَّل الكلّي لإعادة الاتحاد (المُشِع واللامُشِع). ومن ثمَّ، لكي نجعل هذه الكفاءة كبيرة يجب سحق العمليات اللامُشِعة، ولتحقيق ذلك يجب إزالة الحالات من فجوة الطاقة باستعمال مواد نصف ناقلة مثالية وعالية النقاوة.

وأخيراً، ثمة عملية إعادة اتحاد أخرى مهمة تُعرف **بإعادة اتحاد أوجيه** Auger حيث يصدم خلالها إلكترونان من عصابة الناقلية بعضهما بعضاً، فيحصل أحدهما على طاقة من التصادم ويرتقي إلى مستويات أعلى في عصابة الناقلية في حين يفقد الآخر طاقة



ويسقط في عصابة التكافؤ حيث يتحد مع ثقبٍ. تُصان الطاقة الكليّة في عملية التصادم أي الطاقة التي اكتسبها أحد الإلكترونين تساوي الطاقة التي فقدها الآخر. من الواضح، أنَّ هذه العملية معاكسة للتأين الصدمي. وطالما لا يصدر ضوء هنا فهذه العملية شكل من أشكال إعادة الاتحاد اللامشع. يوضح الشكل (a,b,c) عمليات إعادة الاتحاد المُشِعة واللامُشِعة وأوجيه، على الترتيب.

يمكن أن تحدث عمليات مشعة (إعادة اتحاد وتوليد) بفعالية فقط فيما يسمى أنصاف النواقل ذات "فجوة الطاقة المباشرة"؛ مثل GaAs، وهي لن تحصل بفعالية في أنصاف النواقل ذات "فجوة الطاقة اللامباشرة"؛ مثل السيلكون والجرمانيوم.

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: 35 درجة

مفهو ضمن الشروط المعطاة في المسألة، $e\varphi << k_B T$، الفارق $(e\varphi - E_{c0})$ يكون صغيراً، ومن ثمَّ لا بد من أخذ الحد الأُسّي في هذه الدراسة بالحسبان حيث نقوم بنشره في سلسلة وفق الآتي: 4 درجات

$$\mathrm{e}^{-\frac{e\varphi}{k_B T}} = 1 - \frac{e\varphi}{k_B T} + \frac{1}{2}\left(\frac{e\varphi}{k_B T}\right)^2 + \ldots$$

نكتفي هنا بالحدين الأول والثاني من السلسلة فنحصل على علاقة كثافة الشحنة الحجمية الآتية:

$$\rho = e n_0 \left[1 - \left(1 - \frac{e\varphi}{k_B T}\right)\right] = \frac{e^2 n_0}{k_B T}\varphi ,$$

حيث اعتمدنا هنا القيمة المطلقة للكمون φ، ولكن إذا أخذنا بالحسبان أن $\varphi < 0$ في الحالة الراهنة، فإن:

$$\rho = -\frac{e^2 n_0}{k_B T}\varphi .$$

وعندها تأخذ معادلة بواسّون الشكل الآتي: 6 درجات

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n^2} = \frac{e^2 n_0}{k_B T \varepsilon \varepsilon_0}\varphi .$$

وبإدخال الرمز المسمى طول حجب ديباي الآتي

$$L_{sc} = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0 k_B T}{e^2 n_0}} .$$

إلى المعادلة الأخيرة، فإنها تُصبح من الشكل:

$$\boxed{\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n^2} - \frac{1}{L_{sc}^2}\varphi = 0 .}$$

والحل العام لهذه المعادلة من الشكل

$$\boxed{\varphi = C_1\, \mathrm{e}^{\frac{x}{L_{sc}}} + C_2\, \mathrm{e}^{-\frac{x}{L_{sc}}} .}$$

نختار اتجاه حساب البعد x من المعدن نحو عمق نصف الناقل:

بفرض أن $\varphi = 0$ في العمق نجد $C_1 = 0$ والثابت الثاني $C_2 = \varphi_0$ حيث φ_0 هي القيمة المطلقة للكمون، عندما $x = 0$، والذي نختاره انطلاقاً من الشرط الذي من أجله تُصبح المتراجحة $e\varphi << k_B T$ محققة، أي من أجل ما يسمى **المجال شبه- المعتدل كهربائياً.** درجتان

إذا امتد هذا المجال حتى يصل السطح تماماً، فإن $\varphi_0 = \varphi_s$، ومن ثمَّ نحصل من أجل الطبقة شبه- المعتدلة على العلاقة الآتية: درجتان

$$\boxed{\varphi = \varphi_0 \, e^{-\frac{x}{L_{sc}}}}.$$

وهكذا نجد أن طول حجب ديباي L_{sc} يُمثِّل عمق أو مدى تغلغل الحقل الكهربائي في المجال شبه- المعتدل كهربائياً، الذي تتناقص فيه القيمة المطلقة للكمون e مرة. درجتان

فمن أجل Ge لدينا: 6 درجات

$$L_{sc}\big|_{Ge} = \sqrt{\frac{16\left(8.85\times10^{-14}\ \text{F/cm}\right)\left(1.38\times10^{-23}\ \text{J/K}\right)\left(300\ \text{K}\right)}{\left(1.9\times10^{-19}\ \text{C}\right)^2\left(10^{14}\ \text{cm}^{-3}\right)}} = 4\times10^{-5}\ \text{cm}.$$

ومن أجل Si

$$L_{sc}\big|_{Si} = \sqrt{\frac{11\left(8.85\times10^{-14}\ \text{F/cm}\right)\left(1.38\times10^{-23}\ \text{J/K}\right)\left(300\ \text{K}\right)}{\left(1.9\times10^{-19}\ \text{C}\right)^2\left(10^{10}\ \text{cm}^{-3}\right)}} = 334.13\times10^{-5}\ \text{cm}.$$

إذن، طول حجب ديباي في السيلكون أكبر منه في الجرمانيوم بنحو 83 مرة بسبب قلة حاملات الشحنة الكهربائية الأساسية في نصف الناقل السيلكوني على وجه الخصوص.

حاجز شوتكي هو طبقة مجَّردة من حاملات الشحنة الحرة وتحوي شحنات مقيدة فقط تتشكل عادةً عند تماس نصف ناقل مع معدن أو نصف ناقل مع نصف ناقل آخر، ويكون التركيب الذري له من نفس التركيب الذي تتمتع به مادة نصف الناقل، ولذلك يسمى حاجزاً فيزيائياً، فضلاً عن أن سماكته متغيرة مع البعد. أما الحاجز الكيميائي فيشبه الحاجز الفيزيائي من حيث التشكّل ولكنه يختلف عنه في أن تركيبه الذري مختلف عن تركيب مادة نصف الناقل وسماكته ثابتة، ولا تتغير حتى في شروط عدم التوازن.

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

مشاط

2022

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الفيزياء	امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل** لطلاب السنة الرابعة فيزياء للعام الدراسي 2020-2021/**الدورة التكميلية**	الاسم: المدة: **ساعتان** العلامة القصوى: **90** درجة

السؤال الأول: (32 درجة)

أولاً– عرّف درجة حرارة ديباي واكتب العلاقة الموافقة لها مع شرح المدلول الفيزيائي لها.

ثانياً– يُعطى التركيز الكلّي للفونونات الصوتية بالعلاقة $N_{ph}=\dfrac{3}{2\pi^2\overline{\upsilon}_s^{-3}}\left(\dfrac{k_BT}{\hbar}\right)^3\displaystyle\int_0^{\Theta_D/T}\dfrac{x^2dx}{(e^x-1)}$ حيث $x=\hbar\omega/k_BT$، والمطلوب دراسة هذه العلاقة في درجات الحرارة المنخفضة ثمَّ في درجات الحرارة المرتفعة. ماذا تستنتج؟.

ثالثاً– وضّح متى تتحرض الفونونات الصوتية والفونونات الضوئية وما هو الفارق بينهما.

السؤال الثاني: (23 درجة)

أولاً– اشرح الظواهر الكهرحرارية الآتية: مفعول سيبك– مفعول بيلتيه– مفعول طومسون.

ثانياً– اذكر أهمية كلٍ من المفاعيل الثلاثة المذكورة في الطلب السابق في أنصاف النواقل والمعادن بالتفصيل.

السؤال الثالث: (35 درجة)

أولاً– اشرح مفهوم الوصلة الإلكترونية– الثقبية والشحنة الحجمية ثمَّ وضّح متى تكون الوصلة حادة ومتى تكون سلسة مع ذكر العمليات التي تحدث عند السطح الفاصل بين المجالين n و p بالتفصيل موضحاً إجابتك بالرسم عند اللزوم.

ثانياً– ارسم مخطط عصابات الطاقة ومنحني الكمون من أجل الوصلة p-n في حالة التوازن موضّحاً كيفية حصول كل منهما وما علاقة مقدار تقوّس عصابات الطاقة بفرق الكمون التماسي.

ثالثاً– أثبت أنّ صحة العلاقة $eV_c=k_BT\ln(n_{n_0}/n_{p_0})=k_BT\ln(p_{p_0}/p_{n_0})$ ؛ ماذا تستنتج؟.

رابعاً– وضّح تأثير تطبيق حقل كهربائي خارجي على تقوّس عصابات الطاقة في الاتجاهين الأمامي والعكسي باختصار.

ملاحظة: للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة

تمنياتي لجميع الطلاب بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2021/09/30

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل**
لطلاب السنة **الرابعة فيزياء**
للعام الدراسي 2020-**2021**/الدورة الامتحانية **الثانية**

الاسم:
المدة: **ساعتان**
العلامة القصوى: **90 درجة**

السؤال الأول: (20 درجة)

أولاً– عرّف درجة حرارة ديباي واكتب العلاقة الموافقة لها.

ثانياً– يُعطى التركيز الكلّي للفونونات الصوتية بالعلاقة $N_{ph}=\dfrac{3}{2\pi^2\overline{\upsilon}_s^{3}}\left(\dfrac{k_BT}{\hbar}\right)^3\displaystyle\int_0^{\Theta_D/T}\dfrac{x^2dx}{(e^x-1)}$ حيث $x=\hbar\omega/k_BT$، والمطلوب دراسة علاقة التركيز هذه في درجات الحرارة المنخفضة ثمَّ في درجات الحرارة المرتفعة. ماذا تستنتج؟.

ثالثاً– ما هو الفارق بين الفونونات الصوتية والفونونات الضوئية ومتى تتحرَّض كل منها.

السؤال الثاني: (35 درجة)

ليكن لدينا عيّنة– مقاومة على شكل متوازي مستطيلات واقعة في حقلٍ مغنطيسيٍ $\vec{B}(\vec{r},t)$ موجَّهٍ باتجاه المحور-z؛ يُطبَّق بين طرفيها حقل كهربائي $\vec{\mathrm{E}}(\vec{r},t)$ على طول المحور-x العمودي على المحور-z.

أولاً– اشرح ماذا يحدث في هذه العيّنة– المقاومة إذا وصلنا طرفيها كهربائياً (أي قصرناها).

ثانياً– إذا علمت أنَّ سرعة الإلكترون $\vec{\upsilon}(\vec{r},t)$ في العيّنة في الموضع $\vec{r}$ والزمن t تحقق المعادلة:

$$m_n^*\frac{d\vec{\upsilon}(\vec{r},t)}{dt}=-e\left[\vec{\mathrm{E}}(\vec{r},t)-\vec{\upsilon}_n(\vec{r},t)\times\vec{B}(\vec{r},t)\right]+\vec{F}_{\text{scat}}(\vec{r},t)$$

فوضِّح ماذا تُمثِّل الحدّود الواقعة في الطرف الأيمن لهذه المعادلة؟

ثالثاً– اكتب المعادلة المعطاة في الحالة المستقرة ثمَّ استنتج مركبات السرعة الثلاثة، علماً بأن $\vec{\mathrm{E}}(\vec{r})=\mathrm{E}_x(\vec{r})\,\hat{x}+\mathrm{E}_y(\vec{r})\,\hat{y}+\mathrm{E}_z(\vec{r})\,\hat{z}$، و $\vec{\upsilon}(\vec{r})=\upsilon_x(\vec{r})\,\hat{x}+\upsilon_y(\vec{r})\,\hat{y}+\upsilon_z(\vec{r})\,\hat{z}$، و $\vec{B}(\vec{r})=B(\vec{r})\,\hat{z}$.

رابعاً– أثبت صحة العلاقتين $\rho_{xx}(\vec{r})=\rho_{yy}(\vec{r})=\dfrac{1}{\sigma_n(\vec{r})}$ و $\rho_{xy}(\vec{r})=\rho_{yx}(\vec{r})=\dfrac{\mu_n(\vec{r})B(\vec{r})}{\sigma_n(\vec{r})}=\dfrac{B(\vec{r})}{en(\vec{r})}$ – ثمَّ وضِّح المعنى الفيزيائي لكل منهما مع ذكر الفائدة من العلاقة الثانية.

السؤال الثالث: (35 درجة)

أولاً– اشرح مفهوم الوصلة الإلكترونية– الثقبية والشحنة الحجمية ثمَّ وضّح متى تكون الوصلة حادة ومتى تكون سلسة مع ذكر العمليات التي تحدث عند السطح الفاصل بين المجالين n و p بالتفصيل موضحاً إجابتك بالرسم عند اللزوم.

ثانياً– ارسم مخطط عصابات الطاقة ومنحني الكمون من أجل الوصلة p-n في حالة التوازن موضِحاً كيفية حصول كل منهما وما علاقة مقدار تقوّس عصابات الطاقة بفرق الكمون التماسي.

ثالثاً– أثبت أنَّ صحة العلاقة $eV_c=k_BT\ln\left(n_{n_0}/n_{p_0}\right)=k_BT\ln\left(p_{p_0}/p_{n_0}\right)$؛ ماذا تستنتج؟.

رابعاً– وضّح تأثير تطبيق حقل كهربائي خارجي على تقوّس عصابات الطاقة في الاتجاهين الأمامي والعكسي باختصار.

ملاحظة: للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة

تمنياتي لجميع الطلاب بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2021/07/11

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

سلم توزيع الدرجات على أجوبة امتحان مقرر أنصاف النواقل للدورة الفصلية الثانية 2021/2020

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: 20 درجة

أولاً– (4 درجات) درجة حرارة ديباي هي درجة حرارة **مميّزة** للجسم الصلب وعندها تتحرَّض كل الفونونات الصوتية والضوئية **وتوافق** درجة الحرارة التي بانخفاضها اللاحق يُلاحظ انخفاض السعة الحرارية للجسم الصلب وتُعطى بنسبة الطاقة الحرارية إلى ثابت بولتزمان $\Theta_D = \hbar\omega_{\max}/k_B$ حيث التواتر الأعظمي للاهتزازات الصوتية الطولانية.

ثانياً– (4 درجات) في مجال في درجات الحرارة **المنخفضة**، تتحقق المتراجحة $T \ll \Theta_D$ وعندها يمكن استبدال الحد العلوي للتكامل في المعادلة المعطاة باللانهاية، فنحصل على المساواة

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{\left(e^x - 1\right)} = \frac{\pi^2}{3} \qquad \text{ومن ثمَّ} \qquad N_{ph} = \frac{1}{2}\left(\frac{k_B}{\upsilon_s \hbar}\right)^3 T^3$$

(4 درجات) في مجال درجات الحرارة **المرتفعة**، تتحقق المتراجحة $T \gg \Theta_D$ ومن ثمَّ $x \ll 1$، وعندها يمكن نشر المقدار e^x في سلسلة والاكتفاء بالحدين الأول والثاني من المنشور، فنحصل على المساواة

$$\int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \int_0^{\Theta_D/T} x dx = \frac{1}{2}\left(\frac{\Theta_D}{T}\right)^2,$$

وعندها تؤول العلاقة المعطاة إلى الشكل

$$N_{ph} = \frac{3\Theta_D^2}{4\pi^2}\left(\frac{k_B}{\hbar \upsilon_s}\right)^3 T.$$

بهذه الطريقة نجد، في درجات الحرارة المنخفضة، أن المقدار N_{ph} يتناسب **طردياً مع المرتبة الثالثة** لدرجة الحرارة، وفي درجات الحرارة المرتفعة، يتناسب خطّياً مع درجة الحرارة. **(درجتان)**

بشكل مشابه، يمكن إجراء الحساب من أجل شبكات بلّورية معقدة التي من الممكن أن تتهيَّج فيها الاهتزازات الضوئية. وعندها، يؤخذ بالحسبان، أن الاهتزازات الضوئية تتهيَّج في درجات الحرارة المرتفعة نسبياً، طالما أن تواتراتها أكبر من تواتر الاهتزازات الصوتية. وفي الكثير من الحالات، يمكن عدّ تواتر الاهتزازات الضوئية **ثابتاً** في كامل مجال تغيّر العدد الموجي **(درجتان)**.

ثالثاً– (4 درجات) الاهتزازات الصوتية تتوافر في البلّورات الحجمية ذات **شبكة برافيه** فقط والتي تحوي ذرة واحدة في الخلية الأولية، كما في حالة السلاسل الخطّية (المتجانسة) البسيطة، أمَّا الاهتزازات الضوئية التي **تواتراتها ثابتة تقريباً** في منطقة بريلوان الأولى فتظهر في الشبكات الأكثر تعقيداً كتلك التي تمتلك البنية البلّورية الماسية نتيجة اهتزاز إحدى الشبكتين الجزئيتين على تعاكس بالطّور بالنسبة للشبكة الجزئية الأخرى كبلورة السيلكون والجرمانيوم.

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: 35 درجة

أولاً– (4 درجات) إنَّ تطبيق الحقل الكهربائي بين طرفي المقاومة المدروسة على طول المحور-x، **يخلق تياراً يتدفق في الاتجاه-x** ذاته. وبما أنَّ الحقل المغنطيسي يؤثر بقوة لورانتس على الإلكترون في الاتجاه-y، فإن **مساره سينحني** (بحيث تنمو وتظهر سرعته وفق المركبة-y) وبالنتيجة **ستتراكم** الإلكترونات عند إحدى طرفي المقاومة. ومن ثمَّ **تكوّن** الشحنة "المتراكمة" هذه حقلاً كهربائياً على طول الاتجاه-y، والذي بدوره **يسبب تياراً** يتدفق في **الاتجاه-y** إذا وصلنا طرفي المقاومة كهربائياً.

ثانياً– (4 درجات) يُمثّل الحدّان الأول والثاني قوتي تأثير الحقلين الكهربائي والمغنطيسي المؤثرتان في حركة الإلكترونات في الموقع $\vec{r}$ واللحظة الزمنية t، في المقاومة المدروسة، أمّا الحدّ الثالث فيُمثّل $F_{\text{scat}}(\vec{r},t)$ **قوة التبعثر الموضعي** التي يتعرّض لها الإلكترون في الموقع $\vec{r}$ واللحظة الزمنية t، حيث $\vec{B}(\vec{r},t)$ كثافة التدفق المغنطيسي في ذلك الموقع وتلك اللحظة، و $-e$ هي شحنة الإلكترون و $m_n^*(\vec{r},t)$ الكتلة الفعّالة الموضعية للإلكترون التي فرضنا أنّها تابعة للزمن بحكم التعميم.

ثالثاً– (7 درجات) تأخذ المعادلة المعطاة في الحالة المستقرة الشكل **(درجتان)**

$$e\left[\vec{\mathrm{E}}(\vec{r})-\vec{\upsilon}_n(\vec{r})\times\vec{B}(\vec{r})\right]=-\frac{m_n^*\vec{\upsilon}_n(\vec{r})}{\tau_n(\vec{r})}.$$

ومن ثمّ مركبات السرعة تأخذ الشكل الآتي: **(5 درجات)**

$$\upsilon_x(\vec{r})=-\frac{e\tau_n(\vec{r})}{m_n^*}\left[\mathrm{E}_x(\vec{r})-\upsilon_y B(\vec{r})\right]=-\mu_n(\vec{r})\left[\mathrm{E}_x(\vec{r})-\upsilon_y B(\vec{r})\right]$$

$$\upsilon_y(\vec{r})=-\frac{e\tau_n(\vec{r})}{m_n^*}\left[\mathrm{E}_y(\vec{r})+\upsilon_x B(\vec{r})\right]=-\mu_n(\vec{r})\left[\mathrm{E}_y(\vec{r})+\upsilon_x B(\vec{r})\right]$$

$$\upsilon_z(\vec{r})=-\frac{e\tau_n(\vec{r})}{m_n^*}\mathrm{E}_z(\vec{r})=-\mu_n(\vec{r})\mathrm{E}_z(\vec{r}),$$

رابعاً– (20 درجة) لفعل ذلك نكتب العلاقتين الأولى والثانية في جملة المعادلات الأخيرة بالشكل **(درجتان)**

$$\upsilon_x(\vec{r})=-\mu_n(\vec{r})[\mathrm{E}_x(\vec{r})-\upsilon_y B(\vec{r})]$$
$$\upsilon_y(\vec{r})=-\mu_n(\vec{r})[\mathrm{E}_y(\vec{r})+\upsilon_x B(\vec{r})].$$

أو بالشكل **(درجتان)**

$$-\frac{1}{\mu_n(\vec{r})}\upsilon_x(\vec{r})+B(\vec{r})\upsilon_y(\vec{r})=\mathrm{E}_x(\vec{r});$$

$$-B(\vec{r})\upsilon_x(\vec{r})-\frac{1}{\mu_n(\vec{r})}\upsilon_y(\vec{r})=\mathrm{E}_y(\vec{r}).$$

ثمّ نجعلهما على شكل مصفوفة وفق الآتي: **(درجتان)**

$$\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{\mu_n(\vec{r})} & B(\vec{r})\\ -B(\vec{r}) & -\dfrac{1}{\mu_n(\vec{r})}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\upsilon_x(\vec{r})\\ \upsilon_y(\vec{r})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathrm{E}_x(\vec{r})\\ \mathrm{E}_y(\vec{r})\end{bmatrix}.$$

وباستخدام المعادلة، $\vec{J}_n(\vec{r})=-n(\vec{r})e\,\mu_n(\vec{r})\vec{\mathrm{E}}(\vec{r})$، يمكننا كتابة المصفوفة بالشكل: **(درجتان)**

$$\begin{bmatrix}\dfrac{1}{\mu_n(\vec{r})} & -B(\vec{r})\\ B(\vec{r}) & \dfrac{1}{\mu_n(\vec{r})}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}J_x(\vec{r})/en(\vec{r})\\ J_y(\vec{r})/en(\vec{r})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathrm{E}_x(\vec{r})\\ \mathrm{E}_y(\vec{r})\end{bmatrix}.$$

وأخيراً، يمكننا باستخدام المعادلة $\sigma_n(\vec{r})=n(\vec{r})e\,\mu_n(\vec{r})$ أو المعادلة $1/\mu_n(\vec{r})=-n(\vec{r})e/\sigma_n(\vec{r})$، كتابة المصفوفة الآتية: **(درجتان)**

$$\frac{1}{\sigma_n(\vec{r})}\begin{bmatrix}1 & -\mu_n(\vec{r})B(\vec{r})\\ \mu_n(\vec{r})B(\vec{r}) & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}J_x(\vec{r})\\ J_y(\vec{r})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathrm{E}_x(\vec{r})\\ \mathrm{E}_y(\vec{r})\end{bmatrix}.$$

ومن جهة أخرى يُعرّف تنسور المقاومة النوعيّة $[\rho_n(\vec{r})]$ بالشكل الآتي: **(درجتان)**

$$\begin{bmatrix} \rho_{xx}(\vec{r}) & \rho_{xy}(\vec{r}) \\ \rho_{yx}(\vec{r}) & \rho_{yy}(\vec{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x(\vec{r}) \\ J_y(\vec{r}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{E}_x(\vec{r}) \\ \mathrm{E}_y(\vec{r}) \end{bmatrix},$$

والذي يُعطي المساواة الآتية من خلال المقارنة بين التنسورين الأخيرين:

$$\rho_{xx}(\vec{r}) = \rho_{yy}(\vec{r}) = \frac{1}{\sigma_n(\vec{r})}$$

$$-\rho_{xy}(\vec{r}) = \rho_{yx}(\vec{r}) = \frac{\mu_n(\vec{r})B(\vec{r})}{\sigma_n(\vec{r})} = \frac{B(\vec{r})}{en(\vec{r})}.$$

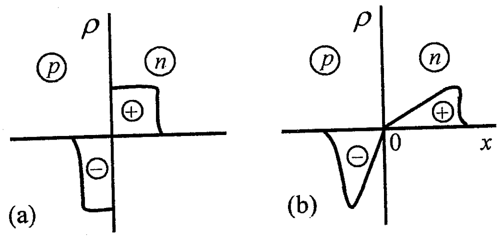
وهو المطلوب.

تسمى المقاومة النوعيّة القطرية (أي $\rho_{xx} = \mathrm{E}_x / J_x\big|_{J_y=0}$) **بالمقاومة النوعيّة الطولانيّة** والمقاومة النوعيّة اللاقطرية (أي $\rho_{yx} = \mathrm{E}_y / J_x\big|_{J_y=0}$) **بمقاومة هول النوعيّة. (4 درجات)**

والمقاومة الأخيرة **تتناسب خطياً** مع كثافة التدفق المغنطيسي، $B(\vec{r})$، **وثابتة التناسب هذه تتعلق** بالتركيز الإلكتروني فقط، $n(\vec{r})$. ومن ثمَّ، سيسمح لنا قياس ثابت التناسب هذا، المسمَّى **بثابتة هول، بتعيين** التركيز الوسطي لحاملات الشحنة في العيّنة المدروسة. وإذا توفّر نوعان من حاملات الشحنة في العيّنة، الإلكترونات والثقوب على وجه الخصوص، فإن المسألة تتعقد بعض الشيء؛ ولكن ما دام هناك نوع واحد فقط من حاملات الشحنة أو نوعان يسيطر أحدهما على الآخر (أي أنَّ تعداد أحدهما أكبر بكثير من تعداد النوع الآخر). **(4 درجات)**

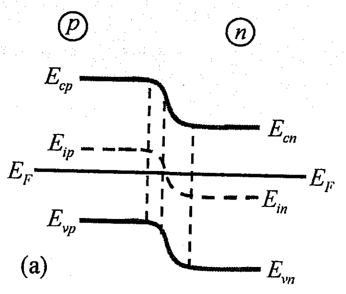
يُعدُّ قياس هول طريقة بسيطة لقياس تركيز حاملات الشحنة الأكثرية في العيّنة المدروسة. وتجرى التجربة بقياس الجهد V_y بين الطرفين العرضيين للعيّنة بمقياس فولط أثناء تطبيق حقل مغنطيسي في الاتجاه-z ومرور تيار كهربائي في الاتجاه-x باستعمال منبع تيار. وطالما أنَّ مقياس فولط المثالي يمتلك ممانعة لانهائية، فإنه لن يستجر تياراً، بحيث يبقى $J_y = 0$. ويُقيَّم الحقل الكهربائي، E_y، من العلاقة $\mathrm{E}_y = V_y / W$، حيث W عرض العيّنة. وتُقاس كثافة التيار J_x بمقياس أمبير. ومن ثمَّ نحصل على مقاومة هول النوعيّة، $\rho_{yx} = \mathrm{E}_y / J_x\big|_{J_y=0}$. وبقياس هذه الكمية من أجل كثافات تدفق مختلفة يمكننا الحصول على ثابتة هول ومنها على تركيز حاملات الشحنة طالما أنَّ العيّنة أحادية القطبية أو ثنائية القطبية، ولكن إحدى النوعين يسيطر على الآخر.

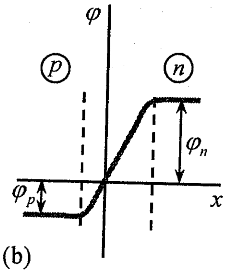
توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: 35 درجة



أولاً- (14 درجة) تسمّى طبقة نصف الناقل المتوضعة على جانبي الحدّ الفاصل بين المجالين من النوع-n والنوع-p والفقيرة **بالحاملات الأساسية** للشحنة، والتي تُعدُّ طبقةً مقفلةً، **وصلة إلكترونية- ثقبية** ويُرمز لها بالرمز "وصلة-p-n". **(3 درجات)**

تبعاً لسلوك توزّع الشوائب، نميّز بين الوصلة الحادة والوصلة السَّلسَّة حيث **يتغيّر تركيز المانحات والآخذات** في الوصلة المتدرجة مع المسافة على شكل **قفزةٍ** عند الحدّ الفاصل بين المجالين n و p، وفي الوصلة **السلسة تتغيّر تراكيزها خطّياً مع المسافة**، كما يوضح الشكلان (a,b) المجاوران.





ويمكن تكوين الوصلة p-n الحادة نسبياً، في البلّورة، **عند انصهار الشائبة** والسلسة **عند انتشار** هذه الشائبة. **(4 درجات)**

بما أنه يوجد تدرجٌ لتركيز الحاملات الحرة للشحنة عند السطح الفاصل بين المجالين n و p، فإنه تحدث **عملية انتشارٍ** للإلكترونات إلى المجال-p وانتشارٍ للثقوب إلى المجال-n، مما يؤدي إلى إفقار الطبقتين السطحيتين الحدوديتين بالحاملات الأساسية للشحنة، أي تجريدهما منها، ومن ثمّ نشوء شحنات حجمية بإشارتين متعاكستين. **(3 درجات)**

تتشكل في الوصلة p-n **الحادة** طبقات فقيرة ذات شحنة حجمية **متدرِّجة**

وتتشكل في الوصلة p-n **السلسة**، طبقات فقيرة ذات شحنة حجمية **خطّية**، كما يوضح الشكلان (a,b) المجاوران:

توافق الأشكال المجاورة الحالة التي يكون من أجلها تركيز **الآخذات** في المجال الثقبي **أكبر** من تركيز المانحات في المجال الإلكتروني، $N_a > N_d$ ؛ إذْ تكون سماكة طبقة الشحنة الحجمية السالبة أصغر من سماكة طبقة الشحنة الحجمية الموجبة؛

ويمكن أن تحدث الحالة المعاكسة، حيث يكون تركيز المانحات في المجال-n أكبر من تركيز الآخذات في المجال-p.

في كل الأحوال، يساوي مجموع الشحنات الحجمية في المجالين n و p الصفر، أي أن المساحتين الواقعتين تحت المنحنيين $\rho(x)$ متساويتان. يُعدُّ **في نظرية الوصلة p-n** عادةً، تركيز الحاملات المتوازنة للشحنة في نصف الناقل خارج الوصلة p-n مساوياً لتركيز الشوائب، مما يعني أن الشوائب هنا، تكون متأينة تماماً. **(4 درجات)**

ثانياً– (5 درجات) يُعدُّ مستوى فرمي فيه مستوى مشتركاً من أجل مجالات نصف الناقل كافة. ثمّ إن **قاع** عصابة الناقلية في نصف الناقل **الثقبي**، E_{cp} ، **يشغل الموضع الأعلى**، ما يوافق التركيز الأخفض للإلكترونات لأن مستوى فرمي يتوضّع بعيداً عن E_{cp} (تحت E_{ip}). ونلاحظ هنا، أن **مسار الكمون يعاكس مسار عصابات الطاقة، بحيث يبلغ الكمون في الجزء الإلكتروني من نصف الناقل أعلى قيمة** في حين يبلغ الكمون في الجزء الثقبي منه أدنى قيمة له، وعند الانتقال من المجال-n إلى المجال-p **يتناقص الكمون** بمقدار فرق الكمون التماسي، أي بمقدار $V_c = \varphi_p + \varphi_n$، كما يبدو في الشكل (b).

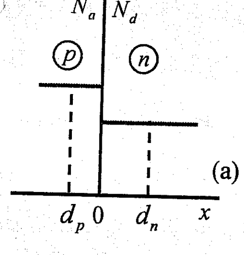
ثالثاً– (10 درجات) بمقدور تقوّس عصابات الطاقة أن يصف فرق الكمون التماسي هذا، ثمّ إنه يساوي **(درجة واحدة)**

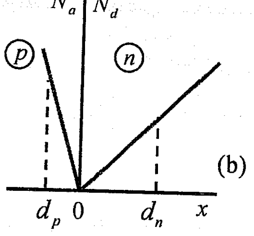
$$\boxed{E_{cp} - E_{cn} = E_{ip} - E_{in} = eV_c\,,} \tag{1}$$

ثمَّ إنَّ:

$$E_{ip} - E_{in} = \left(E_{ip} - E_F\right) + \left(E_F - E_{in}\right); \tag{2}$$

(درجة واحدة)





نوجد هذه الفروق الطاقية $E_{ip} - E_F$ و $E_F - E_{in}$ من علاقتي التراكيز الآتية: **(درجتان)**

$$p_{p_0} = n_i\, e^{-\frac{E_F - E_{ip}}{k_B T}} \qquad \text{و} \qquad n_{n_0} = n_i\, e^{\frac{E_F - E_{in}}{k_B T}}$$

ثمّ نعوِّض عن قيمتيهما في المساواة (2)، فنجد: **(درجتان)**

$$E_{ip}-E_F=k_BT\ln\left(\frac{p_{p_0}}{n_i}\right) \qquad و \qquad E_F-E_{in}=k_BT\ln\left(\frac{n_{n_0}}{n_i}\right)$$

ومنه

$$E_{ip}-E_{in}=k_BT\ln\left(\frac{n_{n_0}p_{p_0}}{n_i}\right)$$

ومن ثمَّ **(درجتان)**

$$E_{ip}-E_{in}=k_BT\ln\left(\frac{n_{n_0}p_{p_0}}{n_i^2}\right)=k_BT\ln\left(\frac{n_{n_0}p_{p_0}}{n_{n_0}p_{n_0}}\right)=k_BT\ln\left(\frac{n_{n_0}p_{p_0}}{n_{p_0}p_{p_0}}\right),$$

ومنه نحصل على العلاقة المطلوبة

$$\boxed{eV_c=k_BT\ln\left(\frac{n_{n_0}}{n_{p_0}}\right)=k_BT\ln\left(\frac{p_{p_0}}{p_{n_0}}\right).}$$

نستنتج من المعادلة الأخيرة أنه، **كلّما اشتد تطعيم مجالي نصف الناقل**، أي كلّما ازداد n_{n_0} و p_{p_0}، **كبُرَ فرق الكمون التماسي**، V_c. أضف إلى ذلك، يمكننا تعيين القيمة القصوى $(eV_c)_{\max}$ في أنصاف النواقل اللامتحللة مباشرةً من مخطط العصابات الطاقية، **(درجتان)**

رابعاً– (6 درجات) إنَّ القطب "الموجب" لمنبع التغذية يُخفِّض المستويات الطاقية في مخطط العصابات الطاقية، أمَّا القطب "السالب" فيرفعها. وعند تطبيق الحقل الكهربائي الخارجي يُخرق التوازن وتُستبدل مستويات فرمي بأشباه– مستويات فرمي. وهنا نُهمل الحقل في عمق نصف الناقل، أي نعتبر العصابات الطاقية مستقيمة من دون ميولٍ (أفقيةً)؛ وعملياً، هذا يعني أن كامل الجهد الخارجي يُسَّلط على الوصلة *p-n*.

فعند تطبيق حقل خارجي في **الاتجاه الأمامي**، **ينخفض** تقوّس العصابات الطاقية في الوصلة *p-n*، ومقدار هذا التقوّس يساوي

$$e\left(V_c-V\right)=e\left(\varphi_p+\varphi_n\right),$$

حيث φ_n و φ_p تغيّرات الكمون في المجالين-*n* و -*p* على الترتيب والمشابهة لتغيّرات φ_n و φ_p.

كما أن شبهي– مستوى فرمي من أجل **الحاملات الأساسية** للشحنة في المجال-*n* $\left(E_{in}\right)$ والمجال-*p*، $\left(E_{ip}\right)$ ينزاحان بالنسبة لبعضهما البعض بمقدار eV، أي إنَّ $E_{Fn}-E_{Fp}=eV$

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل**
لطلاب السنة **الرابعة** فيزياء
للعام الدراسي 2020-**2021**/الدورة الامتحانية **الأولى**

الاسم:
المدة: **ساعتان**
العلامة القصوى: **90** درجة

السؤال الأول: (35 درجة)

ليكن لدينا نصف ناقل غير متحلل يحوي **مانحات وآخذات**، والمطلوب:

أولاً- اشرح ما المقصود بنصف الناقل المعدَّل موضحاً فيما إذا كان يشبه نصف الناقل الذاتي.

ثانياً- اكتب شرط الاعتدال الكهربائي من أجل نصف الناقل المذكور أعلاه حيث تركيز المانحات أعلى من تركيز الآخذات بقليل وذلك عند درجة حرارة **قريبة** من درجة الصفر المطلق مع شرح ما يلزم ثمَّ **استنتج علاقة سوية فيرمي** الموافقة.

ثالثاً- أوجد علاقة تركيز الحاملات الأساسية للإلكترونات، n_0، استناداً إلى علاقة فيرمي التي حصلت عليها في الطلب السابق مستفيداً من العلاقة $n_0 = N_c\, e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}$ مع مناقشة ما يلزم. ماذا تستنتج؟.

رابعاً- **اكتب فقط** علاقتي سوية فيرمي وتركيز حاملات الشحنة الكهربائية من أجل نصف ناقل غير متحلل يكون فيه تركيز الآخذات أعلى من تركيز المانحات. ماذا تستنتج؟.

السؤال الثاني: (25 درجة)

أولاً- اشرح الظواهر الكهراحرارية الآتية: مفعول سيبك- مفعول بيلتيه- مفعول طومسون.

ثانياً- اذكر أهمية كلٍ من المفاعيل الثلاثة المذكورة في الطلب السابق في أنصاف النواقل والمعادن بالتفصيل.

السؤال الثالث: (30 درجة)

لنفرض أن شحنة حجمية لجسيمات حرة بإشارة معيّنة قد تشكّلت في حجم نصف ناقل أو عازل، حيث تتصرف حاملات الشحنة فيها بالطريقة التي تناسبها على اعتبار أن الشيء الوحيد الذي يؤثر فيها هو حقل هذه الشحنة الحجمية فقط، والمطلوب دراسة استرخاء العازلية (استرخاء مكسويل) لهذه المادة وإثبات صحة العلاقة $\rho = \rho_0\, e^{-\frac{t}{\tau_M}}$ انطلاقاً من معادلة الاستمرارية مع شرح ما يلزم وذكر المدلول الفيزيائي للرموز الداخلة في العلاقات التي تستخدمها في هذه الدراسة.

ملاحظة: للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة

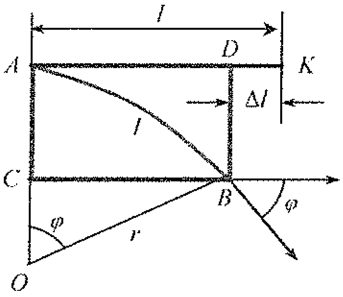
تمنياتي لطلابنا الأعزاء التوفيق والنجاح

طرطوس في 2021/02/23

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

جامعة طرطوس	امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل**	الاسم:
كلية العلوم	لطلاب السنة **الرابعة** فيزياء	المدة: **ساعتان**
قسم الفيزياء	للعام الدراسي **2019-2020**/**الدورة الامتحانية الثانية**	العلامة القصوى: **90** درجة

السؤال الأول: أجب على أحد السؤالين الآتيين (أولاً أو ثانياً): (18 درجة)



أولاً– يوضح الشكل المجاور تغيّر طول المسار الحر لحامل شحنةٍ عند تبعثره في نصف ناقلٍ بوجود حقل مغناطيسي، B، والمطلوب دراسة تغير طول المسار الحر هذا نتيجةً لانحرافه عن اتجاه حقل كهربائي خارجي وإيجاد العلاقة التي تربط هذا التغير بتغيّر المقاومة النوعية لنصف الناقل المدروس.

ثانياً– وضّح متى يُقال عن سويات الطاقة أنها مصائد إعادة اتحاد، ومصائد قنصٍ، وسويات فصلٍ طاقيةٍ **مستخدماً العلاقات** الرياضية الموافقة لذلك ثمّ أوجد العلاقة التي تُحدد موضع سوية الفصل الطاقي الإلكتروني. ماذا تستنتج؟.

السؤال الثاني: (32 درجة) 6 + 26

أولاً– وضّح ما المقصود بكلٍ من نصف الناقل الذاتيّ، والتراكيز المتوازنة لإلكترونات وثقوب الناقلية، والفارق بين تيار الانتشار وتيار الانسياق.

ثانياً– لنفرض أن نصف ناقلٍ إلكتروني معزولٍ يقع عند إضاءته في حالة مستقرة ويحقق المتراجحة $\Delta n << n_0$ ، وتُستعاد حالة التوازن فيه وتُصبح الكثافة الكليّة للتيار صفراً، والمطلوب:

a) كتابة معادلة الكثافة الكليّة للتيار (مع ذكر المسميّات) ثمَّ إيجاد علاقة الحقل الكهربائي المتشكّل في نصف الناقل المدروس **وفق المحور**-x مستفيداً من علاقة اينشتاين.

b) إيجاد معادلة تفاضلية من أجل Δn ثم استنتاج علاقة طول حجب ديباي في نصف الناقل المدروس.

c) كتابة المعادلة الناتجة في الطلب الثاني بدلالة طول حجب ديباي وكتابة حلها العام ثم مناقشة الحل من أجل الشروط الحديّة. أعط تفسيراً فيزيائياً للنتيجة التي تحصل عليها.

السؤال الثالث: (40 درجة) 25 + 15

I. تعطى علاقة سوية فيرمي في أنصاف النواقل اللامتحللة والحاوية **آخذات** بالشكل $E_F = E_a - k_B T \ln\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+\frac{8N_a}{N_v}\,e^{\frac{\Delta E_a}{k_B T}}}-1\right)\right]$ ،

والمطلوب: **أولاً– كتابة** شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة **المنخفضة** مع ذكر مدلول الرموز.

ثانياً– إيجاد علاقة فيرمي انطلاقاً من العلاقة المعطاة في درجات الحرارة **الأكثر انخفاضاً** مع مناقشة ما يلزم.

ثالثاً– إيجاد علاقة تركيز الحاملات الأساسية للثقوب، p_0 ، استناداً إلى علاقة فيرمي التي حصلت عليها في الطلب السابق.

رابعاً– إيجاد علاقة فيرمي من أجل **الحدّ العلوي** لدرجات الحرارة المنخفضة ثمَّ شرط الاعتدال الكهربائي الموافق. ماذا تستنتج؟.

II. تعطى في أنصاف النواقل اللامتحللة والحاوية **آخذات** في درجات الحرارة المرتفعة العلاقتان: $p_0 = \frac{N_a}{2}\left(1+\sqrt{1+\frac{4n_i^2}{N_a^2}}\right)$

و $E_F = E_v - k_B T \ln\left[\frac{N_a}{2N_v}\left(1+\sqrt{1+\frac{4n_i^2}{N_a^2}}\right)\right]$ ، والمطلوب: **أولاً– كتابة** شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة **المرتفعة**.

ثانياً– دراسة العلاقتين من أجل حالتين حديتيّن بدلالة n_i **فقط** مع شرح المعنى الفيزيائي.

ملاحظة: للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة

تمنياتي لطلابنا الأعزاء التوفيق والنجاح

طرطوس في 2020/08/09 أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

سلم تصحيح امتحان مقرر أنصاف النواقل للدورة الفصلية الثانية 2019/2018

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: 18 درجة

أولاً- نُجري الحساب هنا على فرض أن مفعول هول لم يظهر بعدُ: إن الطول الوسطي للمسار الحر، $l = AK$، يتناقص في $\vec{E}$ بمقدار

$$\Delta l = DK = l - AD,$$ ثلاث درجات

فضلاً عن أن:

$$AD = AB\cos\varphi = l\cos\varphi = l\left(1-\frac{\varphi^2}{2}\right), \qquad (1)$$ درجتان

حيث نشرنا التجيب في سلسلةٍ واكتفينا بالحدين الأول والثاني.

ومن ثَمَّ

$$\Delta l = l - l\left(1-\frac{\varphi^2}{2}\right) = l\,\frac{\varphi^2}{2}, \qquad (2)$$ درجتان

ومن أجل نصف ناقل من النوع p و n لدينا:

$$\varphi_n = -A\mu_n B \quad , \quad \varphi_p = A\mu_p B \qquad (3)$$ درجتان

وبفرض أن عامل هول A يساوي الواحد، نحصل من جملة العلاقتين (2) و (3) على المعادلتين الآتيتين:

$$\frac{\Delta l_p}{l_p} = \frac{\varphi_p^2}{2} = \frac{\mu_p^2 B^2}{2} = \frac{\Delta\rho_p}{\rho_p};$$ درجتان

$$\frac{\Delta l_n}{l_n} = \frac{\varphi_n^2}{2} = \frac{\mu_n^2 B^2}{2} = \frac{\Delta\rho_n}{\rho_n}.$$ درجتان

- نستنتج من هاتين العلاقتين أن **تغيّر المقاومة النوعية يتناسب طردياً مع تغيّر الطول الوسطي للمسار الحر**، وعندها يُفترض أن **كل الحاملات الحرة للشحنة تنتقل بسرعة وسطية وتملك طول مسار واحد.** (أو نقول أن **المقاومة** الكهربائية النوعية لنصف الناقل، واقع في حقل مغناطيسي عرضاني، **تزداد على حساب تقلص** طول مسار الحاملات الحارة والباردة للشحنة فقط)
- إن المقاومة الحجمية النوعية لنصف الناقل تزداد عند انخفاض طول المسار الحر لحاملات الشحنة. ومن ثَمَّ، نجد أنه في حال غياب مفعول هول (بدقة أكبر إذا أهملنا وجوده)، فإن **التغيّر النسبي للمقاومة النوعية لنصف الناقل يبدو متناسباً طردياً مع مربع حاصل ضرب حركيّة حاملات الشحنة في حقل التحريض المغناطيسي المطبق.**
- وعند أخذ حقل هول الكهربائي E_y بالحسبان، فإن عملية الانحناء في مجال تأثير الحقل المغناطيسي، ومن ثمّ تغيّر طول المسار الحر، سترصدان من أجل الحاملات **الحارة** (السّريعة) **فقط**؛ فضلاً عن أن الانحناء وتغيّر طول المسار الحر من أجل هذه الحاملات سيكونان أقل منهما عند غياب حقل هول E_y. أمّا حاملات الشحنة **الباردة** (البطيئة) التي سرعاتها أقل بكثير من السرعة الوسطية، فستنحرف إلى الاتجاه المقابل (المعاكس لاتجاه انحراف الحاملات الحارة) تحت تأثير حقل هول، وهذا بدوره سيؤدي إلى زيادة المقاومة أيضاً. خمس درجات

ثانياً- نعرّف هنا معاملاً نرمز له بالرمز k_n؛ ويساوي نسبة احتمال اقتناص ثقبٍ على مصيدةٍ مشحونةٍ سلبياً إلى احتمال القذف الحراري لإلكترونٍ إلى عصابة الناقلية: درجة واحدة

تتعيّن سرعة اقتناص ثقوب على مصيدة بالعلاقة $\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{tr} = -\gamma_p\, p\, N_{tr} f_{tr}$، درجة واحدة

أمّا سرعة التوليد الحراري لإلكترونات إلى عصابة الناقلية، فيمكن تعيينها من خلال الجداء $\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_g = \gamma_n N_{tr} f_{tr} n_1$. درجة واحدة

إذن، $$k_n = \frac{\gamma_p N_{tr} f_{tr} p}{\gamma_n N_{tr} f_{tr} n_1} = \frac{\gamma_p p}{\gamma_n n_1}.$$ درجة واحدة

- تسمى المصائد التي من أجلها $k_n > 1$ ، **مصائد إعادة اتحاد**، لأنه في هذه الحالة، يكون احتمال إعادة الاتحاد أكبر من احتمال التهيّج الحراري، درجة واحدة
- والمصائد التي من أجلها $k_n < 1$ ، فتسمى **مصائد قنصٍ**. درجة واحدة
- وتسمى سوية الطاقة التي من أجلها $k_n = 1$ ، أي عندما يتساوى احتمال إعادة الاتحاد مع احتمال التوليد الحراري، **سوية فصلٍ إلكتروني**، E_{dn} . درجة واحدة

يمكننا إيجاد موضع هذه السوية الطاقية من شرط تساوي احتمال إعادة الاتحاد واحتمال التوليد الحراري $k_n = 1$: درجة واحدة

$$\gamma_p\, p = \gamma_n\, n_1\,, \qquad (1)$$

نستبدل هنا تركيز الثقوب، p، بالكمية المعرَّفة بالعلاقة $p = N_\upsilon\, e^{-\frac{E_{Fp}-E_\upsilon}{k_BT}}$ درجة واحدة

والتركيز المتوازن للإلكترونات، n_1، بالعلاقة $n_1 = N_c\, e^{-\frac{E_c-E_{dn}}{k_BT}}$ درجة واحدة

لأن هذا التركيز، n_1، يتعيّن عندما يتحقق الشرط $E_F = E_{dn}$. درجة واحدة

إذن، بالتعويض عن العلاقتين الأخيرتين في العلاقة (1) نحصل على المعادلة الآتية:

$$\gamma_p N_\upsilon\, e^{-\frac{E_{Fp}-E_\upsilon}{k_BT}} = \gamma_n N_c\, e^{-\frac{E_c-E_{dn}}{k_BT}}\,, \qquad (2)$$ درجة واحدة

وبأخذ لغاريتم الطرفين وإعادة كتابة الناتج يمكننا الحصول على الفارق الآتي:

$$\ln e^{\frac{(E_c-E_{dn})-(E_{fp}-E_\upsilon)}{k_BT}} = \ln\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon} \;\Rightarrow\; \frac{(E_c-E_{dn})-(E_{fp}-E_\upsilon)}{k_BT}\ln\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon}$$ درجة واحدة

ومنه:

$$\boxed{E_c - E_{dn} = (E_{Fp} - E_\upsilon) + k_BT\,\ln\!\left(\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon}\right).} \qquad (3)$$ درجة واحدة

نستنتج من العلاقة (3) أن موضع سوية الفصل الطاقي الإلكتروني يتعلق بمجموعة وسطاء:

- فعند زيادة مستوى الحقن، يقترب شبه– سوية فيرمي، E_{Fp} ، نحو حدّ عصابة التكافؤ، E_υ ، مما يؤدي إلى تناقص الفارق $(E_c - E_{dn})$، وهذا بدوره يعني ارتفاع سوية الفصل الطاقي (أي اقترابه من قاع عصابة الناقلية). وعليه، فإن جزءاً من مصائد القنص يتحوّل إلى مصائد إعادة اتحاد. درجة واحدة
- كما يتضح من العلاقة (3) أن إشارة المقدار، $\ln\left(\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon}\right)$، تتعلق بقيمة النسبة، $\gamma_n N_c / \gamma_p N_\upsilon$ ، مع الأخذ بالحسبان أن معاملي اقتناص الإلكترونات، γ_n، والثقوب، γ_p، على المصائد يتعلقان بموضع سوية المصائد. درجة واحدة
- تتحدد التابعية الحرارية للفارق $(E_c - E_{dn})$ بالتابعية الحرارية لشبه– سوية فيرمي، E_{Fp} ، وبالتابعية الخطّية للحد الأخير في الطرف الأيمن من العلاقة (3). درجة واحدة
- إن السويات الطاقية المتوضِّعة فوق سوية الفصل الإلكتروني، E_{dn} ، توافق مصائد قنصٍ للإلكترونات، وتلك المتوضِّعة تحته مصائد إعادة اتحاد. درجة واحدة

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: 32 درجة

أولاً- هو نصف ناقلٍ خالٍ من الشوائب، بحيث تُهمل تراكيز الآخذات والمانحات في نصف الناقل وتتحقق المساواة $N_a = N_d = 0$ ، ويسمّى نصف ناقل ذاتي أو نقي. 2

نقول أنه لدينا **تركيزٌ متوازنٌ** من الإلكترونات والثقوب إذا تحقق توليدها في نصف الناقل على حساب الحركة الحرارية للذرات فقط في شروط التوازن الترموديناميكي. 2

تيار الانتشار هو حركة موجهة لحاملات الشحنة الكهربائية في وحدة الزمن والناتج من انتقالها من منطقة تركيزها المرتفع إلى منطقة تركيزها المنخفض **وتيار الانسياق** حركة موجهة لحاملات الشحنة تحت تأثير حقل كهربائي خارجي مطبق بين طرفي نصف الناقل 3

ثانياً- تعطى علاقة الكثافة الكليّة للتيار بالشكل: $j = en\mu_n \mathrm{E}_i + eD_n \dfrac{\partial n}{\partial x}$ 2

تكون الكثافة الكليّة للتيار في حالة التوازن صفراً: $j = en\mu_n \mathrm{E}_i + eD_n \dfrac{\partial n}{\partial x} = 0\,,$

حيث يُمثِّل الحد الأول كثافة تيار الانسياق والحد الثاني كثافة تيار الانتشار 1 + 1

ثمَّ إن $\mathrm{E}_i = \mathrm{E}_x$ في هذه العلاقة، لأن المحور x موجَّهٌ عمودياً على السطح. 1

وباستخدام علاقة اينشتاين من أجل الإلكترونات، $\dfrac{\mu_n}{D_n} = \dfrac{e}{k_B T}$ ، نحصل على علاقة الحقل الداخلي: 1 + 1 + 1 + 1 + 1

$$\mathrm{E}_i = -\frac{k_B T}{en}\frac{\partial n}{\partial x}.$$

ولكن، طالما أن $\partial(n_0 + \Delta n) = \partial(\Delta n),$

نجد
$$\mathrm{E}_i = -\frac{k_B T}{e(n_0 + \Delta n)}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial x} \cong -\frac{k_B T}{e\,n_0}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial x}.$$

ومنه، يمكن إيجاد تدرج الحقل E_i :

$$\frac{\partial \mathrm{E}_i}{\partial x} = -\frac{k_B T}{e\,n_0}\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2}. \qquad (1)$$ 1

وطالما، جرى اختيار المحور x عمودياً على سطح نصف الناقل، فلدينا: $\dfrac{\partial \mathrm{E}_{iy}}{\partial y} = \dfrac{\partial \mathrm{E}_{iz}}{\partial z} = 0$ 1

ونحصل من تطبيق معادلة غوص من أجل نصف الناقل المدروس على المعادلة

$$\operatorname{div}\mathrm{E}_i = \frac{\partial \mathrm{E}_{ix}}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{e\Delta n}{\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (2)$$ 1+1

وبمقارنة طرفي المعادلتين (1) و (2) نحصل على المعادلة الآتية:

$$\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} - \frac{e^2 n_0}{\varepsilon\varepsilon_0 k_B T}\Delta n = 0. \qquad (3)$$ 2

وبإدخال الرمز الآتي في المعادلة الأخيرة (3) $\boxed{L_D = \sqrt{\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 k_B T}{e^2 n_0}}}$ 1

تؤول المعادلة (3) إلى الشكل الآتي:

$$\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{L_D^2} = 0. \qquad (4)$$ 1

يمكن تصور الحل العام للمعادلة الأخيرة بالشكل

(5) $$\boxed{\Delta n = C_1\, e^{\frac{x}{L_D}} + C_2\, e^{-\frac{x}{L_D}}\, .}$$ 1

ومن أجل مجالٍ غير مضاءٍ في نصف الناقل، تتناقص الكميّة Δn عند الابتعاد نحو عمق نصف الناقل، وبالتالي لا بد من وضع $C_1 = 0$؛ وعندها يُصبح الحل (5) من الشكل $\Delta n = C_2\, e^{-\frac{x}{L_D}}\, .$ 1

عندما $x = 0$ يكون لدينا $\Delta n = (\Delta n)_0 = C_2$، 1

ولذلك نحصل على العلاقة الآتية:

(6) $$\boxed{\Delta n = (\Delta n)_0\, e^{-\frac{x}{L_D}}\, .}$$ 1

وهكذا نجد، في حالة توافر ناقلية كهربائية أحادية القطبية، أن التركيز الفائض للحاملات **اللامتوازنة (الأساسية)** للشحنة تتناقص عند الابتعاد عن المجال المُضاء، أُسّياً، بثابت تناقص، L_D، يدعى **طول (أو نصف قطر) الحجب لديباي**. 2

يتضح من العلاقة (4) أن طول ديباي للحجب يتعلق بدرجة الحرارة والتركيز المتوازن لحاملات الشحنة (T و n_0). كما يصف طول حجب ديباي تغيّر الكمون في الطبقات تحت السطحية. 2

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: 27 درجة

I. **أولاً**– شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة **المنخفضة:**

التركيز المتوازن للثقوب الحرة يساوي تركيز الإلكترونات الموجودة في السويات الآخذة، $p_0 = n_a$. درجتان

ثانياً– استنتاج علاقة فيرمي انطلاقاً من العلاقة المعطاة في درجات الحرارة **الأكثر انخفاضاً:**

تتحقق في هذا المجال الحراري المتراجعة الآتية: $\boxed{\dfrac{8N_a}{N_\upsilon}\, e^{\frac{\Delta E_a}{k_B T}} >> 1}$ درجتان

وعندها يمكن إهمال الواحد الواقع تحت الجذر التربيعي في القوسين المتوسطين في العلاقة المعطاة في نص السؤال فنحصل على ما يأتي: أربع درجات

$$E_F = E_a - k_B T \ln\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+\frac{8N_a}{N_\upsilon}\, e^{\frac{\Delta E_a}{k_B T}}}-1\right)\right] = E_a - k_B T \ln\left(\sqrt{\frac{8N_a}{16N_\upsilon}\, e^{\frac{\Delta E_a}{k_B T}}}\right);$$

$$= E_a - k_B T \ln\left(\frac{N_a}{2N_\upsilon}\, e^{\frac{\Delta E_a}{k_B T}}\right)^{1/2} = E_a - k_B T\left(\frac{1}{2}\ln\frac{N_a}{2N_\upsilon}+\frac{1}{2}\frac{\Delta E_a}{k_B T}\right)$$

$$= \frac{2E_a}{2} - \frac{E_a - E_\upsilon}{2} - k_B T\left(\frac{1}{2}\ln\frac{N_a}{2N_\upsilon}\right) = \frac{E_a + E_\upsilon}{2} - k_B T\left[\ln\left(\frac{N_a}{2N_\upsilon}\right)^{1/2}\right]$$

$$\boxed{E_F = \frac{E_a + E_\upsilon}{2} - \frac{k_B T}{2}\ln\frac{N_a}{2N_\upsilon}.}$$ درجتان

حيث $\Delta E_a = E_a - E_\upsilon$ طاقة تأيّن الذرة الآخذة. درجة واحدة

ثالثاً– أربع درجات

$$p_0 = N_\upsilon\, e^{-\frac{E_F - E_\upsilon}{k_B T}} = N_\upsilon\, e^{\frac{E_\upsilon}{k_B T}}\, e^{-\frac{E_F}{k_B T}} = N_\upsilon\, e^{\frac{E_\upsilon}{k_B T}}\, e^{-\frac{1}{k_B T}\left(\frac{E_a+E_\upsilon}{2}-\frac{k_B T}{2}\ln\frac{N_a}{2N_\upsilon}\right)}$$

$$= N_\upsilon\, e^{\frac{E_\upsilon}{k_B T}}\, e^{-\frac{E_\upsilon}{2k_B T}}\, e^{-\frac{E_a}{2k_B T}}\, e^{\frac{1}{2}\ln\frac{N_a}{2N_\upsilon}} = N_\upsilon\, e^{-\frac{E_a - E_\upsilon}{2k_B T}}\, e^{\ln\left(\frac{N_a}{2N_\upsilon}\right)^{1/2}}$$

$$= N_\upsilon\, e^{-\frac{E_a - E_\upsilon}{2k_B T}}\left(\frac{N_a}{2N_\upsilon}\right)^{1/2} = \left(\frac{N_a N_\upsilon}{2}\right)^{1/2} e^{-\frac{\Delta E_a}{2k_B T}}.$$

رابعاً–

بتعيين الحدّ العلوي لدرجات الحرارة المنخفضة وفقاً للشرط $\boxed{\dfrac{8N_a}{N_\upsilon}\, e^{\frac{\Delta E_a}{k_B T}} << 1}$ درجتان

وعندها نطبق منشور تايلور على علاقة فيرمي المعطاة في نص السؤال فتؤول إلى الشكل الآتي:

$$E_F = E_a - k_B T \ln\left[\frac{1}{4}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{8N_a}{N_\upsilon} e^{\frac{\Delta E_a}{k_B T}} - 1\right)\right]$$

درجتان
$$E_F = E_a - k_B T \ln\left(\frac{N_a}{N_\upsilon} e^{\frac{\Delta E_a}{k_B T}}\right)$$

$$E_F = E_a - k_B T \frac{\Delta E_a}{k_B T} - k_B T \ln \frac{N_a}{N_\upsilon}$$

ومن ثمَّ:

درجتان
$$\boxed{E_F = E_\upsilon - k_B T \ln \frac{N_a}{N_\upsilon}}$$

لإيجاد شرط الاعتدال الكهربائي **في هذه الحالة**، نعوض عن العلاقة الأخيرة في علاقة التركيز المتوازن للثقوب الحرة، فنجد:

$$p_0 = N_\upsilon \, e^{-\frac{E_F - E_\upsilon}{k_B T}} = N_\upsilon \, e^{\frac{E_\upsilon}{k_B T}} \, e^{-\frac{E_F}{k_B T}}$$

$$p_0 = N_\upsilon \, e^{\frac{E_\upsilon}{k_B T}} \, e^{-\frac{E_\upsilon}{k_B T}} \, e^{\ln \frac{N_a}{N_\upsilon}} = N_\upsilon \frac{N_a}{N_\upsilon}$$

ومن ثمَّ شرط الاعتدال الكهربائي الموافق يأخذ الشكل $\boxed{p_0 = N_a}$ ثلاث درجات

والذي يوافق مجال **استنفاد** الشوائب الآخذة. درجة واحدة

II. **أولاً– كتابة** شرط الاعتدال الكهربائي في درجات الحرارة **المرتفعة:** $\boxed{p_0 = n_0 + N_a \, .}$ درجتان

يُفرض هنا أن $N_a = N_a^- = n_a$ ، أي تُعدُّ كل الآخذات متأينة. درجة واحدة

ثانياً– دراسة العلاقتين من أجل حالتين حديتيَن مع شرح المعنى الفيزيائي.

تكمن الحالة **الحدية الأولى** في تحقق المتراجحة $\boxed{\frac{4n_i^2}{N_a^2} << 1}$ درجتان

التي توافق مجال درجات **الحرارة الوسطية**، وبدقة أكثر، مجال **استنفاد** الشوائب الآخذة، حيث نحصل على العلاقتين الآتيتين: درجتان

درجتان
$$E_F = E_\upsilon - k_B T \ln\left[\frac{N_a}{2N_\upsilon}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_a^2}}\right)\right] \cong E_\upsilon - k_B T \ln\left(\frac{N_a}{2N_\upsilon} 2\right) = E_\upsilon - k_B T \ln\left(\frac{N_a}{N_\upsilon}\right).$$

درجتان
$$p_0 = \frac{N_a}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_a^2}}\right) \cong \frac{N_a}{2}(2) = N_a \, .$$

ومن أجل المتراجحة المعاكسة $\boxed{\frac{4n_i^2}{N_a^2} >> 1}$ درجتان

نجد

درجتان
$$E_F = E_\upsilon - k_B T \ln\left(\frac{N_a}{2N_\upsilon}\sqrt{\frac{4n_i^2}{N_a^2}}\right) \cong E_\upsilon - k_B T \ln\left(\frac{N_a}{2N_\upsilon} 2\right) = E_\upsilon - k_B T \ln \frac{n_i}{N_\upsilon}.$$

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

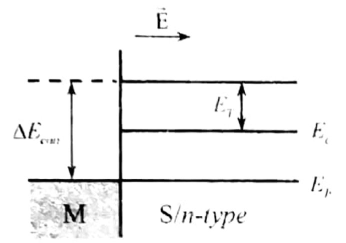
جامعة طرطوس
كليّة العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر فيزياء **أنصاف النواقل**
لطلاب السنة **الرابعة** فيزياء
للعام الدراسي 2019-2020 / الدورة الفصلية **الأولى**

الاسم:
المدة: **ساعتان**
العلامة العظمى: **90 درجة**

أولاً-- أجب على أحد السؤالين الآتيين: (35 درجة)

I- أوجد علاقة الناقلية الكهربائية النوعيّة لأنصاف النوقل الإلكترونية **غير المتحللة** انطلاقاً من معادلة بولتزمان الحركيّة $f = f_0 + e\mathrm{E}\tau\upsilon_x\dfrac{\partial f_0}{\partial E}$ من أجل غازٍ إلكتروني وعلاقة تركيز الإلكترونات $dn = \dfrac{4\pi\left(2m_n\right)^{3/2}}{h^3}\left(E-E_c\right)^{1/2} f(E)dE$ التي طاقاتها محصورة في المجال من E إلى $E+dE$؛ علماً بأن الغاز الإلكتروني يخضع لتأثير الحقل الكهربائي E على طول **المحور** x، وقاع عصابة الناقلية هو مبدأ حساب الطاقة، $E_c = 0$. **ثمّ أعطِ** تفسيراً فيزيائياً للعلاقة الناتجة؟. **استفد من المساواتين** $e^{\frac{E_F}{k_BT}} = \dfrac{n_0}{N_c} = \dfrac{n_0h^3}{2\left(2\pi m_nk_BT\right)^{3/2}}$ و $\int_0^{\infty} E\, e^{-\frac{E}{k_BT}} E^{1/2}\, dE = \dfrac{3}{4}\sqrt{\pi}\left(k_BT\right)^{5/2}$ في الإجابة على السؤال.



II- يوضح الشكل المجاور مخططاً مبسطاً لحزمة الطاقة من أجل وصلة معدن- نصف ناقل من النوع-n، والمطلوب **أولاً**- ماذا يحدث في منطقتي الوصلة في شروط التوازن. **ثانياً**- ماذا يحدث عند تطبيق حقل كهربائي $\vec{\mathrm{E}}$ **ضعيف** بالاتجاه المشار إليه في الشكل وإهمال مفعولات التقويم في وصلة نصف الناقل- معدن.
ثالثاً- وضِّح سبب انتشار **حرارة بيلتيه** في وصلة الالتحام هذه.
رابعاً- أوجد علاقة **بيكارينكا** من أجل نصف ناقل إلكتروني ثمّ **اكتب** العلاقة الناتجة من أجل نصف ناقل ثقبي (اذكر أثناء ذلك قيمة الدليل r من أجل كل تبعثر). **ماذا تستنتج؟**.

ثانياً (36 درجة)

I. عرِّف الوصلة $p-i-n$ الحادة واذكر أهمية دراسة هذا النوع من الوصلات كمقوّمات جهدٍ.

II. اشرح ماذا يُقصد بكلٍ من الوصلة $n-n^+$، والوصلة $p-p^+$، والوصلات **المتغايرة** $n-n$، و $p-p$، و $p-n$.

III. ارسم مخطط العصابة الطاقية **وأوجد** فرق الكمون التماسي من أجل الوصلة $n-n^+$ **فقط** ثمّ **اذكر** صفات هذا النوع من الوصلات.

ثالثاً (19 درجة)

I. اكتب علاقتي سرعة توليد الحاملات اللامتوازنة للشحنة وسرعة إعادة اتحادها من أجل بلورة نصف ناقلة.

II. انطلاقاً من معادلة الاستمرارية، $\dfrac{\partial n}{\partial t} = \dfrac{\partial p}{\partial t} = G_0 - \gamma_r\, np$، من أجل عمليات توليد الحاملات اللامتوازنة للشحنة وإعادة اتحادها بغياب التيار الكهربائي **استنتج علاقتي** التركيز الفائض لحاملات الشحنة في شروط حقنٍ بمستوٍ منخفض، $\Delta n = \Delta p$، ثمّ في شروط حقنٍ بمستوٍ مرتفع، $\Delta n >> \left(n_0 + p_0\right)$، وذلك بدلالة فترة حياة حاملات الشحنة موضحاً متى يكون إعادة الاتحاد خطياً ومتى يكون تربيعياً.

بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2020/02/03

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

ع الدرجات على جواب السؤال الأول: (35 درجة)

- يُعبّر عن الشحنة التي ينقلها dn إلكترونا، انساق تحت تأثير الحقل E، خلال واحدة الزمن على طول المحور x عبر واحدة السطح بالمساواة الآتية:

$$-e\upsilon_x dn = -\frac{4\pi e\,(2m_n)^{3/2}}{h^3}\upsilon_x\,(E)^{1/2} f(E)\,dE\,. \qquad (1)$$

4 درجات

إذن، تساوي كثافة تيار الإلكترونات في الاتجاه x إلى:

$$j = -\frac{4\pi e\,(2m_n)^{3/2}}{h^3}\int_0^{\infty}\upsilon_x\,E^{1/2} f(E)\,dE\,. \qquad (2)$$

درجتان

وعند التعويض عن التابع $f(E)$ بقيمته نحصل على مجموع تكاملين؛ **الأول يساوي الصفر**، لكونه يمثّل تيار الإلكترونات في شروط **التوازن**،

درجتان

أمّا التكامل الثاني فيعطي المساواة:

$$j = -\frac{4\pi e^2\,(2m_n)^{3/2}}{h^3}\,\mathrm{E}\int_0^{\infty}\upsilon_x^2\,\tau\,E^{1/2}\frac{df_0}{dE}\,dE\,. \qquad (3)$$

درجتان

إذن، التيار مرتبط بالتابع الإضافي **اللامتوازن**، f_1، الذي أُضيف إلى تابع التوزيع f_0، والناجم عن تطبيق حقل كهربائي.

وعلى فرض أن:

$$\upsilon_x^2 \approx \upsilon_y^2 \approx \upsilon_z^2 = \frac{2}{3}\frac{E}{m_n}\,. \qquad (4)$$

درجتان

نجد أن المعادلة (3) تأخذ الشكل:

$$j = -\frac{8\pi e^2\,(2m_n)^{3/2}}{3h^3 m_n}\,\mathrm{E}\int_0^{\infty}\tau\,E^{3/2}\frac{\partial f_0}{\partial E}\,dE\,. \qquad (5a)$$

4 درجات

ومن أجل غاز إلكتروني غير متحلل، حيث $f_0 = f_{MB}$، ومن ثمّ

$$j = \frac{8\pi e^2\,(2m_n)^{3/2}}{3h^3 m_n k_B T}\,\mathrm{E}\,e^{\frac{E_F}{k_B T}}\int_0^{\infty}\tau\,E^{3/2} e^{-\frac{E}{k_B T}}\,dE \qquad (5b)$$

4 درجات

وبالاستفادة من **معطيات المسألة** $e^{\frac{E_F}{k_B T}} = \frac{n_0}{N_c} = \frac{n_0 h^3}{2(2\pi m_n k_B T)^{3/2}}$ حيث $E_c = 0$ وبضرب الطرف الأيمن من المعادلة (5b) بالمقدار $\int_0^{\infty} E\,e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2}\,dE$ والتقسيم عليه نحصل على علاقة كثافة التيار كما يأتي:

$$j = \frac{8\pi e^2\,(2m_n)^{3/2}}{3h^3 m_n k_B T}\,\mathrm{E}\,\frac{n_0 h^3}{2(2\pi m_n k_B T)^{3/2}}\,\frac{\int_0^{\infty} E\,e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2}\,dE\int_0^{\infty}\tau\,E^{3/2} e^{-\frac{E}{k_B T}}\,dE}{\int_0^{\infty} E\,e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{1/2}\,dE}$$

درجتان

وعلى اعتبار أن الزمن الوسطي للاسترخاء يُعرَّف بالعلاقة

...ميكي لأي جملتين ... الشحنة في نص ... ـاس معه. د ... يمـ (2)

$$\langle \tau \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \tau E e^{-E/k_B T} E^{1/2} dE}{\int_0^{\infty} E e^{-E/k_B T} E^{1/2} dE} \qquad (6)$$

درجتان

والأخذ بالحسبان المساواة

$$\int_0^{\infty} E e^{-E/k_B T} E^{1/2} dE = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}\,(k_B T)^{5/2} \qquad (7)$$

درجتان

تكون علاقة **كثافة التيار** إلى الشكل الآتي:

$$\boxed{j = \frac{n_0 e^2 \langle \tau \rangle}{m_n} E.} \qquad (8)$$

درجتان

وهكذا، نحصل من أجل غازٍ إلكتروني غير متحللٍ على قانون **أوم** من الشكل (3) بحيث تساوي **الناقلية النوعية:**

$$\boxed{\sigma = \frac{n_0 e^2}{m_n} \langle \tau \rangle.}$$

4 درجات

تدل هذه العلاقة على الناقلية النوعيّة ترتبط ارتباطاً وثيقاً ومباشراً بالقيمة الوسطية لزمن استرخاء الإلكترونات المساهمة فيها.

درجتان تُوصف الناقلية الكهربائية من أجل غازٍ إلكتروني متحللٍ فقط بذلك الجزء من الإلكترونات التي تتوزع بجوار مستوى فيرمي. درجة واحدة

-II

أولاً– تترشّح سويتا فيرمي دوماً عند مستوى طاقة واحد.

ثانياً– تنتقل الإلكترونات من عصابة الناقلية لنصف الناقل إلى المعدن. درجة واحدة

ثالثاً– تنتشر حرارة بيلتيه في وصلة الالتحام نتيجة لانتقال جزء من طاقة حاملات الشحنة **إلى** الشبكة البلّورية في أثناء انتقالها من أحد طرفي مادة نصف الناقل إلى طرفها الآخر، مما يؤدي **إلى تسخينها**. وفي الاتجاه المعاكس للتيار تُرصد عملية معاكسة تكمن في نقل الشبكة البلّورية لجزءٍ من طاقتها إلى حاملات الشحنة **فتبرد**. درجة واحدة

رابعاً– عند إهمال مفعولات التقويم في وصلة نصف الناقل– معدن **نحصل على انخفاض** طاقة الإلكترون، حيث يحصل تبريد للإلكترون، بمقدار ΔE_{com}. درجتان + درجتان

✓ وهذه الطاقة ليست سوى كمية حرارة بيلتيه المنتشرة عند انتقال كمية من الكهرباء على شكل شحنة عنصرية واحدة (e). بهذا الشكل يمكننا كتابة المساواة الآتية: درجتان + درجتان

درجتان

$$\Delta E_{com} = Q_P = \alpha T e. \qquad (1)$$

✓ إذا جرى التيار في الاتجاه المعاكس، أي إذا **ارتقت الإلكترونات** من مستوى فيرمي إلى مستوى ما في عصابة الناقلية لنصف الناقل، فيجب **تسخين الإلكترونات** إلى قيمة موافقة ΔE_{com}،

✓ ومثل هذا التسخين يتحقق على حساب نقل الطاقة إلى الشبكة البلّورية، ومن ثمّ على حساب **تبريد وصلة الالتحام**.

جرت هنا دراسة الانتقالات إلى مستوى فيرمي للمعدن ومنه، لأن الإلكترونات المساهمة في الناقلية الكهربائية، وفي الحركة الحرارية، في المعدن هي الإلكترونات المتوضّعة بجوار مستوى فيرمي فقط. فضلاً عن ذلك، يكمن شرط التوازن

وديناميكي لأي جملتين متصلتين مع بعضهما البعض في تساوي كمونهما الكيميائي (مستوى فيرمي) بحيث تتوضع حاملات الشحنة في نصف ناقل إلكتروني غير متحلل فوق مستوى فيرمي E_f بكثير والمشترك بين نصف الناقل والمعدن المتماس معه. درجتان

يمكن تصوَر مقدار ΔE_{com}، الداخل في العلاقة (1) بالشكل الآتي: درجتان

$$\boxed{\Delta E_{com} = E_c - E_f + E_l \ .} \qquad (2)$$

حيث E_l الطاقة الحرارية **الوسطية** لغاز إلكتروني غير متحلل، لأن معظم الجسيمات من أجل غاز كهذا تمتلك سُرعات حرارية قريبة من السرعة الوسطية. درجتان

- **يُتخذ عادةً قاع عصابة الناقلية بمثابة مستوٍ**، حيث تساوي الطاقة الحركية لإلكترونات الناقلية الصفر، أي أن الطاقة الكليّة للإلكترونات في **قاع عصابة الناقلية تتألف من الطاقة الكامنة فقط.** درجتان
- ومن ثمَ تُحسب E_l من E_c نحو الأعلى وتُعدّ طاقةً حركيةً لإلكترونات الناقلية.
- وفي إطار هذا حساب، نجد أن: درجتان

$$\boxed{E_l = (r+2)\, k_B T \ .} \qquad (3)$$

حيث تُعيَن الكميَة r من العلاقة الآتية: درجتان

$$l = C\, E^r \ . \qquad (4)$$

حيث l طول المسار الحر الوسطي،

و E الطاقة الكليّة لحامل الشحنة،

و r دليل أسّيَ يُمثِّل رتبة الطاقة،

و C ثابت يشمل جميع المقادير الأخرى الداخلة في هذه العلاقة.

تُستنتَجُ علاقة القوة الدافعة الكهراحرارية من نظرية التبعثر حيث يؤكد أن قيمة الدليل r تقع في المجال الآتي تبعاً لآلية التبعثر: 3 درجات

$$\boxed{0 \le r \le 2 \, .} \qquad (5)$$

1. فعند التبعثر على الاهتزازات الصوتية للشبكة $r = 0$.
2. وعند التبعثر على الاهتزازات الضوئية للشبكة الأيونية $r = 1$.
3. وعند التبعثر على أيونات الشبكة البلّورية $r = 2$.

نحصل من جملة المعادلات (3)-(5) على المعادلة الآتية: درجة واحدة

$$\boxed{\Delta E_{com} = E_c - E_F + (r+2)\, k_B T = \alpha\, T\, e \, .} \qquad (6)$$

نُعيّن الفارق $(E_c - E_F)$ من العلاقة (6) الآتية:

$$n_0 = N_c \ \mathrm{e}^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} \ ,$$

حيث نجد أن: درجة واحدة

$$E_c - E_F = k_B T \ln \frac{N_c}{n_0} \qquad (7)$$

يمكن في هذه الحالة أن نعوض عن هذا الفارق في المعادلة (6) ونحصل على المساواة الآتية:

$$\alpha T e = k_B T \ln \frac{N_c}{n_0} + (r+2) k_B T;$$ درجة واحدة

$$\alpha = \frac{k_B}{e}\left(r + 2 + \ln \frac{N_c}{n_0}\right) \qquad (8)$$ درجة واحدة

إذا أخذنا بالحسبان الشرط $\alpha < 0$ من أجل نصف ناقل إلكتروني، فلا بد من وضع إشارة "**سالب**" أمام الطرف الأيمن من المساواة الأخيرة. إذن، من أجل نصف ناقل إلكتروني تأخذ علاقة بيكارينكا الشكل الآتي:

$$\left|\alpha_n = \frac{k_B}{e}\left(r + 2 + \ln \frac{N_c}{n_0}\right)\right| \qquad (9)$$ درجة واحدة

ومن نصف ناقل ثقبي الشكل الآتي:

$$\left|\alpha_p = \frac{k_B}{e}\left(r + 2 + \ln \frac{N_v}{p_0}\right)\right| \qquad (10)$$ درجة واحدة

إن العلاقتين (9) و (10) تتفقان جيدا مع التجربة، فضلا عن أن قيم α يمكن أن تبلغ بضعة ميلي فولطات لكل درجة مئوية (mV/°C) من أجل أنصاف النواقل وقريبة من بضعة ميكرو فولطات لكل درجة مئوية (µV/°C) من أجل الأرواج المعدنية. وتبعاً لهاتين العلاقتين، لا تتعلق قيمة α في نصف الناقل بالمعدن الذي يتصل معه. ولهذا السبب يمكن أن يدور الحديث حول T-emf لنصف الناقل نفسه من دون الإشارة إلى المعدن الذي تُعين بالنسبة له. درجتان

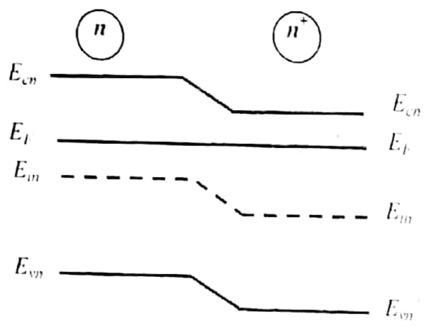
توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: (36 درجة)

أولاً- الوصلة $n-i-p$ الحادة هي حالة خاصة للوصلة $n-p$ السميكة التي ينفصل فيها المجال $-p$ والمجال $-n$ بمجال **ناقليته الكهربائية ذاتية** (i)، وتكمن أهمية هذا النوع من الوصلات كمقومات جهد **في قدرتها على تحمُل جهد عكسي كبير** بفضل وجود الطبقة الذاتية ذات المقاومة العالية. 4

ثانياً- نرمز لمجال نصف الناقل الإلكتروني الذي يكون تركيز المانحات فيه عاليا بالرمز n^+ ولمجال نصف الناقل الثقبي الذي يكون فيه تركيز الآخذات عاليا بالرمز p^+؛ فإذا تشكل في نصف الناقل من النوع $-n$ مجال n^+، فإن الحديث يدور عن الوصلة $n-n^+$؛ وإذا تشكل في نصف الناقل من النوع-p مجال p^+، فإن الحديث يدور عن الوصلة $p-p^+$. 4

- **الوصلة المتغايرة $n-n$ و $p-p$ هي وصلة مؤلفة من مادتين نصف ناقليتين متماثلتين بالناقلية ومختلفتين بالفجوة الطاقية.** 2
- **والوصلة المتغايرة $n-p$ هي وصلة مؤلفة من مادتين نصف ناقليتين مختلفتين بالناقلية والفجوة الطاقية.** 2

يوضح الشكل المجاور مخططاً للعصابات الطاقية للوصلة $n^{+}-n$ في حالة التوازن، أي عندما، $V=0$، على



2 مخطط العصابات الطاقية للوصلة $n-n$

مستوية فيرمي في هذه الحالة في كامل الوصلة المدروسة أفقياً أي

ثابتة في كامل الحجم. ولذلك، فإن العلاقة الآتية محققة: 2

$$(E_{cn^{+}}-E_{F})<(E_{cn}-E_{F}); \quad 2 \qquad (1)$$

يُعيّن فرق الكمون التماسي في الوصلة $n-n^{+}$ من العلاقة الآتية: 2

$$eV_{C}=(E_{F}-E_{in^{+}})-(E_{F}-E_{in}). \qquad (2)$$

ولدينا من جهة أخرى: 4

$$n_{0}^{+}=n_{i}\exp\left(\frac{E_{F}-E_{in^{+}}}{k_{B}T}\right); \qquad (3)$$

و

$$n_{0}=n_{i}\exp\left(\frac{E_{F}-E_{in}}{k_{B}T}\right).$$

نحصل على الفارقين الطاقيين الآتيين من خلال أخذ لغاريتم طرفي العلاقتين الأخيرتين وإعادة ترتيب الناتجين: 2

$$E_{F}-E_{in}=k_{B}T\ln\frac{n_{0}}{n_{i}}. \quad \text{و} \quad E_{F}-E_{in^{+}}=k_{B}T\ln\frac{n_{0}^{+}}{n_{i}}; \qquad (4)$$

ومن ثمّ، بالتعويض عن هاتين الكميتين في المعادلة (1)، نحصل على فرق الكمون التماسي الآتي: 2

$$eV_{C}=k_{B}T\ln\frac{n_{0}^{+}}{n_{0}}. \qquad (5)$$

وهكذا نلاحظ من الشكل المرافق من أجل الوصلة $n-n^{+}$ تقوّس للعصابات الطاقية وفرقُ كمونٍ تماسيٍ V_{C} مختلفٍ عن الصفر. 2

في الواقع، لا تُعدُّ الوصلة طبقة مقفلة (ليست فقيرة بالحاملات الأساسية للشحنة)، أي لا تتصف عملياً بالخصائص التقويمية. ولكن، وفي كل الأحوال، تتوافر فيهما بعض الناقلية الكهربائية اللامتناظرة. 2

تتصف مثل هذه الوصلات بخاصية غاية في الأهمية، تكمن في عدم وجود حقنٍ للحاملات اللأساسية للشحنة عملياً في الجزء العالي المقاومة؛ فمثلاً إذا سُلط على المجال n^{+} كمون سالب وعلى المجال $n-$ كمون موجب، فيُلاحظ انتقال للإلكترونات، أي للحاملات الأساسية للشحنة.

وفي حال تطبيق جهد خارجي على المجال عالي المقاومة بقطبية معاكسة للقطبية السابقة، سوف تنحقن الثقوب، ولكن بما أن تركيزها قليل جداً في المجال n^{+}، فيمكن إهمال حقن كهذا.

وبهذا الطريقة، يتم الحصول على تماسات أوميةٍ حاقنةٍ لحاملات الشحنة. ويُستخدم تطعيَم إضافي للطبقة السطحية بالمانحات من أجل الجرمانيوم على وجه الخصوص؛ كأن يُستعمل القصدير أو الرصاص مع إضافات من الأنتموان وشوائب أخرى أو من دون هذه الإضافات. 4

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث (١٩ درجة)

أولاً-

$$R_0 = \gamma_r n_0 p_0 = \gamma_r n_i^2 ,$$

حيث γ_r معامل تناسب، يسمى معامل إعادة الاتحاد، و n_0 و p_0 التراكيز المتوازنة للإلكترونات والثقوب في نصف الناقل، على الترتيب.

ثلاث درجات

ثانياً-

$$R_0 = \gamma_r np .$$

درجة واحدة

استناداً إلى معادلة الاستمرارية في غياب التيار الكهربائي المعطاة:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = G_0 - \gamma_r np , \quad (1)$$

يمكن كتابة العلاقة الآتية:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma_r n_0 p_0 - \gamma_r np = \gamma_r n_0 p_0 - \gamma_r (n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p).$$

$$\boxed{\therefore \ \frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r (n_0 \Delta p + p_0 \Delta n + \Delta n \Delta p).} \quad (2)$$

درجتان

وإذا أخذنا بالحسبان أن $\Delta n = \Delta p$، في ظروف حقن بمستو **منخفض**، تُصبح المعادلة (2) من الشكل:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r (n_0 + p_0) \Delta n = -\frac{\Delta n}{\tau_n}. \quad (3)$$

درجتان

حيث

$$\tau_n = \frac{1}{\gamma_r (n_0 + p_0)}. \quad (4)$$

درجتان

إن فترة الحياة اللامتوازنة هذه، لا تتغيّر في أثناء عملية إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة، مما يعني أنها توافق إعادة الاتحاد الخطّي التي يُعدّ التركيز الفائض فيها تابعاً أسّياً للزمن:

درجتان

$$\Delta n = (\Delta n)_0 e^{-\frac{t}{\tau}} .$$

درجة واحدة

وعندما يكون مستوى حقن الحاملات اللامتوازنة **عالياً**، أي إذا تحققت المتراجحة $\Delta n >> (n_0 + p_0)$، نحصل تبعاً للمعادلة (2)، على العلاقة الآتية:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r (\Delta n)^2 \quad \text{أو} \quad \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\gamma_r (\Delta n)^2 \quad (5)$$

درجتان

بهذا الشكل، يكون المقدار $\frac{\partial n}{\partial t}$ تابعاً تربيعياً بالنسبة للتركيز الفائض للإلكترونات، Δn، وتدعى إعادة الاتحاد عندها، بإعادة الاتحاد التربيعية.

درجتان

وبتكامل طرفي المعادلة (5) نحصل على قانون تغيّر Δn الآتي في حالة إعادة الاتحاد التربيعي:

$$\Delta n = \frac{(\Delta n)_0}{1 + \gamma_r t (\Delta n)_0}. \quad (6)$$

درجتان

يأخذ القانون (6) شكل قطع زائد هنا، ويحول إلى شكل أُسّي خلال فترة من الزمن بعد إزالة توليد حاملات الشحنة؛ إذ تُخرق المتراجحة $\Delta n >> (n_0 + p_0)$ بعد انقضاء هذه الفترة، أي عندما ينخفض التركيز الفائض إلى قيمةٍ، توافق مستوى الحقن المنخفض.

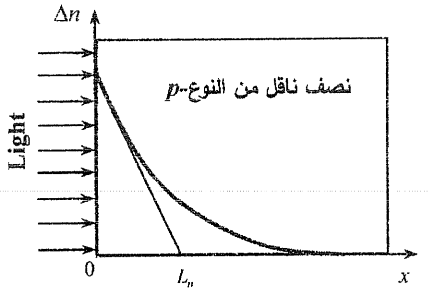
أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

الاسم:	امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل**	جامعة طرطوس
المدة: **ساعتان**	لطلاب السنة **الرابعة** فيزياء	كلية العلوم
الدرجة القصوى: **90**	للعام الدراسي **2018-2019**/الدورة الامتحانية الثالثة	قسم الفيزياء

السؤال الأول: (20 درجة)

انطلاقاً من شرط التوازن الترموديناميكي في نصف ناقل من النوع-p ذو تدرّج طولي لتركيز الثقوب وقانون بولتزمان من أجل شحنة تتسلق حاجز كمونٍ $e\varphi$ نتيجةً لحركتها الحرارية استنتج علاقة اينشتاين **(مع شرح مراحل الاستنتاج بالتفصيل)** التي تربط بين معامل انتشار الثقوب بحركيتها.

السؤال الثاني: (30 درجة)



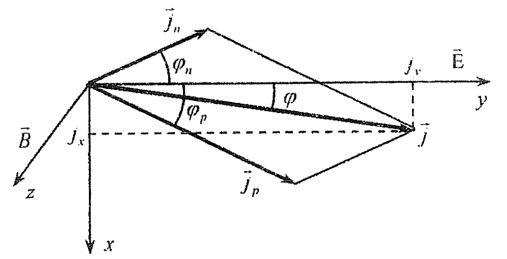
لندرس عيّنة نصف ناقلة من النوع-p، تُضاء جانبياً بشكل متواصل، كما يظهر في الشكل المجاور، ونفرض أن مستوى الحقن فيها منخفض، وتعطى معادلة الاستمرارية من أجل الإلكترونات بالشكل: $\dfrac{\partial n}{\partial t}=G_n-\dfrac{\Delta n}{\tau_n}+\dfrac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_n$ ، والمطلوب:

أولاً- تفسير سبب ظهور شحنة حجمية سالبة في عمق العيّنة المدروسة.

ثانياً- استنتاج قانون تغيّر تركيز الحاملات الأساسية واللامتوازنة للشحنة على فرض عدم وجود توليد للحاملات اللامتوازنة للشحنة وغياب **الحقول الكهربائية** في عمق نصف الناقل (حيث $x\neq 0$)، ثمّ **استنتاج** علاقة طول انتشار الحاملات اللامتوازنة للشحنة.

ثالثاً- تعريف طول الانتشار ثمّ حساب قيمته من أجل **Si** علماً بأن $D_n=160\ \mathrm{cm^2/s}$ و $\tau_n=\mu\mathrm{s}$.

السؤال الثالث: (20 درجة)



لندرس عيّنة نصف ناقل لها شكل متوازي مستطيلات ناقليته مختلطة يجري فيها تيار كهربائي من اليسار نحو اليمين وموضوعة في حقل مغناطيسي خارجي، $\vec{B}$، تتجه تحريضيتة في اتجاه عمودي على اتجاه التيار، والمطلوب:

أولاً- وصف ماذا يحدث لمتجهة كثافة التيار الكلّي.

ثانياً- تبعاً للشكل المجاور تعطى علاقتا كثافة التيار $\vec{j}_n$ أو $\vec{j}_p$ **بالقيم المطلقة** بالشكل $j_y=j_p\cos\varphi_p+j_n\cos\varphi_n$ و $j_x=j_p\sin\varphi_p+j_n\sin\varphi_n$ ؛ استنتج العلاقتين اللتان تصفان كل من زاويتي انحراف كثافة تيار الإلكترونات وكثافة تيار الثقوب. **ثالثاً-** استنتاج علاقة زاوية الدّوران φ .

السؤال الرابع: (20 درجة)

عند دراسة **نظرية الانتشار** في ظاهرة التقويم الكهربائي تعطى كثافة التيار الإجمالي في طبقةٍ مقفلةٍ سميكةٍ لنصف ناقلٍ إلكترونيٍ بالمعادلة $j=en\mu_n\dfrac{d\varphi}{dx}+eD_n\dfrac{dn}{dx}$ ، التي تصف العلاقة بين التيار والكمون الكهرساكن؛ والمطلوب **إثبات** أن معادلة الصفة المميزة (فولط-أمبير) تأخذ الشكل $j=e(\upsilon_{dr})_s\,n_s\left(e^{eV/k_BT}-1\right)$ **(ماذا تستنتج؟)**، علماً بأن الشروط الحديّة هي: $n(d_n)=n_0\ ,\ \varphi(d_n)=0$ و $\varphi(0)=\varphi_s=V_c-V$ والمساواة الآتية محققة في شروط التوازن: $n(0)=n_s=n_0\,e^{-(eV_c/k_BT)}$.

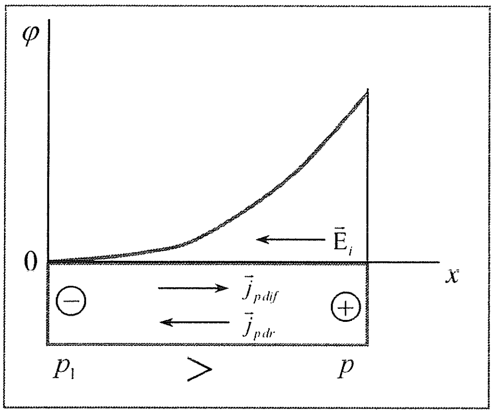
ملاحظة: للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة

تمنياتي للجميع التوفيق والنجاح

طرطوس في 2019/07/23

أ. د. حسن سليمان

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول (20 درجة)



إذا كان تركيز الثقوب من جهة اليسار، p، في الشكل المجاور أكبر من تركيزها من جهة اليمين، p_1 ، فإن تيار الانتشار سيتخذ اتجاهاً يبدأ من يسار العيّنة وينتهي في يمينها.

درجتان مع الرسم

سينقل تيار الانتشار الثقوب من اليسار إلى اليمين ويستمر بذلك ما لمْ ينشأ حقل داخلي، $\vec{E}_i$ ، بتلك القيمة التي من أجلها يتساوى تيار الانسياق المقابل (الناتج عن الحقل ذاته) مع تيار الانتشار (شرط التوازن الديناميكي). درجتان

وعليه، فإن:

(1) $j_p = -ep\mu_p \dfrac{\partial \varphi}{\partial x} - eD_p \dfrac{\partial p}{\partial x} = 0\,,$ درجة واحدة حيث φ الكمون الكهرساكن الذي تشكّل بالشحنات الحجمية (الفراغية).درجة واحدة

لنأخذ مبدأ حساب الكمون الكهرساكن φ، كما في الشكل المجاور، بحيث نعتبر قيمته في النهاية اليسرى من العينة مساويةً الصفر. درجة واحدة

يجب على الثقوب المشاركة في تيار الانتشار أن تتسلق (تصعد) حاجز كمون، $e\varphi$. درجة واحدة

لدينا من المعادلة (1)

$$\frac{\partial p}{p} = -\frac{\mu_p}{D_p}\partial\varphi\,; \qquad (2)$$

درجتان

وبتكامل طرفي المعادلة الأخيرة نحصل على الحل الآتي بالنسبة لتركيز الثقوب p:

$$\int_{p_1}^{p}\frac{dp}{p} = -\frac{\mu_p}{D_p}\int_{p_1}^{p} d\varphi\,;$$

درجة واحدة

$$\ln p - \ln p_1 = -\frac{\mu_p}{D_p}\left(\varphi_p - \varphi_{p_1}\right)$$

درجة واحدة

$$\ln\frac{p}{p_1} = -\frac{\mu_p}{D_p}\left(\varphi_p - \varphi_{p_1}\right)$$

درجة واحدة

$$p = p_1 \mathrm{e}^{-\frac{\mu_p}{D_p}\varphi}\;;\varphi_p = \varphi\,. \qquad (3)$$

درجة واحدة

ومن جهة أخرى، يمكننا من خلال تطبيق قانون بولتزمان، من أجل شحنة تتسلق حاجز كمون ارتفاعه $e\varphi$ نتيجة حركتها الحرارية، درجة واحدة كتابة المعادلة الآتية:

$$p = p_1\, \mathrm{e}^{-\frac{e\varphi}{k_B T}}\,. \qquad (4)$$

درجة واحدة

ويُعدُّ هذا التركيز متوازناً ترموديناميكياً أيضاً، درجة واحدة طالما أن قانون بولتزمان يوافق حالة توازن. درجة واحدة

ولكن، بما أنه لدينا شحنات حجمية، فإننا نرمز لهذا التركيز بالرمز p_1 بدلاً من p_0 . درجة واحدة

ونحصل من مقارنة المعادلتين (3) و (4) مع بعضهما البعض على معادلة اينشتاين من أجل الثقوب الآتية: $\dfrac{\mu_p}{D_p} = \dfrac{e}{k_B T}$ درجة واحدة

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني (30 درجة)

أولاً– 8 درجات

- إن الضوء المُسلَّط على العيّنة المدروسة هنا يولِّدُ إلكترونات وثقوب على حساب تأيّن المادة الأساسية للعينة،
- أي نتيجة انتقال الإلكترونات عبر الفجوة الطاقية.
- ونتيجة الاختلاف الكبير في تركيز الحاملات اللأساسية للشحنة (الإلكترونات هنا) عند سطح نصف الناقل وفي حجمها يُلاحظ انتشارها نحو عمق نصف الناقل،
- وهذا يؤدي إلى ظهور شحنة حجمية سالبة في عمقه.
- إلى جانب ظهور شحنة حجمية سالبة في عمق نصف الناقل يجري انجذابٌ للثقوب إلى ذلك العمق بسبب استرخاء مكسويل.
- ولذلك، فإن الحاملات اللأساسية للشحنة (الإلكترونات) تجذب معها في أثناء انتشارها إلى عمق نصف الناقل كمية من الحاملات الأساسية للشحنة (الثقوب)،
- ومن ثمَّ يُصان شرط الاعتدال الكهربائي في حجم نصف الناقل؛
- فمع اقتراب الإلكترونات والثقوب من عمق نصف الناقل سيُعاد اتحادها، ومن ثمَّ سيتناقص تركيزها.

ثانياً– لإيجاد قانون تغيّر تركيز الحاملات اللأساسية اللامتوازنة للشحنة نبدأ من معادلة الاستمرارية:

تدل معطيات المسألة على أنه لا يوجد توليد للحاملات اللامتوازنة للشحنة $G_n = 0$ في عمق نصف الناقل (من أجل $x \neq 0$)، كما تغيب الحقول الكهربائية $(\mathrm{E} = 0)$. والإضاءة ثابتة، مما يمكننا من وضع $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ في أي مقطع، $x \neq 0$، في عمق نصف الناقل. درجتان

في هذه الحالة تؤول معادلة الاستمرارية المعطاة إلى الشكل الآتي: $\frac{\Delta n}{\tau_n} = \frac{1}{e}\left(eD_n \nabla^2 n\right)$. درجتان

تم الحصول على الطرف الأيمن في المعادلة الأخيرة من المعادلة (1) على اعتبار أن $\nabla^2 \varphi = 0$.

وبما أن: $n = n_0 + \Delta n$ حيث $\nabla^2 n = \frac{\partial^2 (\Delta n)}{\partial x^2}$ درجتان + درجة واحدة

تُصبح المعادلة (1) من الشكل $\frac{\Delta n}{\tau_n D_n} = \frac{\partial^2 (\Delta n)}{\partial x^2}$. درجتان

ولهذه المعادلة حل عام من الشكل: $\Delta n = C_1\, \mathrm{e}^{\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}} + C_2\, \mathrm{e}^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}}$. درجتان

ولكن، بما أن $\Delta n \to 0$ عند ازدياد x، يتضح حتمية تحقق المساواة $C_1 = 0$. درجتان

وعيه فإن: $\Delta n = C_2\, \mathrm{e}^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}}$. درجة واحدة

نوجد قيمة الثابت C_2، بوضع $x = 0$ في المعادلة الأخيرة، فنجد أن قيمته تساوي $(\Delta n)_0$،

$(\Delta n)_0 \equiv \Delta n\big|_{x=0} = C_2 e^0 = C_2$. درجتان

ومنه: $\Delta n = (\Delta n)_0\, \mathrm{e}^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}}$, درجتان

يدعى المقدار $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ **طول انتشار** الحاملات اللامتوازنة واللأساسية في نصف الناقل الثقبي ويُعرَّف بأنه المدى الذي يتناقص خلاله التركيز الفائض من الحاملات **اللامتوازنة واللأساسية** للشحنة (الإلكترونات في الحالة الراهنة) بمقدار e مرة. درجتان

ثالثاً– يبلغ طول انتشار الإلكترونات L_n من أجل عيّنة من Si من النوع-p، ضمن معطيات المسألة ($D_n = 100\,\mathrm{cm^2/s}$ و $\tau_n = 10^{-6}\,\mathrm{s} = 1\,\mu\mathrm{s}$) القيمة $L_n = \sqrt{160\left(10^{-2}\right)^2\left(10^{-6}\right)} \cong 1.27\times10^{-4}\ \mathrm{cm} = 1.27\times10^{-6}\ \mathrm{m} = 1.27\ \mu\mathrm{m}$. درجتان

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث (20 درجة)

يكون لدينا استناداً إلى الشكل المعطى علاقة ظل زاوية (صغيرة) φ من الشكل الآتي:

$$\tan\varphi = \frac{j_x}{j_y} \cong \varphi \,, \qquad (1)$$ درجة واحدة

حيث j_x و j_y مركبتا متجه التيار الكلي على المحورين x و y على الترتيب (أي القيمتان المطلقتان لجميع الكميّات).

ومن جهة أخرى يمكننا كتابة علاقة مركبة كثافة التيار j_y الآتية:

$$j_y = j_p \cos\varphi_p + j_n \cos\varphi_n = e\left(p\mu_p + n\mu_n\right)\mathrm{E} \equiv \sigma\,\mathrm{E}\,, \qquad (2)$$ درجة واحدة

حيث أن $\cos\varphi_p = \cos\varphi_n = 1$ على اعتبار أن الزاويتين φ_p و φ_n صغيرتان، درجة واحدة

لكونهما تُدرسان في حالة الحقول المغناطيسية الضعيفة $\vec{B}$. درجة واحدة

ومركبة كثافة التيار j_x تُكتب بالشكل الآتي:

$$j_x = j_p \sin\varphi_p + j_n \sin\varphi_n = j_p\varphi_p + j_n\varphi_n \,, \qquad (3)$$ درجة واحدة

حيث أن $\sin\varphi_p = \varphi_p$ و $\sin\varphi_n = \varphi_n$، وذلك بحكم صِغر الزاويتين φ_p و φ_n. درجة واحدة

يمكن التعبير عن هاتين الزاويتين من المخططين المتجهين الموضحين في الشكل المعطى. إذْ يوافق هذا الرسم حالة التوازن الديناميكي وبلوغ حقل هول قيمة مستقرة. درجة واحدة

إذن، لدينا:

$$\tan\varphi_p = \frac{\mathrm{E}_{xp}}{\mathrm{E}} = \frac{\mathrm{E}_{xp}}{j_p / ep\mu_p} \cong \varphi_p \,; \qquad (4)$$ درجة واحدة

$$\tan\varphi_n = \frac{\mathrm{E}_{xn}}{\mathrm{E}} = \frac{\mathrm{E}_{xn}}{j_n / en\mu_n} \cong \varphi_n \,. \qquad (5)$$ درجة واحدة

كما يمكن الاستفادة من المعادلة (2) والتعبير عن الحقل E وفق الآتي:

$$\mathrm{E} = \frac{j_n}{\sigma_n} = \frac{j_n}{en\mu_p}\,; \qquad (6)$$ درجة واحدة

$$\mathrm{E} = \frac{j_p}{\sigma_p} = \frac{j_p}{ep\mu_p}\,. \qquad (7)$$ درجة واحدة

وتبعاً للعلاقة (7) ومفعول هول من أجل نصف الناقل المدروس نستطيع كتابة العلاقتين:

$$\mathrm{E}_{xp} = \frac{A}{ep}\frac{I_p B}{ab} = \frac{A}{ep} j_p B \,; \qquad (8)$$ درجة واحدة

$$\mathrm{E}_{xn} = -\frac{A}{en}\frac{I_n B}{ab} = -\frac{A}{en} j_n B \,. \qquad (9)$$ درجة واحدة

وبالتعويض عن المعادلات (20-21)-(20-18) في جملة المعادلتين (3) و (4)نجد أن:

$$\varphi_p = \frac{\mathrm{E}_{xp}}{\mathrm{E}} = \frac{A}{ep}\frac{j_p B}{j_p / ep\mu_p} = A\mu_p B \,; \qquad (10)$$ درجة واحدة

$$\varphi_n = \frac{\mathrm{E}_{xn}}{\mathrm{E}} = -\frac{A}{en}\frac{j_n B}{j_n / en\mu_n} = -A\mu_n B \,. \qquad (11)$$ درجة واحدة

ولإيجاد زاوية الدوران الإجماليّة، φ، نعوض عن العلاقتين (10) و (11) في العلاقتين (2) و(3) على الترتيب، حيث نجد أن:

$$j_x = j_p\left(A\mu_p B\right) + j_n\left(-A\mu_n B\right) = ep\mu_p \mathrm{E}\left(A\mu_p B\right) + en\mu_n \mathrm{E}\left(-A\mu_n B\right)$$ درجتان

ومن ثمَّ

$$j_x = eA\left(p\mu_p^2 - n\mu_n^2\right)\mathrm{E}\, B, \qquad (12)$$ درجة واحدة

ومن ثمَّ نعوض العلاقتين (2) و(6) في علاقة دوران φ، أي في المعادلة (1)، فنجد:

$$\varphi = \frac{j_x}{j_y} = \frac{eA\left(p\mu_p^2 - n\mu_n^2\right)\mathrm{E}\, B}{e\left(p\mu_p + n\mu_n\right)\mathrm{E}} = A\frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{p\mu_p + n\mu_n}B. \qquad (13)$$ درجتان

توزيع الدرجات على جواب السؤال الرابع (20 درجة)

نضرب طرفي المعادلة المعطاة بالتابع الأسّي $\mathrm{e}^{\frac{e\varphi}{k_B T}}$، ونستخدم علاقة اينشتاين، $eD_n = \mu_n k_B T$، وتُفترض الكمية $e\varphi$ موجبةً فنجد:

$$j\,\mathrm{e}^{\frac{e\varphi}{k_B T}} = n\mu_n \mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}\frac{d(e\varphi)}{dx} + \mu_n k_B T\,\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}\frac{dn(x)}{dx}, \qquad (1)$$ درجتان

يمكن كتابة المعادلة (1) على شاكلة مشتق، فتُصبح من الشكل الآتي:

$$j\,\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}} = \mu_n k_B T\frac{d}{dx}\left[n\,\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}\right], \qquad (2)$$ درجتان

وبتكامل طرفي المعادلة (2) في حدود الطبقة المقفلة، حيث تكون كثافة التيار، j، مستقلة عن الموضع x، نجد:

$$j\int_0^{d_n}\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}dx = \mu_n k_B T\int_0^{d_n}\frac{d}{dx}\left[n\,\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}\right]dx \qquad (3)$$ درجتان

ومن ثمَّ

$$j = \mu_n k_B T\left[n(d_n)\,\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(d_n)}{k_B T}} - n(0)\,\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(0)}{k_B T}}\right] \Big/ \int_0^{d_n}\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}dx$$ درجتان

وباستعمال علاقة تركيز الإلكترونات في شروط التوازن، وضمن الشروط الحديّة المعطاة تأخذ المعادلة الأخيرة الشكل الآتي:

$$j = \mu_n k_B T\left[n_0 - n_0\,\mathrm{e}^{-\frac{eV_c}{k_B T}}\cdot\mathrm{e}^{\frac{e(V_c - V)}{k_B T}}\right] \Big/ \int_0^{d_n}\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}dx = \mu_n k_B T\left[n_0 - n_0\,\mathrm{e}^{-\frac{eV}{k_B T}}\right] \Big/ \int_0^{d_n}\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}dx. \qquad (4)$$ درجتان

ولحساب مقام الكسر في المعادلة (4) نستبدل المتحول x بآخر:

$$\int_0^{d_n}\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}dx = \int_0^{d_n}\mathrm{e}^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1}d\varphi. \qquad (5)$$ درجتان

إن التابع $\mathrm{e}^{e\varphi(x)/k_B T}$ يزداد بسرعةٍ بارتفاع الكمون، $\varphi(x)$، وتكون المساهمة الكبرى من نصيب المجال الموافق للمساواة التقريبية $\varphi \approx \varphi_s$، إذْ توافق هذه القيمة للكمون المساواة:

$$\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_{x=0}^{-1} = -\frac{1}{\mathrm{E}_s}. \qquad (6)$$ درجة واحدة

ووفقاً لهذه الاعتبارات من الممكن إخراج المقدار $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1}$، الذي يأخذ الشكل العلاقة (6)، خارج إشارة التكامل في المعادلة (5)، فنحصل على المعادلة الآتية:

(7) $$\int_0^{d_n} e^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}\, dx = \frac{1}{E_s}\int_0^{\varphi_s} e^{\frac{e\varphi}{k_B T}}\, d\varphi = \frac{k_B T}{eE_s}\left(e^{\frac{e\varphi_s}{k_B T}} - 1\right).$$ درجتان

نفرض هنا أن: $$\frac{e\varphi_s}{k_B T} = \frac{e(V_s - V)}{k_B T} >> 1$$ درجة واحدة

ولهذا السبب، يمكننا إهمال الواحد في المعادلة (7) بالمقارنة مع التابع الأُسّي، وعندها يمكن كتابة المساواة الآتية:

(8) $$\int_0^{d_n} e^{\frac{e\varphi(x)}{k_B T}}\, dx = \frac{k_B T}{eE_s}\, e^{\frac{e(V_s - V)}{k_B T}}\ .$$ درجتان

إذن، بالتعويض عن المعادلة (8) في المعادلة (3) نحصل على علاقة الصفة المميزة فولط– أمبير لطبقة مقفلة سميكة حيث تأخذ الشكل الآتي:

$$j = e\,\mu_n E_s n_0\, e^{-\frac{eV_c}{k_B T}}\left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1\right) = e(\upsilon_{dr})_s\, n_s\left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1\right).$$

حيث حاصل الضرب $\mu_n E_s$ ليس سوى سرعة انسياق الإلكترونات، $(\upsilon_{dr})_s$، في الحقل E_s . درجتان

أ.د. حسن سليمان

جامعة طرطوس
كليّة العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر فيزياء أنصاف النواقل
لطلاب السنة الرابعة فيزياء
للعام الدراسي 2018-2019 / الدورة الفصلية الثانية

الأسم:
المدة: ساعتان
العلامة العظمى: 90 درجة

السؤال الأول: (25 درجة)

لنفرض أن نصف ناقلٍ إلكتروني معزولٍ يقع عند إضاءته في حالة مستقرة ويحقق المتراجحة $\Delta n << n_0$، وتُستعاد حالة التوازن فيه وتُصبح الكثافة الكليّة للتيار صفراً، والمطلوب:

أولاً- كتابة معادلة كثافة الكليّة للتيار (مع ذكر المسميّات) ثمَّ إيجاد علاقة الحقل الكهربائي المتشكِّل في نصف الناقل المدروس وفق **المحور-x** مستفيداً من علاقة اينشتاين.

ثانياً- إيجاد معادلة تفاضلية من أجل Δn ثم استنتاج علاقة طول حجب ديباي في نصف الناقل المدروس.

ثالثاً- كتابة المعادلة الناتجة في الطلب الثاني بدلالة طول حجب ديباي وكتابة حلها العام ثم مناقشة الحل من أجل الشروط الحديّة.

أعط تفسيراً فيزيائياً للنتيجة التي تحصل عليها.

رابعاً- ما هي رتبة طول حجب ديباي في أنصاف النواقل عموماً؟.

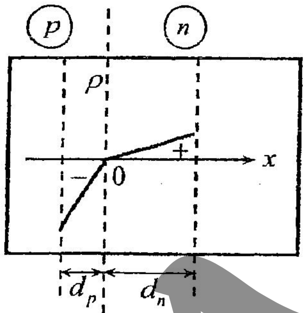
السؤال الثاني: (25 درجة)

أثبت أن المعادلة $f = f_0 + e\mathrm{E}\tau v_x \dfrac{\partial f_0}{\partial E}$ تُعدُّ إحدى الأشكال الممكنة لكتابة معادلة بولتزمان الحركيّة من أجل غازٍ إلكتروني وذلك انطلاقاً من أن تغير تابع توزيع حاملات الشحنة تحت تأثير حقل شدته $\vec{\mathrm{E}}$ يتجه وفق المحور x من أجل بلّورة متجانسة وبغياب تدرج حراري يُعطى بالعلاقة الآتية: $\left(\dfrac{df}{dt}\right)_{\mathrm{E}} = \dfrac{\partial f}{\partial t} + \dfrac{df}{dp_x} \cdot \dfrac{dp_x}{dt}$

السؤال الثالث: (40 درجة)

ليكن لدينا وصلة-p-n سَلسَة Smooth Junction وغير متناظرة، كما يوضح الشكل المجاور لتغير كثافة الشحنة الحجمية في كل من جزأيها، والمطلوب:

أولاً- اشرح مفهوم الشحنة الحجمية ثمَّ اذكر متى يُقال عن الطبقة المقفلة أنها سميكة ومتى يُقال أنها رقيقة.



ثانياً- كتابة كلٍ من علاقة كثافة الشحنة الحجمية ومعادلة بواسّون في المجالين الإلكتروني والثقبي بدلالة تدرج تركيز الشوائب في كل منها (على فرض أنها تأينت بشكل كامل).

ثالثاً- استنتاج علاقتي الحقل الكهربائي $\mathcal{E}$ والكمون الكهربائي φ في الجزء الإلكتروني والثقبي من الوصلة-p-n السَلسَة ورسم المنحنيات البيانية الموافقة لها. ماذا تستنتج؟.

رابعاً- ناقش النتائج التي تحصل عليها من أجل الوصلة المدروسة إذا كانت متناظرة واستنتج في أثناء ذلك علاقة السماكة الكليّة لهذه الوصلة؟.

بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2019/06/09

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

فيزياء أنصاف النواقل
س٤ / فيزياء

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: (25 درجة)

تعطى علاقة الكثافة الكليّة للتيار بالشكل: 1 + 1 + 1 + 1

$$j = en\mu_n \mathrm{E}_i + eD_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

تكون الكثافة الكليّة للتيار في حالة التوازن صفراً:

$$j = en\mu_n \mathrm{E}_i + eD_n \frac{\partial n}{\partial x} = 0\,,$$

حيث يُمثِّل الحد الأول كثافة تيار الانسياق والحد الثاني كثافة تيار الانتشار

ثمّ إن $\mathrm{E}_i = \mathrm{E}_x$ في هذه العلاقة، لأن المحور x موجّة عمودياً على السطح. 4 درجات

وباستخدام علاقة اينشتاين من أجل الإلكترونات، $\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{e}{k_B T}$، نحصل على علاقة الحقل الداخلي: 1 + 1 + 1 + 1

$$\mathrm{E}_i = -\frac{k_B T}{en}\frac{\partial n}{\partial x}.$$

ولكن، طالما أن $\partial(n_0 + \Delta n) = \partial(\Delta n),$

تجد $\mathrm{E}_i = -\frac{k_B T}{e(n_0 + \Delta n)}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial x} \cong -\frac{k_B T}{e n_0}\frac{\partial(\Delta n)}{\partial x}.$ 4 درجات

ومنه، يمكن إيجاد تدرج الحقل E_i: 1 + 1 + 2

$$\frac{\partial \mathrm{E}_i}{\partial x} = -\frac{k_B T}{e n_0}\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2}. \qquad (1)$$

وطالما، جرى اختيار المحور x عمودياً على سطح نصف الناقل، فلدينا:

$$\frac{\partial \mathrm{E}_{iy}}{\partial y} = \frac{\partial \mathrm{E}_{iz}}{\partial z} = 0$$

ونحصل من تطبيق معادلة بواسُون من أجل نصف الناقل المدروس على المعادلة

$$\mathrm{div}\,\mathrm{E}_i = \frac{\partial \mathrm{E}_{ix}}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{e\Delta n}{\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (2)$$ 4 درجات

وبمقارنة طرفي المعادلتين (1) و (2) نحصل على المعادلة الآتية: 2 + 1 + 1 + 1

$$\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} - \frac{e^2 n_0}{\varepsilon\varepsilon_0 k_B T}\Delta n = 0. \qquad (3)$$

وبإدخال الرمز الآتي في المعادلة الأخيرة (3) $\boxed{L_D = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 k_B T}{e^2 n_0}}}$

تؤول المعادلة (3) إلى الشكل الآتي:

$$\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{L_D^2} = 0\,. \qquad (4)$$

يمكن تصور الحل العام للمعادلة الأخيرة بالشكل

$$\boxed{\Delta n = C_1\, e^{\frac{x}{L_D}} + C_2\, e^{-\frac{x}{L_D}}}. \qquad (5)$$ 5 درجات

ومن أجل مجالٍ غير مضاءٍ في نصف الناقل، تتناقص الكمية Δn عند الابتعاد نحو عمق نصف الناقل، وبالتالي لا بد من وضع $C_1 = 0$؛ وعندها يُصبح الحل (5) من الشكل 1

$$\Delta n = C_2\, e^{-\frac{x}{L_D}} .$$

عندما $x = 0$ يكون لدينا $\Delta n = (\Delta n)_0 = C_2$، 1 ولذلك نحصل على العلاقة الآتية: 1

$$\boxed{\Delta n = (\Delta n)_0\, e^{-\frac{x}{L_D}}} . \qquad (6)$$

وهكذا نجد، في حالة توافر ناقلية كهربائية أحادية القطبية، أن التركيز الفائض للحاملات **اللامتوازنـة (الأساسـية)** للشحنة تتناقص عند الابتعاد عن المجال المُضاء، أسِّياً، بثابت تناقص، L_D، يدعى **طول (أو نصف قطر) الحجب لديباي.** 1

يتضح من العلاقة (4) أن طول ديباي للحجب يتعلق بدرجة الحرارة والتركيز المتوازن لحاملات الشحنة (T و n_0). كما يصف طول حجب ديباي تغيّر الكمون في الطبقات تحت السطحية. 2

تجدر الإشارة هنا إلى أن مقارنة المعادلتين $\Delta n = (\Delta n)_0\, e^{-\frac{t}{\tau_M}}$ و (6) مع بعضها البعض تجعلنا نستنتج أن امتداد حاملات الشحنة، في حالة ناقلية كهربائية أحادية القطبية، لمسافة تساوي طول الحجب L_D، تتحقق خلال زمن استرخاء مكسويل τ_M الذي يُعدُّ، في الحالة الراهنة، زمناً فعّالاً لاستعادة التوازن الانتشاري- الانسياقي. 1

إن قيمة L_D من رتبة $(1-0.01)\mu m = (10^{-4} - 10^{-6})cm$ في أنصاف النواقل وهي قيمة صغيرة جداً. 1

ويُعتقد أنه على الرغم من حصول فصلٍ للشحنات وتشكُّل شحنات حجمية، في حالة توليد حاملات أحادية القطبية، إلاّ أنه عملياً، يحصل تركيز مرتفع للحاملات اللامتوازنة للشحنة في تلك المنطقة التي تجري فيها عملية توليدها، مما يعني حدوث عمليتي توليد حاملات بقطبية وحيدة وإعادة اتحادها في المجال ذاته من نصف الناقل.

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: (25 درجة)

بما أن المشتق الزمني للاندفاع p_x يساوي F_x، فإن المعادلة الآتية تكون محققة من أجل الإلكترونات: 1

$$\frac{dp_x}{dt} = F_x = -e\mathrm{E} . \qquad (2)$$

وبالتالي، نحصل من المعادلة المعطاة والمعادلة (2) على المعادلة الآتية:

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{\mathrm{E}} = \frac{\partial f}{\partial t} - e\mathrm{E}\frac{df}{dp_x} . \qquad (3)$$

- يكون الحقل الخارجي E عادةً أقل بكثير من الحقل الداخلي للبلّورة، 1
- ولذلك، فإن الحقل E يُسبّب تغيراً ليس كبيراً نسبياً لتابع التوزيع f بالمقارنة مع التابع المتوازن f_0.
- بهذا الشكل بمقدورنا كتابة المعادلة: 1

$$\boxed{f = f_0 + f_1 ,} \qquad (4)$$

حيث $f_0 = f_F$ تابع توزيع فيرمي من أجل غاز متحلل؛ 1

و $f_0 = f_{MB}$ تابع توزيع مكسويل- بولتزمان من أجل غاز غير متحلل ، 1

و f_1 كمية إضافية صغيرة (اضطراب) ولكنها تُحدِّد عمليات النقل الكهربائي (الظواهر الحركيّة). 1

إذا فُصل الحقل الخارجي، E، في لحظة زمنية ما، يمكن عدّها مبدأً للحساب، فإن حالة التوازن تُستعاد نتيجةً لتصادمات الإلكترونات مع المراكز المُبعثِرة (أيونات ذرة شائبة، وفونونات، وعيوب، الخ)، 2

فإذا لم يكن انحراف الجملة عن التوازن كبيراً فيمكن كتابة علاقة سرعة تغير تابع التوزيع $\left(\frac{df}{dt}\right)_{cm}$، الناتج من التصادمات المشار إليها أعلاه، على أنها متناسبة طردياً مع مقدار الانحراف 1 (أي أن التناسب خطيٌّ):

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{cm} = -\frac{f_1}{\tau} = -\frac{f-f_0}{\tau}, \qquad (5)$$ 1

حيث τ زمن استرخاء الجملة المدروسة.

وطالما أن تابع التوزيع f_0 مستقل عن الزمن، فيمكننا كتابة المساواة:

$$\frac{d(f-f_0)}{f-f_0} = -\frac{dt}{\tau}, \qquad (6)$$ 1

ومن ثمّ:

$$\boxed{f_1 = (f_1)_0\, e^{-\frac{t}{\tau}},} \qquad (7)$$ 1

حيث $(f_1)_0$ قيمة f_1 في لحظة البدء $t=0$ (لحظة تطبيق الحقل E). 1

في الحالة العامة، يتبع زمن الاسترخاء المتجه الموجي، $\tau = \tau(\vec{k})$، وشكل التابع يتعلق بآلية التبعثر.

إذن، تجري في نصف الناقل، في مكان تشكل حقل كهربائي، E، عمليتان: 1+1

1. عملية تغيّر تابع توزيع حاملات الشحنة على الحالات تحت تأثير الحقل بسرعة $\left(\frac{df}{dt}\right)_{E}$؛
2. وعملية استرخاء، تسعى بعودة الجملة إلى حالة التوازن بسرعة $\left(\frac{df}{dt}\right)_{cm}$.

تترسّخ الحالة المستقرة عند توازن تلك العمليتين، أي عندما: 1

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{E} = \left(\frac{df}{dt}\right)_{cm}. \qquad (8)$$

ومن أجل الحالة الخاصة المتمثلة في تطابق اتجاه الحقل E مع اتجاه المحور x نحصل من المعادلتين (3) و (5) على العلاقة الآتية: 1

$$-\frac{\partial f}{\partial t} + eE\frac{df}{dp_x} = \frac{f-f_0}{\tau(\vec{k})}. \qquad (9)$$

ولكن طالما، أننا ندرس الحالة المستقرة، فإن تغير التابع f مع مرور الزمن، t، يساوي الصفر: 1

$$\frac{\partial f}{\partial t} = 0. \qquad (10)$$

ومن ثمّ، نحصل من المعادلتين (9) و (10) على المعادلة الآتية: 2

$$f = f_0 + eE\tau\frac{\partial f}{\partial p_x}, \quad \text{أو} \quad f - f_0 = eE\tau(\vec{k})\frac{\partial f}{\partial p_x}, \qquad (11)$$

وبما أن التابع f يختلف قليلاً عن التابع f_0، 1 فيمكن كتابة المعادلة (11) بالشكل:

$$\boxed{f = f_0 + \frac{eE\tau}{m_n}\frac{\partial f_0}{\partial \upsilon_x}.} \qquad (12)$$ 2

وبالانتقال من تفاضل تابع التوزيع المتوازن بالنسبة للاندفاع إلى التفاضل بالنسبة للطاقة، E، نحصل على المساواة المطلوبة $f = f_0 + e\mathrm{E}\tau\upsilon_x \dfrac{\partial f_0}{\partial E}$، لأن $E = \frac{1}{2}m_n\upsilon_x^2$ ومن ثمّ $\partial E = m_n\upsilon_x\partial\upsilon_x$. 2

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث (40 درجة)

تنتج الشحنة الحجمية من انتقال الحاملات الأكثرية من كلا نصفي الناقلين إلى الطرفين الآخرين المقابل لكل منهما. 2

يُقال عن الطبقة المفقرة أنها سميكة إذا تحقق الشرط $d \geq \bar{\ell}$ ويُقال أنها رقيقة $d < \bar{\ell}$. 2

تساوي الكثافة الحجمية للشحنة الكهربائية في المجال الإلكتروني لوصلة-p-n سلسة إلى $\rho = eA_n x$، حيث A_n تدرج تركيز الشوائب المانحة التي يُفترض أنها تأينت بأكملها، 2 وفي المجال الثقبي $\rho = eA_p x$ حيث A_p تدرج تركيز الشوائب الآخذة التي يُفترض أنها تأينت بأكملها أيضاً. 2

وعندها تأخذ معادلة بواسون الشكل الآتي: 2+2

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{eA_n}{\varepsilon\,\varepsilon_0}x \quad .\& \quad \frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{eA_p}{\varepsilon\,\varepsilon_0}x$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon\,\varepsilon_0} = -\frac{eA_n}{\varepsilon\,\varepsilon_0}x.$$

ومن تكامل طرفي المعادلة الأخيرة نحصل على المعادلة الآتية: 2

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{eA_n}{2\varepsilon\,\varepsilon_0}x^2 + C_1.$$

ونحصل على قيمة الثابت من الشروط الحديّة: 3

عندما $x = d_n$ يكون $\dfrac{d\varphi}{dx} = 0$، ومن ثمّ: $C_1 = \dfrac{eA_n}{2\varepsilon\,\varepsilon_0}d_n^2$

ومن ثمّ: 2

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{eA_n}{2\varepsilon\,\varepsilon_0}\left(d_n^2 - x^2\right) = -\mathcal{E}.$$

ومرةً أخرى نحصل من تكامل طرفي المعادلة الأخيرة على المعادلة الآتية: 2

$$\varphi = -\frac{eA_n}{6\varepsilon\,\varepsilon_0}x^3 + \frac{eA_n d_n^2}{2\varepsilon\,\varepsilon_0}x + C_2.$$

إذا اعتبرنا مبدأ حساب الكمون الكهرساكن φ قيمته في المجال الإلكتروني خارج حدود الوصلة-p-n أي نضع في المستوي فإننا نحصل على قيمة ثابت التكامل C_2: $C_2 = -\dfrac{eA_n}{3\varepsilon\,\varepsilon_0}d_n^3$ 3

ومن ثمّ تُصبح معادلة الكمون الكهرساكن في القسم الإلكتروني للوصلة السلسة من الشكل الآتي:

$$\varphi = -\frac{eA_n}{6\varepsilon\,\varepsilon_0}x^3 + \frac{eA_n d_n^2}{2\varepsilon\,\varepsilon_0}x - \frac{eA_n}{3\varepsilon\,\varepsilon_0}d_n^3. \qquad (1) \qquad 2$$

وعندها تساوي القيمة المطلقة للكمون φ عندما $x = 0$ إلى (التفصيل مطلوب هنا): 2

$$\varphi = \varphi_n = \frac{eA_n d_n^3}{3\varepsilon\,\varepsilon_0}.$$

~~ونحصل على علاقة الكمون الكهرساكن من أجل المجال الثقبي للوصلة-p-n السلسة بطريقة مشابهة فنجد أن:~~

$$\varphi_p = \frac{eA_p d_p^3}{3\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad 2$$ (التفصيل مطلوب هنا)

تحصل على العلاقة العامة للكمون φ في المجال الثقبي للوصلة-p-n باختيار مبدأ حساب φ بدءاً من مستوى الكمون الكهرساكن في الجزء المعتدل من المجال-p على شاكلة علاقة مشابهة للعلاقة (1)، ولكن مع الأخذ في الحسبان التغيرات الموافقة للإشارة في كل حدٍ من حدودها.

وفي هذا السياق إذا أبقينا مستوى الكمون φ في المجال الإلكتروني؛ على أنه مبدأ لحساب الكمون، فإن تبادل الشروط الحديّة يُعطي أيضاً إمكانية التعبير عن φ في المجال الثقبي.

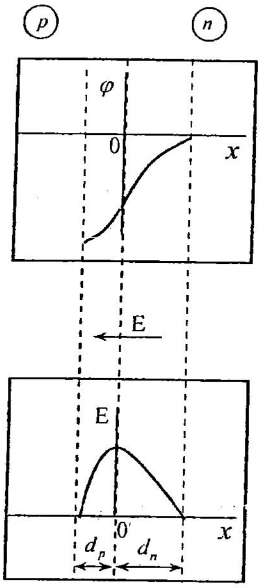
إذا تحققت المساواة $A_n = A_p = A$، أي إذا كانت الوصلة-p-n متناظرة، بحيث إن $d_n = d_p = d/2$ و $\varphi_n = \varphi_p$، 2

فإننا نحصل على المعادلة الآتية:

$$\varphi_n + \varphi_n = \frac{eAd^3}{12\,\varepsilon\varepsilon_0} = (V_C - V). \qquad 2$$

ومن ثمَّ تبلغ السماكة الكلية للوصلة المدروسة ما يأتي:

$$d = \sqrt[3]{\frac{12\,\varepsilon\varepsilon_0\,(V_C - V)}{eA}}. \qquad 2$$ و



يوضح الشكلان المجاوران تغيرات التابعين $\varphi(x)$ و $\mathcal{E}(x)$ في الوصلة-p-n السلسة اللامتناظرة.

وتكون هذه المنحنيات في الوصلة-p-n السلسة والمتناظرة متناظرةً أيضاً. 2 + 2

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

سلم تصحيح امتحان مقرر أنصاف النواقل للدورة الفصلية الثانية 2018/2017

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: 33 درجة 7 + 10 + 6 + 4 + 6

أولاً– تُحدَّد درجات الحرارة الأكثر انخفاضاً بوساطة المتراجحة: (1) $\frac{8N_d}{N_c}\,\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}} >> 1$ **3** درجات

المناقشة: يمكن تحقيق مثل هذه المتراجحة: **4** درجات

- بوساطة الأُس الذي يُعدُّ كبيراً عندما T صغيرة،
- وبوساطة العامل الأُسّي، $8N_d/N_c$، أيضاً، طالما أن كثافة الحالات، N_c، تتناقص بانخفاض درجة الحرارة $\left(N_c = 2\left(2\pi\, m_n\, k_B T\right)^{3/2}/h^3\right)$ وتركيز المانحات، N_d، لا يتعلق بها.
- من الواضح أن مفهوم درجات الحرارة الأكثر انخفاضاً يُعدُّ، وفقاً للمتراجحة (1)، مفهوماً خاصاً أي من أجل كل نصف ناقل ثمة مجال لدرجات الحرارة الأكثر انخفاضاً خاص به.

ثانياً– عند تحقق المتراجحة الموافقة لدرجات الحرارة الأكثر انخفاضاً يمكننا إهمال الواحد في العلاقة الأولى المعطاة في نص المسألة، في القوسين المتوسطين، فنحصل على العلاقة الآتية:

$$E_F = k_B T \ln\left(\frac{1}{4}\,\mathrm{e}^{\frac{E_d}{k_B T}}\sqrt{\frac{8N_d}{N_c}\,\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}}}\right). \qquad (2)$$ درجتان

وبإجراء بعض التحويلات الجبرية الآتية:

$$E_F = k_B T\left[\ln\frac{1}{4} + \ln \mathrm{e}^{\frac{E_d}{k_B T}} + \ln\left(\frac{8N_d}{N_c}\,\mathrm{e}^{\frac{\Delta E_d}{k_B T}}\right)^{1/2}\right].$$ درجتان

$$E_F = k_B T\left[\ln\frac{1}{4} + \frac{E_d}{k_B T} + \frac{1}{2}\left(\ln\frac{8N_d}{N_c} + \frac{E_c - E_d}{k_B T}\right)\right].$$ درجتان

$$E_F = k_B T\left[\frac{2E_d}{2k_B T} + \frac{E_c - E_d}{2k_B T}\right] + \frac{k_B T}{2}\left(\ln\frac{8N_d}{N_c} + \ln\frac{1}{4}\right).$$ درجتان

نحصل على علاقة موضع سوية فيرمي الآتية ضمن التقريب المشار إليه أعلاه:

$$E_F = \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{k_B T}{2}\ln\frac{N_d}{2N_c}. \qquad (3)$$ درجتان

ثالثاً– يمكن إيجاد التركيز المتوازن للإلكترونات، n_0، باستخدام علاقة سوية فيرمي الأخيرة (العلاقة (3)) وفقاً للعلاقة الثانية المعطاة في نص السؤال. إذْ ينتج من العلاقتين الثانية و (3) على علاقة n_0 بالشكل الآتي:

$$n_0 = N_c\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{k_B T}\left(E_c - \frac{E_c + E_d}{2} - \frac{k_B T}{2}\ln\frac{N_d}{2N_c}\right)};$$ درجتان

$$n_0 = N_c\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{k_B T}\left(\frac{E_c - E_d}{2}\right)}\,\mathrm{e}^{\left(\ln\sqrt{\frac{N_d}{2N_c}}\right)};$$ درجتان

$$n_0 = N_c\,\mathrm{e}^{-\frac{\Delta E_d}{2k_B T}}\sqrt{\frac{N_d}{2N_c}};$$

$$n_0 = \sqrt{\frac{N_c N_d}{2}}\,\mathrm{e}^{-\frac{\Delta E_d}{2k_B T}}. \qquad (4)$$ درجتان

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: 33 درجة 3 + 4 + 14 + 12

أولاً–
$$R_0 = \gamma_r n_0 p_0 = \gamma_r n_i^2 ,$$

حيث γ_r معامل تناسب، يسمى معامل إعادة الاتحاد، و n_0 و p_0 التراكيز المتوازنة للإلكترونات والثقوب في نصف الناقل، على الترتيب.

3 درجات

ثانياً–
$$R_0 = \gamma_r np .$$ درجتان

تأخذ معادلة الاستمرارية في غياب التيار الكهربائي الشكل الآتي:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = G_0 - \gamma_r np , \tag{1}$$ درجتان

ثالثاً– يمكن كتابة العلاقة الأخيرة بالشكل الآتي:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma_r n_0 p_0 - \gamma_r np = \gamma_r n_0 p_0 - \gamma_r (n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p).$$ درجتان

$$\therefore \ \frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r (n_0 \Delta p + p_0 \Delta n + \Delta n \Delta p). \tag{2}$$ درجتان

وإذا أخذنا بالحسبان أن $\Delta n = \Delta p$ ، درجتان

في ظروف حقنٍ بمستوٍ **منخفضٍ**، تُصبح المعادلة (2) من الشكل:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r (n_0 + p_0) \Delta n = -\frac{\Delta n}{\tau_n}, \tag{3}$$ درجتان

حيث

$$\tau_n = \frac{1}{\gamma_r (n_0 + p_0)} . \tag{4}$$ درجتان

إن فترة الحياة اللامتوازنة هذه، لا تتغيّر في أثناء عملية إعادة اتحاد الحاملات اللامتوازنة للشحنة، مما يعني أنها توافق إعادة الاتحاد الخطّي درجتان التي يُعدُّ التركيز الفائض فيها تابعاً أُسّياً للزمن: درجتان

$$\Delta n = (\Delta n)_0 e^{-\frac{t}{\tau}} ,$$

رابعاً– إذا كان مستوى حقن الحاملات اللامتوازنة **عالياً**، أي إذا تحققت المتراجحة $\Delta n >> (n_0 + p_0)$ ، درجتان

نحصل تبعاً للمعادلة (2)، على العلاقة الآتية:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma_r (\Delta n)^2 \quad \text{أو} \quad \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\gamma_r (\Delta n)^2 \tag{5}$$ درجتان

بهذا الشكل، يكون المقدار $\frac{\partial n}{\partial t}$ تابعاً تربيعياً بالنسبة للتركيز الفائض للإلكترونات، Δn ، وتدعى إعادة الاتحاد عندها، بإعادة الاتحاد التربيعية.

درجتان

وبتكامل طرفي المعادلة (5) نحصل على قانون تغيّر Δn الآتي في حالة إعادة الاتحاد التربيعي: درجتان

$$\Delta n = \frac{(\Delta n)_0}{1 + \gamma_r t (\Delta n)_0} . \tag{6}$$

يأخذ القانون (6) شكل قطع زائد هنا، يحول إلى شكل أُسّي خلال فترة من الزمن بعد إزالة توليد حاملات الشحنة. درجتان

إذْ تُخرق المتراجحة $\Delta n >> (n_0 + p_0)$ بعد انقضاء هذه الفترة، أي عندما ينخفض التركيز الفائض إلى قيمةٍ، توافق مستوى الحقن المنخفض.

درجتان

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: 24 درجة

نضرب طرفي المعادلة المعطاة بالتابع الأُسّي $e^{\frac{e\varphi}{k_BT}}$، ونستخدم علاقة اينشتاين، $eD_n = \mu_n k_B T$، وتُفترض الكمية $e\varphi$ موجبةً فنجد:

$$j\, e^{\frac{e\varphi}{k_BT}} = n\mu_n e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}} \frac{d(e\varphi)}{dx} + \mu_n k_B T\, e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}} \frac{dn(x)}{dx}, \qquad (1)$$

3 درجات

يمكن كتابة المعادلة (1) على شاكلة مشتقٍ، فتُصبح من الشكل الآتي:

$$j\, e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}} = \mu_n k_B T \frac{d}{dx}\left[n\, e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}}\right], \qquad (2)$$

درجتان

وبتكامل طرفي المعادلة (2) في حدود الطبقة المقفلة، حيث تكون كثافة التيار، j، مستقلة عن الموضع x، نجد:

$$j\int_0^{d_n} e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}}\, dx = \mu_n k_B T \int_0^{d_n} \frac{d}{dx}\left[n\, e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}}\right] dx \quad \text{ومن ثمَّ} \quad j = \mu_n k_B T\left[n(d_n)\, e^{\frac{e\varphi(d_n)}{k_BT}} - n(0)\, e^{\frac{e\varphi(0)}{k_BT}}\right] \Big/ \int_0^{d_n} e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}}\, dx \qquad (3)$$

4 درجات

وباستعمال علاقة تركيز الإلكترونات في شروط التوازن، وضمن الشروط الحديّة المعطاة تأخذ المعادلة الأخيرة الشكل الآتي:

$$j = \mu_n k_B T\left[n_0 - n_0\, e^{-\frac{eV_c}{k_BT}} \cdot e^{\frac{e(V_c - V)}{k_BT}}\right] \Big/ \int_0^{d_n} e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}}\, dx = \mu_n k_B T\left[n_0 - n_0\, e^{-\frac{eV}{k_BT}}\right] \Big/ \int_0^{d_n} e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}}\, dx . \qquad (4)$$

3 درجات

ولحساب مقام الكسر في المعادلة (4) نستبدل المتحول x بآخر:

$$\int_0^{d_n} e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}}\, dx = \int_0^{d_n} e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}} \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1} d\varphi . \qquad (5)$$

درجتان

إن التابع $e^{e\varphi(x)/k_BT}$ يزداد بسرعةٍ بارتفاع الكمون، $\varphi(x)$، وتكون المساهمة الكبرى من نصيب المجال الموافق للمساواة التقريبية $\varphi \approx \varphi_s$، إذْ توافق هذه القيمة للكمون المساواة:

$$\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1}_{x=0} = -\frac{1}{E_s} . \qquad (6)$$

درجتان

ووفقاً لهذه الاعتبارات من الممكن إخراج المقدار $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1}$، الذي يأخذ الشكل العلاقة (6)، خارج إشارة التكامل في المعادلة (5)، فنحصل على المعادلة الآتية:

$$\int_0^{d_n} e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}}\, dx = \frac{1}{E_s}\int_0^{\varphi_s} e^{\frac{e\varphi}{k_BT}}\, d\varphi = \frac{k_BT}{eE_s}\left(e^{\frac{e\varphi_s}{k_BT}} - 1\right). \qquad (7)$$

درجتان

نفرض هنا أن:

$$\frac{e\varphi_s}{k_BT} = \frac{e(V_s - V)}{k_BT} >> 1$$

درجتان

ولهذا السبب، يمكننا إهمال الواحد في المعادلة (7) بالمقارنة مع التابع الأُسّي، وعندها يمكن كتابة المساواة الآتية:

$$\int_0^{d_n} e^{\frac{e\varphi(x)}{k_BT}}\, dx = \frac{k_BT}{eE_s}\, e^{\frac{e(V_s - V)}{k_BT}} . \qquad (8)$$

درجتان

إذن، بالتعويض عن المعادلة (8) في المعادلة (3) نحصل على علاقة الصفة المميزة فولط– أمبير لطبقة مقفلة سميكة حيث تأخذ الشكل الآتي:

$$j = e\,\mu_n E_s n_0\, e^{-\frac{eV_c}{k_BT}}\left(e^{\frac{eV}{k_BT}} - 1\right) = e(\upsilon_{dr})_s\, n_s\left(e^{\frac{eV}{k_BT}} - 1\right).$$

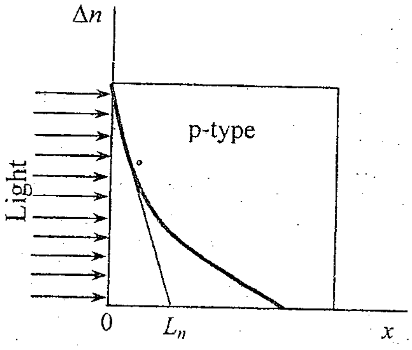
درجتان

حيث حاصل الضرب $\mu_n E_s$ ليس سوى سرعة انسياق الإلكترونات، $(\upsilon_{dr})_s$، في الحقل E_s.

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الفيزياء	امتحان مقرر **فيزياء أنصاف النواقل** لطلاب السنة الرابعة فيزياء للعام الدراسي 2017-2018/الفصل الأول	الاسم: المدة: **ساعتان** الدرجة القصوى: **80**

السؤال الأول: 28 درجة

ندرس عيّنة نصف ناقلة من النوع-p، حيث تُضاء جانبياً **بشكلٍ متواصلٍ**، كما يظهر في الشكل المجاور. تُعطى في هذه الحالة معادلة الاستمرارية المعممة من أجل الإلكترونات بالشكل $\frac{\partial n}{\partial t}=G_n-\frac{\Delta n}{\tau_n}+\frac{1}{e}\operatorname{div}\vec{j}_n$ ونفرض أن مستوى الحقنِ منخفضٌ، والمطلوب:



أولاً- ما هو سبب ظهور شحنة حجمية سالبة في عمق العيّنة من النوع-p؟.

ثانياً- وضّح كيف يُصان شرط الاعتدال الكهربائي في حجم نصف الناقل؟.

ثالثاً- أوجد **قانون** تغيّر تركيز الحاملات اللأساسية واللامتوازنة للشحنة تأسيساً على معادلة الاستمرارية المعطاة على فرض غياب توليد الحاملات اللامتوازنة للشحنة والحقول الكهربائية في عمق نصف الناقل حيث $x\neq 0$ واستنتج **منه** علاقة طول انتشار الحاملات اللامتوازنة.

رابعاً: أحسب قيمة طول انتشار الحاملات اللامتوازنة L_n من أجل Ge، علماً بأن

$\tau_n=1\,\mu s$ و $D_n=100\,cm$.

السؤال الثاني: 25 درجة

أولاً- عرّف سويات الفصل الطاقي.

ثانياً- متى يُقال عن سويات الطاقة أنها مصائد إعادة اتحاد Recombination Traps، ومتى يُقال أنها مصائد قنصٍ *Capture Traps*، ومتى يُقال أنها سويات فصلٍ طاقيةٍ Energetic Distinguishing Levels. **اكتب العلاقات** الموافقة لذلك.

ثالثاً- أوجد العلاقة التي تُحدد موضع سوية الفصل الطاقي الإلكتروني. ماذا تستنتج؟.

السؤال الثالث: 27 درجة

أولاً- عرّف الوصلة $p-i-n$ الحادة (المتدرجة) واذكر أهمية دراسة هذا النوع من الوصلات كمقوّمات جهدٍ.

ثانياً- اشرح ماذا يُقصد بكلٍ مما يأتي: الوصلة $n-n^{+}$، والوصلة $p-p^{+}$، والوصلات المتغايرة $n-n$، و $p-p$، و $p-n$.

ثـ - ارسم مخطط العصابة الطاقية وأوجد فرق الكمون التماسّي من أجل الوصلة $n-n^{+}$ فقط. اذكر صفات هذا النوع من الوصلات.

تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2018/02/04

أ. د. حسن سليمان

توزيع الدرجات على جواب السؤال الأول: 28 درجة 3 + 5 + 18 + 2

أولاً- إن الضوء المُسلَّط على العيّنة المدروسة هنا يولِّدُ إلكترونات وثقوب على حساب تأيّن المادة الأساسية للعينة، أي نتيجة انتقال الإلكترونات عبر الفجوة الطاقية. ونتيجة الاختلاف الكبير في تركيز الحاملات اللأساسية للشحنة (الإلكترونات هنا) عند سطح نصف الناقل وفي حجمها يُلاحظ انتشارها نحو عمق نصف الناقل، وهذا يؤدي إلى ظهور شحنة حجمية سالبة في عمقه. 3 درجات

ثانياً- إلى جانب ظهور شحنة حجمية سالبة في عمق نصف الناقل يجري انجذابٌ للثقوب إلى ذلك العمق بسبب استرخاء مكسويل. ولذلك، فإن الحاملات اللأساسية للشحنة (الإلكترونات) تجذب معها في أثناء انتشارها إلى عمق نصف الناقل كمية من الحاملات الأساسية للشحنة (الثقوب)، وبالتالي يُصان شرط الاعتدال الكهربائي في حجم نصف الناقل؛ فمع اقتراب الإلكترونات والثقوب من عمق نصف الناقل سيُعاد اتحادها، ومن ثمّ سيتناقص تركيزها. 5 درجات

ثالثاً- لإيجاد قانون تغيّر تركيز الحاملات اللأساسية اللامتوازنة للشحنة نبدأ من معادلة الاستمرارية: تدل معطيات المسأل على أنه لا يوجد توليد للحاملات اللامتوازنة للشحنة $G_n = 0$ في عمق نصف الناقل (من أجل $x \neq 0$)، كما تغيب الحقول الكهربائية ($E = 0$). والإضاءة ثابتة، مما يمكننا من وضع $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ في أي مقطع، $x \neq 0$، في عمق نصف الناقل. درجتان

في هذه الحالة تؤول معادلة الاستمرارية المعطاة إلى الشكل الآتي: $\frac{\Delta n}{\tau_n} = \frac{1}{e}\left(eD_n \nabla^2 n\right).$ 2

تم الحصول على الطرف الأيمن في المعادلة الأخيرة من المعادلة (1) على اعتبار أن $\nabla^2 \varphi = 0$. وبما أن $\nabla^2 n = \frac{\partial^2 (\Delta n)}{\partial x^2}$

حيث $n = n_0 + \Delta n$ 2

تُصبح المعادلة (1) من الشكل

$$\frac{\Delta n}{\tau_n D_n} = \frac{\partial^2 (\Delta n)}{\partial x^2}. \quad 2$$

ولهذه المعادلة حل عام من الشكل

$$\Delta n = C_1\, e^{\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}} + C_2\, e^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}}. \quad 2$$

ولكن، بما أن $\Delta n \to 0$ عند ازدياد x، يتضح حتمية تحقق المساواة $C_1 = 0$.

وعليه فإن:

$$\Delta n = C_2\, e^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}}. \quad 2$$

نجد قيمة الثابت C_2، بوضع $x = 0$ في المعادلة الأخيرة، فنجد أن قيمته تساوي $(\Delta n)_0$،

$$(\Delta n)_0 \equiv \Delta n\big|_{x=0} = C_2 e^0 = C_2. \quad 2$$

ومنه:

$$\Delta n = (\Delta n)_0\, e^{-\frac{x}{\sqrt{D_n \tau_n}}}, \quad 2$$

يدعى المقدار $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ **طول انتشار** الحاملات اللامتوازنة واللأساسية في نصف الناقل الثقبي ويُعرَّف بأنه المدى الذي يتناقص خلاله التركيز الفائض من الحاملات **اللامتوازنة** و**اللأساسية** للشحنة (الإلكترونات في الحالة الراهنة) بمقدار e مرة. 2

رابعاً- يبلغ طول انتشار الإلكترونات L_n من أجل عيّنة من Ge من النوع-p، ضمن معطيات المسألة ($D_n = 100\ \mathrm{cm^2/s}$ و $\tau_n = 10^{-6}\ \mathrm{s} = 1\ \mu\mathrm{s}$) القيمة $L_n \cong 10^{-2}\ \mathrm{cm} = 10^{-4}\ \mathrm{m} = 100\ \mu\mathrm{m}$. 2

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثاني: 25 درجة 2 + 9 + 14

أولاً- سويات الفصل الطاقي هي سويات طاقة تفصل بين مصائد اقتناص حاملات الشحنة ومصائد إعادة اتحادها. 2

ثانياً- للإجابة على هذا السؤال نعرّف معاملاً نرمز له بالرمز k_n؛ ويساوي نسبة احتمال اقتناص ثقبٍ على مصيدةٍ مشحونةٍ سلبياً إلى احتمال القذف الحراري لإلكترونٍ إلى عصابة الناقلية: 2

تتعيّن سرعة اقتناص ثقوب على مصيدة بالعلاقة $(\partial p/\partial t)_{tr} = -\gamma_p\, p\, N_{tr} f_{tr}$، 1

أمّا سرعة التوليد الحراري لإلكترونات إلى عصابة الناقلية، فيمكن تعيينها من خلال الجداء $(\partial n/\partial t)_g = \gamma_n N_{tr}\, f_{tr} n_1$. 1

إذن،
$$k_n = \frac{\gamma_p N_{tr} f_{tr} p}{\gamma_n N_{tr} f_{tr} n_1} = \frac{\gamma_p\, p}{\gamma_n\, n_1}. \qquad 2$$

- تسمى المصائد التي من أجلها $k_n > 1$، **مصائد إعادة اتحاد**، لأنه في هذه الحالة، يكون احتمال إعادة الاتحاد أكبر من احتمال التهيّج الحراري، 1
- والمصائد التي من أجلها $k_n < 1$، فتسمى **مصائد قنصٍ**. 1
- وتسمى سوية الطاقة التي من أجلها $k_n = 1$، أي عندما يتساوى احتمال إعادة الاتحاد مع احتمال التوليد الحراري، **سوية فصلٍ إلكترونيٍ**، E_{dn}. 1

ثالثاً- يمكننا إيجاد موضع هذه السوية الطاقية من شرط تساوي احتمال إعادة الاتحاد واحتمال التوليد الحراري $k_n = 1$: 2

$$\gamma_p\, p = \gamma_n n_1, \qquad (1)$$

نستبدل هنا تركيز الثقوب، p، بالكمية المعرّفة بالعلاقة $p = N_\upsilon\, \mathrm{e}^{-\frac{E_{Fp}-E_\upsilon}{k_B T}}$ درجة واحدة

والتركيز المتوازن للإلكترونات، n_1، بالعلاقة $n_1 = N_c\, \mathrm{e}^{-\frac{E_c-E_{dn}}{k_B T}}$ درجة واحدة

لأن هذا التركيز، n_1، يتعيّن عندما يتحقق الشرط $E_F = E_{dn}$ درجة واحدة

إذن، بالتعويض عن العلاقتين الأخيرتين في العلاقة (1) نحصل على المعادلة الآتية:

$$\gamma_p N_\upsilon\, \mathrm{e}^{-\frac{E_{Fp}-E_\upsilon}{k_B T}} = \gamma_n N_c\, \mathrm{e}^{-\frac{E_c-E_{dn}}{k_B T}}, \qquad (2)$$
درجة واحدة

وبأخذ لغاريتم الطرفين وإعادة كتابة الناتج يمكننا الحصول على الفارق الآتي:

$$\ln \mathrm{e}^{\frac{(E_c-E_{dn})-(E_{fp}-E_\upsilon)}{k_B T}} = \ln\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon} \;\Rightarrow\; \frac{(E_c-E_{dn})-(E_{fp}-E_\upsilon)}{k_B T} \ln\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon}$$
درجة واحدة

ومنه:

$$E_c - E_{dn} = (E_{Fp} - E_\upsilon) + k_B T \ln\left(\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon}\right). \qquad (3)$$
درجة واحدة

نستنتج من العلاقة (3) أن موضع سوية الفصل الطاقي الإلكتروني يتعلق بمجموعة وسطاء:

فعند زيادة مستوى الحقن، يقترب شبه- سوية فيرمي، E_{Fp}، نحو حدّ عصابة التكافؤ، E_υ، مما يؤدي إلى تناقص الفارق $(E_c - E_{dn})$، وهذا بدوره يعني ارتفاع سوية الفصل الطاقي (أي اقترابه من قاع عصابة الناقلية). وعليه، فإن جزءاً من مصائد القنص يتحوّل إلى مصائد إعادة اتحاد. **درجتان**

كما يتضح من العلاقة (3) أن إشارة المقدار، $\ln\left(\frac{\gamma_n N_c}{\gamma_p N_\upsilon}\right)$، تتعلق بقيمة النسبة، $\gamma_n N_c/\gamma_p N_\upsilon$، مع الأخذ بالحسبان أن معاملي اقتناص الإلكترونات، γ_n، والثقوب، γ_p، على المصائد يتعلقان بموضع سوية المصائد. **درجتان**

تتحدد التابعية الحرارية للفارق $(E_c - E_{dn})$ بالتابعية الحرارية لشبه- سوية فيرمي، E_{Fp}، وبالتابعية الخطّية للحد الأخير في الطرف الأيمن من العلاقة (3). **درجة واحدة**

إن السويات الطاقية المتوضّعة فوق سوية الفصل الإلكتروني، E_{dn}، توافق مصائد قنصٍ للإلكترونات، وتلك المتوضّعة تحته مصائد إعادة اتحاد. **درجة واحدة**

توزيع الدرجات على جواب السؤال الثالث: 27 درجة (3 + 8 + 16)

أولاً- الوصلة $p-i-n$- الحادة هي حالة خاصة للوصلة $p-n$ السميكة التي ينفصلُ فيها المجال $p-$ والمجال $n-$ بمجال **ناقليته الكهربائية ذاتية** (i). وتكمن أهمية هذا النوع من الوصلات كمقوّمات جهدٍ في قدرتها على تحمُّل جهد عكسي كبير الناتج عوازل وجود الطبقة الذاتية ذات المقاومة العالية. 3

ثانياً- نرمز لمجال نصف الناقل الإلكتروني الذي يكون تركيز المانحات فيه عالياً بالرمز n^+ ولمجال نصف الناقل الثقبي الذي يكون فيه تركيز الآخذات عالياً بالرمز p^+؛ فإذا تشكّل في نصف الناقل من النوع $n-$ مجالاً n^+، فإن الحديث يدور عن الوصلة $n-n^+$؛ وإذا تشكّل في نصف الناقل من النوع-p مجالاً p^+، فإن الحديث يدور عن الوصلة $p-p^+$. 4

الوصلة المتغايرة $n-n$ و $p-p$ هي وصلة مؤلفة من مادتين نصف ناقليتين متماثلتين من حيث الناقلية ومختلفتين بالفجوة الطاقية.

والوصلة المتغايرة $p-n$ هي وصلة مؤلفة من مادتين نصف ناقليتين مختلفتين من حيث الناقلية ومن حيث الفجوة الطاقية. 4

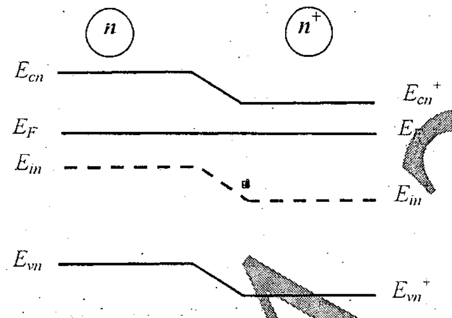
ثالثاً- يوضح الشكل المجاور مخططاً للعصابات الطاقية للوصلة $n-n^+$ في حالة التوازن، أي عندما، $V=0$، على الترتيب:

تمر سوية فيرمي في هذه الحالة في كامل الوصلة المدروسة أفقياً أي أنها ثابتة في كامل الحجم. ولذلك، فإن العلاقة الآتية محققة: 2

$$2 \qquad \left(E_{cn^+}-E_F\right)<\left(E_{cn}-E_F\right); \qquad (1)$$

يُعيَّن فرق الكمون التماسي في الوصلة $n-n^+$ من العلاقة الآتية: 2

$$eV_C=\left(E_F-E_{in^+}\right)-\left(E_F-E_{in}\right). \qquad (2)$$



2 مخطط العصابات الطاقية للوصلة n^+-n

ولدينا من جهة أخرى: 2

$$n_0=n_i\exp\left(\frac{E_F-E_{in}}{k_BT}\right). \quad و \quad n_0^+=n_i\exp\left(\frac{E_F-E_{in^+}}{k_BT}\right); \qquad (3)$$

نحصل على الفارقين الطاقيين الآتيين من خلال أخذ لغاريتم طرفي العلاقتين الأخيرتين وإعادة ترتيب الناتجين: 2

$$E_F-E_{in}=k_BT\ln\frac{n_0}{n_i}. \quad و \quad E_F-E_{in^+}=k_BT\ln\frac{n_0^+}{n_i}; \qquad (4)$$

ومن ثمَّ، بالتعويض عن هاتين الكميتين في المعادلة (1)، نحصل على فرق الكمون التماسي الآتي: 2

$$eV_C=k_BT\ln\frac{n_0^+}{n_0}. \qquad (5)$$

وهكذا نلاحظ من الشكل المرافق من أجل الوصلة $n-n^+$ تقوّس للعصابات الطاقية وفرقُ كمونٍ تماسيٍ V_C مختلفٍ عن الصفر. في الواقع، لا تُعدُّ الوصلة طبقة مقفلة (ليست فقيرة بالحاملات الأساسية للشحنة)، أي لا تتصف عملياً بالخصائص التقويمية. ولكن، وفي كل الأحوال، تتوافر فيهما بعض الناقلية الكهربائية اللامتناظرة. 2

طرطوس في 2018/02/04

أ. د. **حسن سليمان**