

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الاولى

اسئلة دورات محلولة

جابر خطي

A 2 Z LIBRARY

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ، علم الحياة)

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم 0931497960 TEL:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

السؤال الأول ٢٠ درجة: ليكن لدينا جملة المعادلات الخطية الآتية:

$$x + y + z = 3$$

$$x - y = 0$$

$$2y - z = 1$$

أوجد حل الجملة باستخدام طريقة كرامر.

السؤال الثاني ٢٠ درجة: ليكن لدينا جملة المعادلات الخطية الآتية:

$$x + y - 3z = 1$$

$$x - y + 2z = 0$$

$$2x - z = 0$$

أوجد حل الجملة باستخدام طريقة غاوس.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

السؤال الثالث ٢٠ درجة: ليكن لدينا المصفوفة الآتية

أوجد $Rank(A)$ ، أوجد الفضاء $Null(A)$.

السؤال الرابع ٣٠ درجة: أجب عن الأسئلة التالية:

(١) عرف المصفوفة المتناظرة.

(٢) اكتب المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ على شكل مجموع مصفوفتين متناظرة و متناظرة تخالفا.

انتهت الأسئلة

مدرس المقرر: د. محمد معلا

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

السؤال الأول

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 4 \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 4 \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 1, y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = 1, z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = 1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right]$$

$\text{R}(A|B) \neq \text{R}(A) \Rightarrow$ لا يمكن إيجاد حل

$$A \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{RANK}(A) = 3$$

$$\text{NULL}(A) = \left\{ (t, -t, 3t, t) ; t \in \mathbb{R} \right\} \quad AX=0 \Rightarrow \begin{cases} z=3t \\ y=-t \\ x=-2y-t \\ =t \end{cases}$$

$$= \left\{ t(1, -1, 3, 1) \right\} = \text{SPAN} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

السؤال الرابع: المصفوفة المتناظرة هي المصفوفة المربعة التي كذا $A=A^T$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{2}(A+A^T) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \frac{1}{2}(A-A^T) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$A = B + C$
حيث B متناظرة، C متناظرة عكسية

م. م. م. م.

السؤال الأول ٢٠ درجة: ليكن لدينا جملة المعادلات الخطية الآتية:

$$x + y - 3z = 1$$

$$x - y - 2z = 0$$

$$x + 2y - z = 1$$

أوجد حل الجملة باستخدام طريقة كرامر.

السؤال الثاني ٢٠ درجة: ليكن لدينا جملة المعادلات الخطية الآتية:

$$x + y - 3z = 1$$

$$x - y + 2z = 0$$

$$x - z = 0$$

أوجد حل الجملة باستخدام طريقة غاوس.

السؤال الثالث ٢٠ درجة: ليكن لدينا المصفوفة الآتية:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -5 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

أوجد الفضاء $Null(A)$.

السؤال الرابع ٣٠ درجة: أجب عن الأسئلة التالية:

(١) أثبت أن تقاطع الفضاءات الجزئية هو فضاء جزئي.

(٢) اكتب المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ على شكل مجموع مصفوفتين متناظرة و

متناظرة تخالفيا.

انتهت الأسئلة

مدرس المقرر: د. محمد معلا

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

السؤال الأول

20

$x=0$
 $y=\frac{2}{5}$
 $z=-\frac{1}{5}$

$\Delta = -5$
 $\Delta_n = 0$
 $\Delta_y = -2$
 $\Delta_z = 1$

20

$$A \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ $z=1$ $y=3$ $x=1$

الوكالات

20

$$AX=0 \Rightarrow A \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow z &= -\frac{2}{25}t \\ y &= -\frac{2}{5}t \\ x &= -\frac{1}{5}t \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{NULL}(A) = \text{SPAN} \left\{ \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

10

$$\bigcup_{i \in \mathbb{N}} S_i \subseteq \bigcup_{i \in \mathbb{N}} S_i$$

$\forall x, y \in \Omega \text{ Si } ; \alpha, \beta \in K$

$$\Rightarrow x_n + p^q \in \bigcap_{i=1}^n S_i$$

20

$$B+C=A \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}(A-A^T), B = \frac{1}{2}(A+A^T)$$

to Jaz

السؤال الأول ٢٠ درجة: ليكن لدينا جملة المعادلات الخطية الآتية:

$$x + y - 3z = 1$$

$$x - y - 2z = 0$$

$$x + 2y - z = 1$$

أوجد حل الجملة باستخدام طريقة كرامر.

السؤال الثاني ٤٠ درجة: ليكن لدينا المصفوفة الآتية

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -5 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

أوجد الفضاء $Null(A)$ ، و قاعدة لفضاء الاعمدة.

السؤال الثالث ٣٠ درجة: ليكن لدينا قاعدتين في الفضاء $\mathbb{R}^3$ هما

$$s_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \text{ و } s_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \text{ المطلوب:}$$

(١) أوجد A مصفوفة انتقال من s_1 إلى s_2 .

(٢) أوجد $[x]_{s_2}$ علماً أن $[x]_{s_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

انتهت الأسئلة

مدرس المقرر: د. محمد معلا

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

لم ينجح في مقر، صرح خطيا، سنة أول رياضيات

السؤال الأول

10 $\Delta_2 = 1, \Delta_1 = 2, \Delta_0 = 0 \quad \Delta = -5$ $\Delta \neq 0$
 حسب كرامر $\Rightarrow$ يوجد حل وحيد

10 $x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0$ $z = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{1}{5} \Rightarrow$ الحل: $(0, \frac{2}{5}, -\frac{1}{5})$
 $y = \frac{\Delta_0}{\Delta} = \frac{2}{5}$

السؤال الثاني

20 $Ax = 0$
 بحل هذه المعادلة نجد

$NULL(A) = \text{SPAN} \left\{ \begin{bmatrix} -\frac{1}{21} \\ -\frac{2}{7} \\ -\frac{5}{14} \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$

20 قاعدة للأعمدة: حسب العناصر الزائدة بالصفوف
 الدرجة نجد القاعدة للأعمدة
 $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$

السؤال الثالث

$S_1 \xrightarrow{F} S$
 $A \searrow \downarrow U^{-1}$
 S_2

نجد $F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$U^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A = U^{-1} \cdot F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} X \end{bmatrix}_{S_2} = A \begin{bmatrix} X \end{bmatrix}_{S_1} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix} \quad (10)$

محرر

الجمهورية العربية السورية	امتحان مقرر جبر خطي ١	المدة ساعتان
جامعة طرطوس	الدورة الثانية	الدرجة العظمى: ٩٠ درجة
كلية العلوم	٢٠٢٣-٢٠٢٢	اسم الطالب:

السؤال الأول ٢٠ درجة:

ليكن لدينا جملة المعادلات الخطية الآتية:

$$x + 2y + 3z = 0$$

$$2x - y - 2z = 0$$

$$3x + 2y - z = 0$$

أوجد حل الجملة باستخدام طريقة غاوس.

السؤال الثاني ٤٠ درجة:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -5 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

ليكن لدينا المصفوفة الآتية

أوجد رتبة المصفوفة، أوجد قاعدة الفضاء $Null(A)$.

السؤال الثالث ٣٠ درجة:

ليكن لدينا في الفضاء $C(\mathbb{R})$ الجملة $s = \{\cos(x), \sin(x)\}$ والمطلوب:

(١) أثبت أن s مستقلة

(٢) أوجد $\text{span}\{s\}$.

انتهت الأسئلة

المصفوفة - أكبر الخطأ 1 سنة أول رياضيات - دروس ثانية - 0.04 - 0.04

السؤال الأول

20

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & -8 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & -10 & -2 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -10 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -18 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow -18z = 0 \Rightarrow z = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 0$$

السؤال الثاني

20

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -5 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -5 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{2 = 0}$$

فضاء

$$AX = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x_2 = 3x_3$$

$$x_1 = -x_2 + x_3 = -3x_3 + x_3 = -2x_3$$

20

$$\Rightarrow \text{NULL}(A) = \{ (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3; x_1 = -2x_3, x_2 = 3x_3 \}$$

$$= \{ x_3(-2, 3, 1); x_3 \in \mathbb{R} \}$$

$$= \{ x_3(-2, 3, 1); x_3 \in \mathbb{R} \} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \text{القاعدة} \\ (-2, 3, 1) \end{matrix} \right\}$$

السؤال الثالث

20

$$W = \begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{vmatrix} = \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \neq 0 \quad (1)$$

المحكمة مستقلة

10

$$\text{SPAN}(W) = \{ f \in C(\mathbb{R}) ; f(x) = c_1 \cos x + c_2 \sin x ; \forall x \in \mathbb{R} \}$$

مستقلة

الجمهورية العربية السورية	امتحان مقرر جبر خطي ١	المدة ساعتان
جامعة طرطوس	الدورة الأولى	الدرجة العظمى: ٩٠ درجة
كلية العلوم	٢٠٢٣-٢٠٢٢	اسم الطالب:

السؤال الأول ٢٠ درجة:

ليكن لدينا جملة المعادلات الخطية الآتية:

$$x + 2y + 3z = 0$$

$$2x - y - 2z = 0$$

$$3x + 2y - z = 0$$

أوجد حل الجملة باستخدام طريقة كرامر.

السؤال الثاني ٤٠ درجة:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -5 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

ليكن لدينا المصفوفة الآتية

أوجد الفضاء $Null(A)$ ، واحسب $Nullity(A)$.

السؤال الثالث ٣٠ درجة:

ليكن لدينا في الفضاء p_2 الجملة $s = \{1, x^2, x^2 - 2\}$ والمطلوب:

(١) هل s مستقلة ولماذا.

(٢) أوجد قاعدة للفضاء $\text{span}\{s\}$.

انتهت الأسئلة

السؤال الأول [30]

20

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 18$$

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0 \\ y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 0 \\ z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0 \end{cases} \text{ ومنه الحل الصحيح هو الحل الوحيد}$$

السؤال الثاني [40]

إيجاد $\text{null}(A)$

(90)

$$AX=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cancel{3a-2b-2c=0} \\ 2b-6c=0 \\ 4a+2b+2c=0 \end{cases}$$

$$\text{ومنه: } \begin{cases} a = -2c \\ b = 3c \\ c = c \end{cases} \Rightarrow \text{null}(A) = \left\{ c \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} ; c \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\text{ومنه } \text{nullity}(A) = 1$$

(20)

السؤال الثالث [30]

من جد التيرينوكي

(20)

$$W = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x^2 & 2x & 2 \\ x^2-2 & 2x & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$\Leftrightarrow$ مرتبطة خطياً

إيجاد القاعدة: ملاحظ أن $\{1, x^2\}$

أسعة مستقلة من $\{1, x, x^2\}$ التي تولد $\text{span}\{1, x, x^2\}$

و x^2-2 مرتبطة بـ $1, x$ و x^2

$$x^2-2 = 1(x^2) - 2(1) \Leftrightarrow$$

ومنه القاعدة $\{1, x, x^2\}$

(10)

20	السؤال الأول:
20	$\Delta = 18$ و $\Delta_x = 90$ و $\Delta_y = -72$ و $\Delta_z = 54$ ومنه الحل $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 5$ و $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = -4$ و $z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = 3$
40	السؤال الثاني:
20	$A \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ومنه قاعدة فضاء الأعمدة $s = \{(1,1,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$
20	إيجاد $Null(A)$: $AX = 0$ ومنه نجد جملة $x + t = 0$ و $x + y + 3t = 0$ و $z = 0$ ومنه $Null(A) = \{(x, y, z, t); x = -t, y = -2t, z = 0; t \in \mathbb{R}\}$ $= span\{(-1, -2, 0, 1)\}$ ومنه $Nullity(A) = 1$
30	السؤال الثالث:
30	$T_{F \leftarrow E} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -2 & \frac{7}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & -\frac{4}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ ومنه $T_{E \leftarrow F} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ ومنه $[x]_F = T_{F \leftarrow E}[x]_E = \begin{bmatrix} -\frac{13}{3} \\ \frac{13}{3} \\ -\frac{4}{3} \end{bmatrix}$ $x = -\frac{13}{3}f_1 + \frac{13}{3}f_2 - \frac{4}{3}f_3$

مدرس المقرر:

د. محمد منير معلا

المدة ساعتان
الدرجة العظمى: ٩٠ درجة
اسم الطالب:

امتحان مقرر جبر خطي ١
طلاب السنة الأولى رياضيات
الدورة الفصلية الثانية

الجمهورية العربية السورية
جامعة طرطوس
كلية العلوم

السؤال الأول ٢٠ درجة:

ليكن لدينا جملة المعادلات الخطية الآتية:

$$x + 2y + 3z - 2t = 6$$

$$2x - y - 2z - 3t = 8$$

$$3x + 2y - z + 2t = 4$$

$$2x - 3y + 2z + t = -8$$

اكتب الجملة بطريقة المصفوفات، ثم أثبت أن مصفوفة الأمثال غير شاذة، ثم أوجد مقلوبها، ثم أوجد حل الجملة باستخدام مقلوب مصفوفة الأمثال.

السؤال الثاني ٤٠ درجة:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ليكن لدينا المصفوفة الآتية :

(١) أوجد قاعدة لفضاء أسطر المصفوفة A .

(٢) أوجد الفضاء $Null(A)$ ، واحسب $Nullity(A)$.

السؤال الثالث ٣٠ درجة:

في الفضاء $\mathbb{R}^3$ نعطي القاعدتين:

$$F = \{f_1 = (1,1,1), f_2 = (2,3,2), f_3 = (1,5,4)\}$$

$$U = \{u_1 = (1,1,0), u_2 = (1,2,0), u_3 = (1,2,1)\}$$

أوجد مصفوفة الانتقال من F إلى U ، ثم اكتب X بدلالة عناصر U حيث $X = 3f_1 + 2f_2 - f_3$.

انتهت الأسئلة

مدرس المقرر: د. محمد معلا

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

السؤال الأول:

$$AX = B$$

حيث $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ و $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \\ 4 \\ -8 \end{bmatrix}$

كتابة المعقوفة بطريقة المعقوفة المربعة بإقتطاع العلاقة

حيث المحدد $\Delta = 324 \neq 0$ إذن $A \in GL_4(\mathbb{R})$ أي A عكسية

ونكتب $X = A^{-1}B$ حيث A^{-1} يكتب الشكل

السؤال الثاني:

حيث $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ قاعدة فضاءات $\mathbb{R}^4$

القاعدة $\{(1, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 2), (0, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 0)\}$ هي

$\begin{matrix} x = -t \\ y = -t \\ z = 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x+t \\ y+t \\ z \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow AX = 0$

$\text{nullity}(A) = 1 \Rightarrow \text{null}(A) = \text{span}\left\{\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$

السؤال الثالث: الانتقال من F إلى E القانونية

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

والانتقال من U إلى V $U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$X = 8u_1 - 5u_2 + 3u_3$
 $\Rightarrow [X]_U = T_F [X]_F$
 $= \begin{bmatrix} 8 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow T_F = U^T F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

د. محمد

السؤال الأول 30 درجة:

(1) برهن أن نواة أي تطبيق خطي هي فضاء خطي جزئي من المنطلق:

(2) ليكن لدينا التطبيق $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ حيث

$$L(x, y, z) = (x + y + z, x + y - z, 0)$$

أثبت أن التطبيق L خطي، ثم أوجد $\dim(\ker(L))$.

السؤال الثاني 30 درجة: ليكن لدينا المصفوفة الآتية $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ والمطلوب:

(1) أوجد قاعدة للفضاء $\text{col}(A)$.

(2) أوجد الفضاء $\text{Null}(A)$ ، واحسب $\text{Nullity}(A)$.

السؤال الثالث 30 درجة: في الفضاء $\mathbb{R}^3$ نعطي القاعدتين:

$$F = \{f_1 = (1, 1, 1), f_2 = (2, 3, 2), f_3 = (1, 5, 4)\}$$

$$U = \{u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 2, 0), u_3 = (1, 2, 1)\}$$

(1) أوجد مصفوفة الانتقال من F إلى U .

(2) اكتب X بدلالة عناصر القاعدة U حيث $X = 3f_1 + 2f_2 - f_3$.

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

□ جاب أن L خطري $\Leftrightarrow 0_v \in \text{Ker}(L) \Leftrightarrow L(0_v) = 0_v$
 أيضاً:

$$\forall x_1, x_2 \in \text{Ker}(L) \text{ و } \alpha, \beta \in K$$

$$L(\alpha x_1 + \beta x_2) = \alpha L(x_1) + \beta L(x_2) \\ = \alpha(0_v) + \beta(0_v) = 0_v$$

و من هنا $\text{Ker}(L) \subseteq \text{Ker}(L)$ فضاء خطري

□ بعرض $X = (x_1, x_2, x_3)$ و $Y = (y_1, y_2, y_3)$

$$\alpha X + \beta Y = (\alpha x_1 + \beta y_1, \alpha x_2 + \beta y_2, \alpha x_3 + \beta y_3)$$

$$\Rightarrow L(\alpha X + \beta Y) = (\alpha x_1 + \beta y_1 + \alpha x_2 + \beta y_2 + \alpha x_3 + \beta y_3, \alpha x_1 + \beta y_1 + \alpha x_2 + \beta y_2 - \alpha x_3 - \beta y_3, 0)$$

$$= (\alpha x_1 + \alpha x_2 + \alpha x_3, \alpha x_1 + \alpha x_2 - \alpha x_3, 0) + (\beta y_1 + \beta y_2 + \beta y_3, \beta y_1 + \beta y_2 - \beta y_3, 0)$$

$$= \alpha L(X) + \beta L(Y)$$

$$\text{Ker}(L) = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid L(x, y, z) = (0, 0, 0) \}$$

$$\Rightarrow x + y + z = 0 \text{ و } x + y - z = 0 \text{ و } z = 0$$

$$\text{Ker}(L) = \text{SPAN} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow \dim(\text{Ker}(L)) = 1$$

$$\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \} \in A \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = -x_4, x_2 = -x_4, x_3 = 0 \text{ و } AX = 0$$

$$\Rightarrow \text{null}(A) = \text{SPAN} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow \text{nullity}(A) = 1$$

$$U \xleftarrow{T_F} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[X]_U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \in [X]_U = \begin{bmatrix} 8 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$X = 8u_1 - 5u_2 + 3u_3$$

$$[X]_U = \begin{bmatrix} 8 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}$$