ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الاولى

اسئلة دورات محلولة

هندسة تحليلية

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Zمكتبة

ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

جامعة طرطوس	امتحان مقرر الهندسة التحليلية	الاسم:
كلية العلوم	السنة الأولى رياضيات	الدرجة: 90
قسم الرياضيات	الفصل الدراسي الثاني 2024/2025	المدة: ساعتان

السؤال الأول: (25) درجة

أوجد المعادلات الوسيطية لمستقيم مار من $M_0(4,3,1)$ و يوازي المتجه $\vec{v}(1,-1,2)$، ثم انتقل من الشكل الوسيطي إلى الشكل الديكارتي لهذا المستقيم.

السؤال الثاني: (25) درجة

عين الزاوية بين المستويين:

$$P_1(x,y,z) = 2x + 2y + 2z - 6 = 0$$

$$P_2(x,y,z) = x + 3y - 4z + 5 = 0$$

ثم اكتب معادلة المستوي الأول بدلالة الأجزاء المقطوعة من المحاور الإحداثية.

السؤال الثالث: (20) درجة

أوجد قيمة الزاوية بين المستويين التاليين:

$$P_1(x,y,z) = x - \sqrt{2}\,y + z - 2 = 0$$

$$P_2(x,y,z) = x + \sqrt{2}\,y - z + 13 = 0$$

السؤال الرابع: (20) درجة

سطح معادلته الديكارتية:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 5 = 0$$

أوجد معادلة السطح بالإحداثيات الكروية.

انتهت الأسئلة — مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

د. سهى علي سلامه

سلم تصحيح مادة الهندسة التحليلية
سنة أولى - رياضيات

السؤال الأول: $\boxed{25}$

المعادلات الوسيطية للمستقيم هي:

$$x = 4 + t$$
$$y = 3 - t \quad ; \ t \in \mathbb{R} \qquad (10)$$
$$z = 1 + 2t$$

للانتقال إلى الشكل الديكارتي نحسب t من كل معادلة:

$$x = 4 + t \Rightarrow t = x - 4$$
$$y = 3 - t \Rightarrow t = \frac{y-3}{-1} \qquad (10)$$
$$z = 1 + 2t \Rightarrow t = \frac{z-1}{2}$$

فيكون الشكل الديكارتي:

$$\frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{2} \qquad (5)$$

السؤال الثاني: $\boxed{25}$ درجة

إن ناظمي هذين المستويين هما

$$\vec{N_1}(2,2,2) \ , \ \vec{N_2}(1,3,-4)$$

ونلاحظ أن: $\vec{N_1} \cdot \vec{N_2} = 0$ (10)

$\Leftarrow$ المستويين متعامدين

نلاحظ أن المستوي الأول يقطع المحاور الإحداثية بالنقاط الآتية:

$$M_1(3,0,0) \quad M_2(0,3,0) \quad M_3(0,0,3) \qquad (5)$$

وبالتالي فإن معادلة المستوي الأول بدلالة الأجزاء المقتطعة من المحاور الاحداثية تأخذ الشكل:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \qquad (10)$$

السؤال الثالث: $\boxed{20}$ درجة

بما أن الزاوية بين المستويين هي الزاوية بين ناظميهما

$$\cos\theta = \frac{|p_1p_2 + q_1q_2 + r_1r_2|}{\sqrt{p_1^2+q_1^2+r_1^2} \cdot \sqrt{p_2^2+q_2^2+r_2^2}} \qquad (10)$$

$$= \frac{|1-2-1|}{\sqrt{1+2+1} \cdot \sqrt{1+2+1}} = \frac{1}{2} \qquad (5)$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \qquad (5)$$

السؤال الرابع: $\boxed{20}$ درجة

$$x = r\sin\varphi\cos\theta$$
$$y = r\sin\varphi\sin\theta \qquad (10)$$
$$z = r\cos\varphi$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

وبالتالي: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

نعوض في المعادلة الديكارتية للسطح فنجد:

$$(10) \quad r^2 + 2r\sin\varphi\cos\theta + 4r\sin\varphi\sin\theta - 5 = 0$$

انتهى السلم

جامعة طرطوس	امتحان مقرر الهندسة التحليلية	الاسم:
كلية العلوم	السنة الأولى رياضيات	الدرجة: 90
قسم الرياضيات	الفصل الدراسي الأول 2024/2025	المدة: ساعتان

السؤال الأول: **(25)** درجة

أوجد المعادلات الوسيطية لمستقيم مار من $M_0(4,3,1)$ و يوازي المتجه $\vec{v}(1,-1,2)$، ثم انتقل من الشكل الوسيطي إلى الشكل الديكارتي لهذا المستقيم.

السؤال الثاني: **(25)** درجة

اكتب معادلة المستوي المار من النقطة $M(3,5,-7)$ و الذي يقطع المحاور الإحداثية بقطع متساوية.

السؤال الثالث: **(20)** درجة

سطح معادلته الديكارتية:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 5 = 0$$

أوجد معادلة السطح بالإحداثيات الكروية.

السؤال الرابع: **(20)** درجة

أوجد قيمة الزاوية بين المستويين التاليين:

$$P_1(x,y,z) = x - \sqrt{2}\,y + z - 2 = 0$$

$$P_2(x,y,z) = x + \sqrt{2}\,y - z + 13 = 0$$

انتهت الأسئلة — مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح

د. سهى علي سلامه

جامعة طرطوس
كلية العـلـوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر الهندسة التحليلية
لطلاب الرياضيات ـالسنة الأولى
الدورة الفصلية الثانية 2024 -2023

المدة: ساعتين
الدرجة: 90

السؤال الأول (50 درجة):

1) أوجد معادلتي المستويين المنصفين الداخلي و الخارجي لزاوية المستويين :

$$P_1 = 2x + y - z - 1 = 0$$
$$P_2 = -x - y + z + 2 = 0$$

ثم أوجد الأجزاء المقطوعة من المحاور الإحداثية للمستوي P_2 .

2) أوجد معادلتي العمود المشترك للمستقيمين:

$$D_1 : \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+5}{3}$$
$$D_2 : \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+1}{3}$$

3) أوجد معادلة المستوي المار من النقطتين $A\left(-1,2,4\right)$ و $B\left(3,0,-2\right)$ والموازي للمتجه $\vec{v}\left(-2,1,-3\right)$.

السؤال الثاني (40 درجة):

ليكن لدينا المنحني المعطى بالشكل التالي:

$$C : \begin{cases} F\left(x,y,z\right) = x^2 - z + 3x + 1 = 0 \\ G\left(x,y,z\right) = x^2 - y - 1 = 0 \end{cases}$$

والمطلوب:

1)أوجد معادلتي المستقيم المماس و معادلة المستوي الناظم للمنحني C في النقطة $M\left(-1,0,2\right)$

2) أوجد المعادلات الوسيطية للمنحني C .

3) أوجد مسقط المنحني C على المستوي xoy .

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

د. هالا محمد

السؤال الأول (50 درجة)

1) أوجد معادلتي المستويين المنصفين الداخلي والخارجي لزاوية المستويين:

$$P_1 = 2x + y - z - 1 = 0$$
$$P_2 = -x - y + z + 2 = 0$$

ثم أوجد الأجزاء المقطوعة من المحاور الاحداثية للمستوي P_2.

2) أوجد معادلتي العمود المشترك للمستقيمين:

$$D_1 : \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+5}{3}$$

$$D_2 : \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+1}{3}$$

3) أوجد معادلة المستوي المار من النقطتين $A(-1,2,4)$ و $B(3,0,-2)$ والموازي للشعاع $\vec{v}(-2,1,-3)$

الحل: 1) لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي المنصف

بعد M عن P_1 = بعد M عن P_2

$$\frac{|P_1(x,y,z)|}{|\vec{\omega}_1|} = \frac{|P_2(x,y,z)|}{|\vec{\omega}_2|}$$ 5

$$\frac{P_1(x,y,z)}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}} = \pm \frac{P_2(x,y,z)}{\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}$$

$$\frac{2x+y-z-1}{\sqrt{4+1+1}} = \pm \frac{-x-y+z+2}{\sqrt{1+1+1}}$$

$$\frac{2x+y-z-1}{\sqrt{6}} = \pm \frac{-x-y+z+2}{\sqrt{3}}$$

$$2x+y-z-1 = \pm\sqrt{2}\,(-x-y+z+2)$$

$$\vec{\omega}_1 \cdot \vec{\omega}_2 = 2(-1) + 1(-1) - (1) = -2-1-1 = -4 < 0$$ 3

(−) يوافق المستوي المنصف الخارجي.

(+) يوافق المستوي المنصف الداخلي.

$$2x+y-z-1 = -\sqrt{2}\,(-x-y+z+2)$$

$$\boxed{(2-\sqrt{2})x + (1-\sqrt{2})y + (-1+\sqrt{2})z - 1 + 2\sqrt{2} = 0}$$ 3 المستوي المنصف الخارجي

$$2x+y-z-1 = \sqrt{2}\,(-x-y+z+2)$$

$$\boxed{(2+\sqrt{2})x + (1+\sqrt{2})y + (-1-\sqrt{2})z - 1 - 2\sqrt{2} = 0}$$ 3 المستوي المنصف الداخلي

لإيجاد الأجزاء المقطوعة في المحاور الإحداثية لـ P_2 :

$$P_2 = -x - y + z + 2 = 0$$

التقاطع مع المحور ox ، $y=0, z=0$ $\Leftarrow$ $\boxed{x=2}$

التقاطع مع المحور oy ، $x=0, z=0$ $\Leftarrow$ $\boxed{y=2}$

التقاطع مع المحور oz ، $x=0, y=0$ $\Leftarrow$ $\boxed{z=-2}$

إذاً الأجزاء المقطوعة هي على الترتيب $x=2$ ، $y=2$ ، $z=-2$ مع المحاور ox, oy, oz على الترتيب

(2

$$D_1 : \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+5}{3}$$

$$D_2 : \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+1}{3}$$

شعاع توجيه D_1 هو $\vec{v}_1(1,2,3)$

شعاع توجيه D_2 هو $\vec{v}_2(3,4,3)$

لنوجد شعاع العمود المشترك هو:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix} = -6\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k} \quad , \vec{v}(-6,6,-2)$$

لنكتب معادلتي D_1, D_2 بشكل تقاطع مستويين:

$$D_1 \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ 3x - z - 2 = 0 \end{cases} \qquad D_2 : \begin{cases} 4x - 3y + 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

لنوجد معادلة الحزمة (حزمة المستويات) المارة من D_1:

$$P_1 + \lambda P_2 = 0 \Rightarrow (2+3\lambda)x - y - \lambda z - 1 - 2\lambda = 0$$

ناظم الحزمة هو $\vec{w}_\lambda(2+3\lambda, -1, -\lambda)$

نختار من الحزمة المستوي الموازي لـ $\vec{v}(-6,6,-2)$ $\Leftarrow$ $\vec{v}, \vec{w}_\lambda$ متعامدان

$$\Rightarrow \vec{w}_\lambda \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow -6(2+3\lambda) - 6 + 2\lambda = 0$$

$$-12 - 18\lambda - 6 + 2\lambda = 0 \Rightarrow -18 - 16\lambda = 0$$

$$\boxed{\lambda = \frac{-18}{16} = \frac{-9}{8}}$$

نعوض قيمة λ في معادلة الحزمة:

$$\left(2 + 3\left(\frac{9}{8}\right)\right)x - y + \frac{9}{8}z - 1 + \frac{18}{8} = 0 \Rightarrow \boxed{-\frac{11}{8}x - y + \frac{9}{8}z + \frac{10}{8} = 0}$$

$$\boxed{P_1' = -11x - 8y + 9z + 10 = 0}$$

نوجد معادلة حزمة المستويات المارة ب P_2 :

$$P_1 + \lambda P_2 = 0 \Rightarrow (4+\lambda)x - 3y - \lambda z + 1 = 0$$

3

ناظم الحزمة : $\vec{w}_\lambda (4+\lambda , -3 , -\lambda)$

نختار من الحزمة المستوي الموازي ل $\vec{v}(-6,6,-2) \Leftarrow \vec{v} \perp \vec{w}_\lambda$

$$\Rightarrow \vec{v}.\vec{w}_\lambda = 0 \Rightarrow -6(4+\lambda) - 18 + 2\lambda = 0$$

$$-24 - 6\lambda - 18 + 2\lambda = 0 \Rightarrow -4\lambda = 42 \Rightarrow \boxed{\lambda = -\frac{42}{4} = -\frac{21}{2}}$$

نعوض المعادلة الحزمة :

$$\left(4 + \left(\frac{-21}{2}\right)\right)x - 3y + \frac{21}{2}z + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{-13}{2}x - 3y + \frac{21}{2}z + 1 = 0}$$

$$\boxed{P_2' = -13x - 6y + 21z + 2 = 0}$$

3

وبالتالي العمود المشترك على المستقيمين P_1, P_2 هو تقاطع المستويين P_1', P_2'

$$D: \begin{cases} -11x - 8y + 9z + 10 = 0 \\ -13x - 6y + 21z + 2 = 0 \end{cases}$$

3

3) معادلة المستوي المار من النقطتين $A(-1,2,4)$ و $B(3,0,-2)$ و الموازي للشعاع $\vec{v}(-2,1,-3)$

هو :

$$\boxed{a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0}$$

5

حيث : ناظم المستوي : $\vec{w}(a,b,c) = \vec{v} \times \vec{AB}$, $\vec{AB}(4,-2,-6)$

و $M_0(x_0,y_0,z_0)$ هي إما A او B ولتكن A :

$$\vec{w} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 1 & -3 \\ 4 & -2 & -6 \end{vmatrix} = -12\vec{i} - 24\vec{j} + 0\vec{k} \quad , \vec{w}(-12,-24,0)$$

3

$$-12(x+1) - 24(y-2) + 0(z-4) = 0$$

$$\Rightarrow -12x - 12 - 24y + 48 = 0 \xrightarrow{\text{القسمة على } -12}$$

$$\boxed{x + 2y - 3 = 0}$$

2

وهو المستوي المطلوب

وحتى لو عوض الطالب مكان M_0 ب B تكون نفس النتيجة .

يمكن للطالب حلا بفرض $\vec{n}$ الناظم ← $\vec{n} \perp \vec{AB}$ و $\vec{n} \perp \vec{v}$ نحل جملة معادلتين

فيكون توزيع العلامات هنا 3 ثم معادلة المستوي 5 وتعويض النقطة 2

السؤال الثاني (40 درجة)

لتكن لدينا المنحني المعطى بالشكل التالي:

$$C:\begin{cases} F(x,y,z) = x^2 - z + 3x + 1 = 0 \\ G(x,y,z) = x^2 - y - 1 = 0 \end{cases}$$

المطلوب:

1) أوجد معادلتي المستقيم المماس ومعادلة المستوي الناظم للمنحني C في النقطة $M(-1, 0, 2)$

2) أوجد المعادلات الوسيطية للمنحني C.

3) أوجد مسقط المنحني C على المستوي xoy .

الحل: 1) لنوجد المشتقات الجزئية لكل من F و G بالنسبة لـ x, y, z

$$\left.\begin{array}{l} F'_x = 2x + 3 \\ F'_y = 0 \\ F'_z = -1 \end{array}\right\} \xrightarrow[M_0(-1,0,2)]{\text{المشتقات في } M_0} \begin{cases} F'_{x_0} = -2 + 3 = 1 \\ F'_{y_0} = 0 \\ F'_{z_0} = -1 \end{cases} \quad \vec{N}_1(1, 0, -1)$$

3 3

$$\left.\begin{array}{l} G'_x = 2x \\ G'_y = -1 \\ G'_z = 0 \end{array}\right\} \xrightarrow[M_0(-1,0,2)]{\text{المشتقات في}} \begin{cases} G'_x = -2 \\ G'_y = -1 \\ G'_z = 0 \end{cases} \quad \vec{N}_2(-2, -1, 0)$$

3 3

متجه توجيه المستقيم المماس للمنحني C هو:

$$\vec{T} = \vec{N}_1 \times \vec{N}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

3

معادلتي المستقيم المماس في M_0 :

$$\boxed{\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v} = \frac{z - z_0}{w}}$$

3

$$\frac{x+1}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+2=-y \\ -y=2z-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y+2=0 \\ y+2z-4=0 \end{cases}$$ وهي معادلتي المستقيم المماس في M_0

3

معادلة المستوي الناظمي في M_0 :

$$\boxed{u(x-x_0)+v(y-y_0)+w(z-z_0)=0}$$ 3

$$-(x+1)+2(y)-(z-2)=0$$

$$\boxed{-x+2y-z+1=0}$$

وهي معادلة المستوي الناظم لـ C في M_0 3

2) لدينا بالشكل الديكارتي :

$$C\begin{cases} F(x,y,z)=x^2-z+3x+1=0 & (1) \\ G(x,y,z)=x^2-y-1=0 & (2) \end{cases}$$

للتحويل إلى الشكل الديكارتي :

نفرض أحد المتحولات هو t وليكن $x=t$ 3 ⟸ من المعادلة (1)

$$z=t^2+3t+1$$

$$y=t^2-1$$ ومن المعادلة (2)

⟸ المعادلات الوسيطية لـ C هي : 5

$$C\begin{cases} x=t \\ y=t^2-1 \\ z=t^2+3t+1 \end{cases}$$

3) إيجاد مسقط C على المستوي xoy :

بما أن G تمثل العلاقة بين x و y فقط ⟸

مسقط C على xoy هو :

$$\boxed{G(x,y,z)=x^2-y-1=0}$$ 5