ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثالثة

اسئلة دوراة محلولة

نظرية الاحتمالات

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

بمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

السؤال الأول: (X,Y) متجه عشوائي حيث X متغير عشوائي مستمر موزع منتظم على $[0,2]$ و Y متغير عشوائي مستمر موزع أسياً بالبارامتر $\alpha = 0.5$

X, Y مستقلان إحصائياً

$$f_1(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{2} \quad .$$

$$f_2(y) = \alpha e^{-\alpha y} = 0.5\, e^{-0.5y} \quad .$$

$0 < x < \infty$

(1) دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي الثنائي

$$f(x,y) = f_1(x) \cdot f_2(y) = \frac{1}{4} e^{-0.5y}$$

$$E(x,y) = \int_0^{\infty}\int_0^{2} \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} e^{-0.5y}\, dx\, dy = \frac{1}{4}\int_0^{\infty}\int_0^{2} x e^{-0.5y}\, dx\, dy$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{2}\left[\frac{e^{-0.5y}}{-0.5}\right]_0^{\infty}$$

السؤال الثاني: X متغير عشوائي يمثل عدد الطلاب الناجحين في مقرر نظرية الاحتمالات

$n = 10,\ p = \frac{7}{10},\ q = \frac{3}{10}$

$x = 0, \ldots, 10$

$$f(x) = \binom{10}{x}\left(\frac{7}{10}\right)^{x}\left(\frac{3}{10}\right)^{10-x}$$ (1)

(2) نسبة الناجحين أكبر من $\frac{5}{10}$ معناها $x > 5$

$$P(X>5) = \sum_{x=6}^{10} \binom{n}{x}\left(\frac{7}{10}\right)^{x}\left(\frac{3}{10}\right)^{10-x}$$

(3)

$$E(X) = np = \frac{70}{10},\quad Var(X) = n.pq = (10)\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{10}\right)$$

$$E(X) = np = 10\cdot\frac{7}{10} = 7, \qquad Var(X) = npq = (10)\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{10}\right)$$

مكتبة A to Z

$$\int_0^3\int_0^3 \frac{x^2y^2}{81}\,dx\,dy$$

[1] : الحل

$$= \frac{1}{81}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^3\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^3 = \frac{1}{81}\left(\frac{27}{3}\right)\left(\frac{27}{3}\right) = \frac{3^6}{3^4\cdot 3^2} = \frac{3^6}{3^6} = 1$$

5

$$f_1(x) = \int_0^3 \frac{x^2y^2}{81}\,dy = \frac{1}{81}\left(\frac{27}{3}\right)x^2 = \frac{x^2}{9}$$ [2]

5

$$f_2(y) = \frac{y^2}{9}$$

5

$$F(x,y) = \int_0^x\int_0^y \frac{1}{81}t^2\,dt\int_0^y t^2\,dt$$ [3]

$$= \frac{1}{81}\cdot\frac{x^3}{3}\cdot\frac{y^3}{3} = \frac{x^3y^3}{729} \quad ; \ 0<x<3,\ 0<y<3$$

$$F(x,y) = \frac{1}{81}\int_0^y t^2\,dt = \frac{1}{81}\cdot\frac{y^3}{3} = \frac{y^3}{243} \quad ; \ x>3,\ 0<y<3$$

$$F(x,y) = \frac{x^3}{243} \quad ; \ 0<x<3,\ y>3$$

5

$$F(x,y) = 1 \quad ; \ x>3,\ y>3$$

$$F(x,y) = 0 \quad ; \ x<0 \text{ or } y<0$$

$$P(1\le X\le 2,\ 1\le Y\le 5) = \int_2^2\int_1^3 \frac{x^2y^2}{81}\,dx\,dy$$ 5 [4]

$$= \frac{x^3y^3}{729} = \frac{1}{729}\left[x^3\right]_1^2\left[y^3\right]_1^3 = \frac{(8-1)(27-1)}{729} = \frac{182}{729}$$

10 : الحل

$$\int_1^t \frac{x}{5}\,dx = 1 \iff t^2-11=0 \iff t = \sqrt{11}$$

$$-3 < Y < 2\sqrt{11}-5$$

10

$$f_y(y) = \frac{d\left(\frac{y+5}{2}\right)}{dy} = \frac{y+5}{20}$$

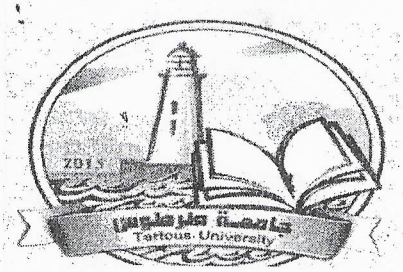
$$f_y(y) = \begin{cases} \frac{y+5}{20} & ; \ -3<y<2\sqrt{11}-5 \\ 0 & ; \text{ غير ذلك} \end{cases}$$

A to Z مكتبة

جامعة طرطوس

كلية العلوم

قسم الرياضيات



نظرية الإحتمالات
الدرجة : 90 درجة
السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الثانية
6-8-2025

السؤال الأول: (24) درجة:

متغير عشوائي مستمر يتبع توزيعا مستمرا منتظما عل المجال $[0,4]$

- أوجد دالة الكثافة الإحتمالية للمتغير العشوائي X
- أوجد $P(3 < X < 5), P(X > 1)$
- أوجد التوقع الرياضي و التباين لهذا المتغير العشوائي.

السؤال الثاني: (28) درجة:

يقف الضفدع بسيط عند نقطة الأصل و يتحرك قفزا الى اليمين باحتمال و قدره $\frac{3}{7}$ و الى اليسار باحتمال و قدره $\frac{4}{7}$ علما أن قفزاته تشكل واحدات كاملة و جهة القفز في كل مرة مستقلة عشوائيا عن جهة القفزة السابقة لها ان وجدت. X متغير عشوائي يدل على موقع بسيط بعد قفزتين متتاليتين

- أوجد قيم هذا المتغير العشوائي، أوجد دالة الكتلة الإحتمالية لهذا المتغير العشوائي.
- أوجد توقعه الرياضي. ما احتمال أن يستقر على عدد سالب بعد قفزتين متتاليتين.

السؤال الثالث : (16) درجة:

Xمتغير عشوائي مستمر دالة كثافته الاحتمالية تعطى بالعلاقة:

$$f_x(x) = \begin{cases} x/5, & 1 < x < t \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

- أوجد t، ثم أوجد دالة الكثافة الإحتمالية للمتغير العشوائي $Y = 2X - 5$

السؤال الرابع (22) درجة: X, Y متغيران عشوائيان لهما دالة التوزيع الاحتمالية المشتركة:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x+y}{48}, x \in \{0,1,2,3\}, y \in \{0,1,2\} \\ 0, \quad otherwise \end{cases}$$

- أوجد الدوال الهامشية، $f_1(x), f_2(y)$ هل X, Y مستقلان عشوايا؟
- أوجد الداله الشرطية $g_2(y|x=0)$ و أوجد التوقع الشرطي $E(X|y=1)$
- أوجد $P(1 < X < 6, Y > 1)$

مع تمنياتي بالتوفيق و النجاح

د. ديانا احمد

طرطوس 2025-6-8

A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

مقرر نظرية الاحتمالات
الدور الفصلي الثاني

السؤال الأول: X متغير عشوائي توزيعه منتظم على المجال [0,4]

74

(8) $f(x)=\frac{1}{b-a}=\frac{1}{4}$.

$P(X>1)=1-P(X<1)$

$=1-\int_0^1 \frac{1}{4}dx=1-[\frac{1}{4}x]_0^1$

$=\frac{3}{4}$ (4)

$P(3<X<5)=\int_3^5 \frac{1}{4}dx=\frac{2}{4}$ (4)

$\mu=\frac{b+a}{2}=2$ (4) ، $\sigma^2=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{16}{12}$ (4) .

السؤال الثاني: $X=\{2,0,-2\}$ (7)

$f(2)=\frac{3}{7}\times\frac{3}{7}=\frac{9}{49}$

$f(-2)=\frac{16}{49}$ ، $f(0)=\frac{24}{49}$

X	2	0	-2
f(x)	9/49	24/49	16/49

(7)

$E(X)=\sum x.f(x)=-\frac{14}{49}$ (7)

$f(-2)=\frac{16}{49}$ (7)

السؤال الثالث:

28

$f_x(x)=\begin{cases} x/5 ; & 1<x<t \\ 0 ; & \text{otherwise} \end{cases}$

$\int_1^t \frac{x}{5}dx=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{10}\Big|_1^t=1 \Leftrightarrow \frac{t^2-1}{10}=\frac{10}{10}$.

$\Leftrightarrow \frac{t^2-11}{10}=0 \Leftrightarrow t^2-11=0 \Leftrightarrow t^2=11 \Leftrightarrow$

$t=\mp\sqrt{11}$

السالب مرفوض (3)

16

أي $t=\sqrt{11}$ مقبول .

$1<x<\sqrt{11}$

$-3<2x-5<2\sqrt{11}-5$ ، $x=\frac{y+5}{2}$

$f_y(y)=\frac{d(\frac{y+5}{2})}{dy}.f(\frac{y+5}{2})=\frac{1}{2}(\frac{y+5}{2})\frac{1}{5}$

$=\frac{y+5}{20}$

A to Z

$$f_y(y) = \begin{cases} \frac{y+5}{20} & ; -3 < y < 2\sqrt{11} - 5 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$ (8)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x+y}{48} & ; x \in \{0,1,2,3\}, y \in \{0,1,2\} \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$ (3) الدالة الأولى:

(22)

$$f_1(x) = \sum_{y \in \{0,1,2\}} \frac{2x+y}{48} = \frac{2x}{48} + \frac{2x+1}{48} + \frac{2x+2}{48} = \frac{6x+3}{48}$$

$$f_2(y) = \frac{4y+12}{48}$$ (3)

(3) غير مستقلة لأنها $f(0,0) = 0, f_1(0) \cdot f_2(0) = \frac{36}{48}$ $\Leftrightarrow$ X, Y

$$E(x|y=1) = \frac{34}{16}$$ (5) + (5) الدالة

$$f(2,2) + f(3,2) = \frac{6}{48} + \frac{8}{48} = \frac{14}{48}$$ (3)

A to Z

6/8/2025

آلاء سليمان

الجمهورية العربية السورية جامعة طرطوس كلية العلوم	مقرر نظرية الاحتمالات س3 رياضيات الدرجة العظمى: تسعون	المدة: ساعتان امتحان الدورة الفصلية الاولى 18-2-2025

السؤال الأول: ((15 درجة))

وحدة انتاجية مكونة من ثلاثة مصانع تنتج النوع نفسه من المحركات يساهم المصنع الاول ب $\frac{1}{2}$ من الانتاج الكلي و يساهم المصنع الثاني ب $\frac{3}{10}$ من الانتاج الكلي و يساهم المصنع الثالث $\frac{1}{5}$ من الانتاج الكلي ان نسبة الانتاج المعيب في انتاج المصنع الأول تساوي 0.05 و نسبة الانتاج المعيب في انتاج المصنع الثاني تساوي 0.02 و نسبة الانتاج المعيب في انتاج المصنع الثالث تساوي 0.01.

- اذا سحبنا محركا من انتاج هذه الوحدة الانتاجية فما هو احتمال ان يكون معيبا.
- اذا سحبنا محركا من انتاج هذه الوحدة الانتاجية و علمنا انه معيب فما هو احتمال ان يكون من انتاج المصنع الأول او الثالث.

السؤال الثاني : ((15 درجة))

جهاز الكتروني فيه 9 ترانزستورات ثلاثة منها معطله. اخترنا بشكل عشوائي معا 3 ترانزستورات و فحصناها. X متغير عشوائي يدل على عدد الترانزستورات المعطلة

- أوجد دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X.
- أوجد دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X.
- أوجد $P(5 \geq X \geq 2)$ و اوجد $E(X), V(X)$.

السؤال الثالث: ((25 درجة))

X, Y متغيران عشوائيان لهما دالة التوزيع الاحتمالي المشتركة :

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x+y}{48}, & ;x \in \{0,1,2,3\}, y \in \{0,1,2\} \\ 0. & ;otherwise \end{cases}$$

- أوجدالدوال الهامشية $f_1(x), f_2(y)$.
- هل X, Y مستقلان عشوائيا.
- اوجد الدوال الشرطية $g_1(x \mid y=1), g_2(y \mid x=0)$
- اوجد التوقع الشرطي $E(X \mid y=1)$ و التباين الشرطي $V(X \mid y=1)$

السؤال الرابع: ((25 درجة))

متجه عشوائي (X,Y) مسقطه الأول X متغير عشوائي مستمر يتبع توزيعا منتظما على المجال $]0,2[$ و مسقطه الثاني Y متغير عشوائي مستمر يتبع توزيعا مستمرا اسيا سالبا بمعلمة $\theta = 0.5$. اذا علمت ان X, Y مستقلان عشوائيا.

- عين دالة الكثافة الاحتمالية $f(x,y)$.
- أوجد $P(0 < X < 0.5, Y > 2)$. احسب توقع هذا المتجه العشوائي (X,Y).

السؤال الخامس: ((10 درجة))

Xمتغير عشوائي مستمر دالة كثافته الاحتمالية:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{10}, & ;1 < x < 3 \\ 0, & ;otherwise \end{cases}$$

اوجد دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي $Y = 5X + 3$

يسمح باستخدام الالة الحاسبة
مع تمنياتي بالتوفيق
د. ديانا احمد

الجمهورية العربية السورية
جامعة طرطوس
كلية العلوم

السنة الرابعة قسم نظرية الاحتمالات
مقرر رياضيات
امتحان الدورة الاعتيادية الأولى 2024-2025

السؤال الأول: [1] حساب صيغة بيز الأولى: A: يرمز لحدث كون المفتاح معيب:

$$P(A) = P(F_1)P(A|F_1) + P(F_2).P(A|F_2) + P(F_3).P(A|F_3)$$

$$= \frac{1}{5}\cdot\frac{5}{100} + \frac{3}{10}\cdot\frac{2}{100} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{100} = 0.02$$

[2] حساب صيغة بيز الثانية: بكون F_1, F_2 أحداث مستقلة أي أن:

$$P[(F_1 \cup F_2) \cap A] = P[(F_1 \cap A) \cup (F_2 \cap A)] = P(F_1 \cap A) + P(F_2 \cap A)$$

أي أن:

$$P[(F_1 \cup F_2)|A] = \frac{P(F_1 \cap A) + P(F_2 \cap A)}{P(A)}$$

$$= \left[\frac{5}{100}\cdot\frac{1}{5} + \frac{1}{100}\cdot\frac{1}{2}\right] \Big/ \frac{21}{1000} = \frac{15}{21} = 0.714$$

السؤال الثاني:

$X = \{0,1,2,3\}$

$$P(X=0) = \frac{C(6,3).C(3,0)}{C(9,3)} = \frac{20}{84}$$

$$P(X=1) = \frac{C(6,2).C(3,1)}{C(9,3)} = \frac{45}{84}$$

$$P(X=2) = \frac{C(6,1).C(3,2)}{C(9,3)} = \frac{18}{84}$$

$$P(X=3) = \frac{C(3,3)}{C(9,3)} = \frac{1}{84}$$

X	0	1	2	3
$f(x)$	20/84	45/84	18/84	1/84

A to Z

حل السؤال الثاني

$$F(x)=\begin{cases}0 ; & x<0\\ 20/84 ; & 0\le x<1\\ 65/84 ; & 0\le x<2\\ 83/84 ; & 0\le x<3\\ 1 ; & x\ge 3\end{cases}$$ (3)

$$E(X)=\sum x\cdot f(x)=1$$ (2)

$$E(X^2)=\sum x^2\cdot f(x)=\frac{126}{84}$$

$$\sigma^2=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{126-84}{84}=\frac{42}{84}$$ (2)

(3) $P(2\le X\le 5)=P(x=2)+P(x=3)=\frac{19}{84}$

السؤال الثالث:

[1] $$f_1(x)=\sum_{y=0}^{2} f(x,y)=\frac{6x+3}{84}$$ (4)

$$f_2(x)=\sum_{x=0}^{3} f(x,y)=\frac{4y+12}{84}$$ (4)

[2] نلاحظ: $f(1,2)=\frac{4}{84}$

$f_1(1)=\frac{9}{84}$ ، $f_2(2)=\frac{20}{84}$

(5) $f(1,2)\neq f_1(1)\cdot f_2(2)$

وبالتالي X, Y متغيرات عشوائية.

[3] $$g_1(x|y=1)=\frac{f(x,y=1)}{f_2(1)}=\frac{2x+1}{16}$$ (3)

$$g_2(y|x=0)=\frac{f(x=0,y)}{f_1(0)}=\frac{y}{3}$$ (3)

A to Z

$$E(X|y=1) = \sum x\, g_1(x|y=1) = \frac{34}{16}$$ (4)

$$E(X^2|y=1) = \sum x^2 g_1(x|y=1) = \frac{86}{16}$$ (3)

$$Var(X|y=1) = E(X^2|y=1) - \{E(X|y=1)\}^2$$ (5)

$$= \frac{86}{16} - \frac{(34)^2}{(16)^2}$$ (7)

السؤال الرابع

(5) $$f_X(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{2}; x \in]0,2[$$ [1]

$$f_Y(y) = \alpha e^{-\alpha y} = (0.5)\, e^{(-0.5)y}; 0 < y < \infty$$

$$f(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{4} e^{-\frac{1}{2}y}, & x \in]0,2[\\ & y \neq 0 \\ 0; & \text{خارج ذلك} \end{cases}$$ (5) [2]

$$P(0 < X < \tfrac{1}{2}, y > 2)$$

(4) $$\int_0^{\frac{1}{2}} \int_2^{\infty} \frac{1}{4} e^{-\frac{1}{2}y}\, dx\, dy = \frac{1}{4e}$$ (3)

$$E(X.Y) = E(X).E(Y) = \frac{2+0}{2} \cdot \frac{1}{0.5}$$ (4) (2) [3]

$$= (1)(2) = 2$$ (2)

A to Z

السؤال الخامس :

$$y = g(x) = 5x + 3$$

$$f_y(y) = f_x(g^{-1}(y)) \cdot \left| \frac{d[g^{-1}(y)]}{dy} \right| \quad (5)$$

(3) $$= \begin{cases} \frac{\frac{y-3}{5} + 3}{10} \cdot \frac{1}{5} & ; \ 8 < y < 18 \\ 0 & ; \text{غير ذلك} \end{cases}$$

(2) $$= \begin{cases} \frac{y+12}{250} & ; \ 8 < y < 18 \\ 0 & ; \text{غير ذلك} \end{cases}$$

A to Z

سلم تصحيح مقرر نظرية الاحتمالات
د. رياضيات

الدورة التكميلية
12/9/2024

السؤال الأول: نفرض أن الحدث A هو كون الورقة العليا عند الخلط تحمل الرقم 10

$$P(A) = \frac{4 \times 51!}{52!} = \frac{4 \times 51!}{52 \times 51!} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

// 10 درجات للسؤال الأول //

السؤال الثاني: احتمال القفز إلى اليمين $= \frac{3}{5}$ واحتمال القفز إلى اليسار $= \frac{2}{5}$.

$X = \{0, -2, +2\}$

$$P(X=2) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

$$P(X=-2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

$$P(X=0) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$$

X	2	-2	0
$f(x)$	$\frac{9}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{12}{25}$

$$E(X) = \sum x f(x) = 2 \cdot \frac{9}{25} + (-2) \cdot \frac{4}{25} + 0 \cdot \frac{12}{25}$$

$$E(X) = \frac{18 - 8}{25} = \frac{10}{25}$$

// 20 درجة للسؤال الثاني //

السؤال الثالث: نسبة الشفاء $p = 0.7$ و $q = 0.3$ و $n = 20$

1. X يتبع قانون ثنائي الحد:

$$f(x) = \binom{20}{x} (0.7)^{x} (0.3)^{20-x}$$

2. احتمال شفاء ثلاثة مرضى:

$$f(3) = \binom{20}{3} (0.7)^{3} (0.3)^{17} =$$

A to Z

3. احتمال شفاء 50% من المرضى:

$$f(x=10) = \binom{20}{10}(0.7)^{10}(0.3)^{10}$$

4. $\mu = n.p = 20\cdot\frac{7}{10} = 14$ ، $\sigma^2 = n.p.q = 20.\frac{7}{10}.\frac{3}{10} = \frac{42}{10} = 4.2$

// السؤال الثالث 20 درجة //

السؤال الرابع: X متغير عشوائي مستمر توزيعه منتظم على المجال $[2,5]$

1. $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5-2} = \frac{1}{3} & ; 2<x<5 \\ 0 & ; \text{غير ذلك} \end{cases}$$

2. $$P(X<4) = \int_2^4 \frac{1}{3}\,dx = \frac{1}{3}x\Big|_2^4$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

// السؤال الرابع 10 درجات //

السؤال الخامس: $$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{81} & ; 0<x<3,\ 0<y<3 \\ 0 & \text{غير ذلك} \end{cases}$$

// درجة السؤال الخامس 30 //

1. $$\int_0^3\int_0^3 \frac{x^2y^2}{81}\,dx\,dy = \int_0^3 \left[\frac{x^3}{3\times 81}\right]_0^3 \frac{y^2}{dy} = \frac{3^3}{3\times 3^4}\int_0^3 y^2\,dy$$

$$= \frac{3^3}{3\times 3^4}\cdot\frac{3^3}{3} = \frac{3^6}{3^6} = 1$$

2. السؤال الهامشي: $f_1(x) = \int_0^3 \frac{x^2y^2}{81}dy = \frac{x^2}{9}$ ، $f_2(y) = \int_0^3 \frac{x^2y^2}{81}dx = \frac{y^2}{9}$

3. $$F(x,y) = \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(x,y) = \begin{cases} 0 & ; x\le 0 \text{ or } y\le 0 \\ \frac{x^3y^3}{729} & ; 0<x<3, 0<y<3 \\ \frac{x^3}{27} & ; 0<x<3,\ y>3 \\ \frac{y^3}{27} & ; x>3, 0<y<3 \\ 1 & ; x>3, y>3 \end{cases}$$

4. $P(0<x<2,\ 1<y<3)$

$$\int_0^2\int_1^3 \frac{x^2y^2}{81}\,dx\,dy = \int_1^3 \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 \frac{y^2}{81}\,dy$$

$$= \frac{8}{3}\cdot\left[\frac{y^3}{3}\right]_1^3\cdot\frac{1}{81} = \frac{8}{3\cdot 3\cdot 81}\left[3^3-3\right]$$

$$= \frac{3\cdot 8}{9\cdot 81}(3^2-1) = \frac{3\cdot 8\cdot 8}{9\cdot 81} = \frac{64}{234}$$

// وبالتالي انتهى //

A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم

قسم الرياضيات
س 3

حل تقريبي لمقرر نظرية الاحتمالات -
الدورة الفصلية الثانية 2023/2024

السؤال الأول:

$f(x) = 2e^{-2x}$ حيث $0 < x < \infty$

[1] لإيجاد التوقع الرياضي: $E(X) = \int_0^\infty x f(x)dx$ نقوم بخطوات التكامل بالتجزئة

بالتفصيل نحصل على $E(X) = \frac{1}{2}$

[2] دالة التوزيع التجميعية: $F(x) = \int_0^x f(y)\,dy$ وبالتالي بعد إجراء التكامل

$F(x) = 1 - e^{-2x}$

[3] $P(X > x) = \frac{1}{2}$ عندئذ $F(x) = \frac{1}{2}$ أي أن $e^{-2x} = \frac{1}{2}$ أي $x = \frac{\ln 2}{2}$

/5 درجات لكل طلب/

السؤال الثاني: [1] $X = \{0, 1, 2\}$

x	0	1	2
f(x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

[2]

$E(X) = \sum x f(x) = 1$

$\sigma^2 = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

/5 درجات لكل طلب/

السؤال الثالث: [1] $f(x) = \binom{10}{x}\left(\frac{7}{10}\right)^x\left(\frac{3}{10}\right)^{10-x}$

[2] $f(x=8) = \binom{10}{8}\left(\frac{7}{10}\right)^8\left(\frac{3}{10}\right)^2 = 0.233$

[3] $f(x=5) = \binom{10}{5}\left(\frac{7}{10}\right)^5\left(\frac{3}{10}\right)^5 = 0.0003$ وبالتالي $x = 5$

[4] $E(X) = np = 7$, $\sigma^2(x) = n.p.q = 2.1$

/5 درجات لكل طلب/

مكتبة A to Z

السؤال الرابع: [1]

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{10}(x+3) \quad 1 < x < 3$$

[2]

$$P(1.3 < x < 2) = F(2) - F(1.3)$$
$$= 0.3255$$

[3]

$$P(x > 4) = 1 - P(x \le 4) = 1 - 1 = 0$$

/ درجة لكل طلب 5 /

السؤال الخامس: [1]

$\lambda = 3$ [1] بما أن $\int_0^2 \int_0^1 (x^3 y + \frac{\lambda}{16} y^2)\, dx\, dy = 1$

[2]

$$f_1(x) = \int_0^2 (x^3 y + \frac{3}{16} y)\, dy$$
$$= 2x^3 + \frac{1}{2} \; ; \; 0 < x < 1$$

$$f_2(y) = \int_0^1 (x^3 y + \frac{3}{16} y^2)\, dx$$
$$= \frac{y}{4} + \frac{3y^2}{16} \; ; \; 0 < y < 2$$

[3]

$$F(x,y) = \int_0^x \int_0^y f(u,v)\, du\, dx$$
$$= \frac{x^4 y^2}{8} + \frac{y^3 x}{16} \; ; \; 0 < x < 1, \; 0 < y < 2$$

[4]

$$P_1(0 < x < 0.5, \; 0 < y < 1)$$
$$= \int_0^{0.5} \int_0^1 f(x,y)\, dx\, dy = 0.039$$

[5]

$$E(U) = E(x + 2y) =$$
$$= \int_0^1 \int_0^2 (x+2y)(x^3 y + \frac{3}{16} y^2)\, dx\, dy$$
$$= 3.48$$

/ 6 درجات لكل طلب /

د. وداد العمد

الجمهورية العربية السورية	مقرر نظرية الأحتمالات	المدة: ساعتان
جامعة طرطوس	س3 رياضيات	امتحان الدورة الفصلية الأولى
كلية العلوم	الدرجة العظمى: تسعون	6-2-2024

السؤال الأول: (15 درجة):
نقوم برمي قطعة نقود إذا ظهر الوجه H نقوم برمي حجر نرد و إذا ظهر الوجه T نقوم برمي حجري نرد. ما احتمال الحصول على وجه واحد يحمل الرقم 6.

السؤال الثاني: (20 درجة):
ليكن X متغيرا عشوائيا متقطعا يخضع لتوزيع بواسون. إذا علمت أن $P(X=2)=\frac{2}{3}P(X=1)$

(١). أوجد دالة الكتلة الإحتمالية المتعلقة بالمتغير العشوائي X. ما هو توقع X ؟ و ماهو تباينه؟

(٢). أوجد $P(x\geq 3)$

السؤال الثالث: (20 درجة):
يجري أحد الطلاب اختبارا مكونا من 10 أسئلة. لكل سؤال ثلاثة خيارات يحصل الطالب على نقطة واحدة إذا أجاب إجابة صحيحة على سؤال ما و يخسر نصف نقطة إذا أجاب إجابة خاطئة على سؤال ما. يعلم الطالب علما أكيدا الإجابة الصحيحة لثلاثة من الأسئلة العشرة في الإختبار و يجيب على الأسئلة السبعة المتبقية بشكل عشوائي. X متغير عشوائي يدل على عدد النقاط التي سوف يحصل عليها الطالب من إجاباته على الأسئلة السبعة بشكل عشوائي.

(١). أوجد قيم المتغير العشوائي X و أوجد دالة الكتلة الإحتمالية المتعلقة به $f(x)$ و أوجد توقعه.

(٢). ينجح الطالب إذا حصل على عدد من النقاط يساوي 4 أو أكثر نتيجة إجاباته على الأسئلة العشرة في الإختبار. أوجد أحتمال نجاح الطالب في هذا المقرر.

السؤال الرابع: (15 درجة):
X متغير عشوائي مستمر يتبع توزيعا أسيا سالبا بمتوسط $\mu=2$.

(١). أوجد دالة الكثافة الإحتمالية المتعلقة بالمتغير العشوائي X.

(٢). اوجد $P(X\leq 1)$.

(٣). أوجد دالة التوزيع التجميعي $F(X)$ المتعلقة بالمتغير العشوائي X.

السؤال الخامس: (20 درجة):
(X,Y) متغير عشوائي ثنائي مستمر بتوزيع احتمالي مشترك يعطى بالعلاقة :

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y^2}{81}, & 0<x<3,\ 0<y<3\\ 0, & \text{otherwise.}\end{cases}$$

(١). تحقق من أن $f(x,y)$ دالة كثافة احتمالية مشتركة.

(٢). أوجد الدوال الهامشية $f_1(x), f_2(y)$

(٣). أوجد دالة التوزيع التجميعية المشتركة $F(x,y)$

(٤). أوجد $P(0<x<2, 1<y<4)$

مع تمنياتي بالتوفيق
د. دياذا أحمد

مكتبة A to Z

الجمهورية العربية السورية
جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

مقرر نظرية الاحتمالات
س3 / رياضيات
الدرجة العظمى: مئة
ورقة فضية أولى
6/2/2024

السؤال الأول ("15 درجة")

F: حدث الحصول على الوجه H . إذن $P(F)=\frac{1}{2}$ (5)
F^c: حدث الحصول على الوجه T، إذن $P(F^c)=\frac{1}{2}$،
حسب صيغة بيز الكلية لدينا:

(5) $P(A)=P(F).P(A|F)+P(F^c).P(A|F^c)$

(5) $P(A)=\frac{1}{2}.\frac{1}{6}+\frac{1}{2}.\frac{10}{36}=\frac{16}{72}=\frac{2}{9}$

مكتبة A to Z

السؤال الثاني ("20 درجة")

X يخضع لتوزيع بواسون. والتابع الكثافة الإحتمالي المتعلق به

$$f(x)=\frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!};\ x=0,1,2,\dots$$

(1) من العلاقة: $P(X=2)=\frac{2}{3}P(X=1)$ كل المعادلة:

$$\frac{e^{-\mu}.\mu^2}{2!}=\frac{2}{3}\frac{e^{-\mu}\mu}{1!}\Rightarrow\frac{\mu^2}{2}=\frac{2\mu}{3}$$

(5) $\boxed{\mu=\frac{4}{3}}\Rightarrow f(x)=\boxed{\frac{e^{-\frac{4}{3}}\left(\frac{4}{3}\right)^x}{x!}}$

(5) $E(X)=\mu=\frac{4}{3}$

(5) $\sigma^2=\mu=\frac{4}{3}$

(2)
$$P(X\geq 3)=1-P(X\leq 2)$$
$$=1-P(X=0)-P(X=1)-P(X=2)$$
(5) $$=1-\frac{e^{-\frac{4}{3}}\left(\frac{4}{3}\right)^0}{0!}-\frac{e^{-\frac{4}{3}}\left(\frac{4}{3}\right)^1}{1!}-\frac{e^{-\frac{4}{3}}\left(\frac{4}{3}\right)^2}{2!}$$
$$=1-e^{-\frac{4}{3}}\left[1+\frac{4}{3}+\frac{4}{3}.\frac{1}{2}\right]$$
$$\simeq 0.105$$

السؤال الثالث : (15 درجة)

1 قيم المتغير العشوائي :

$$X = \{-3.5, -2, -0.5, +1, +2.5, +4, +5.5, +7\}$$

(5)

حالة الكعكة الإفرنجية تتغير وفق الجدول :

x	$f(x)$
-3.5	$\frac{2^7}{3^7} = 0.058$
-2	$\binom{7}{1}\cdot\frac{2^6}{3^7} = 0.204$
-0.5	$\binom{7}{2}\frac{2^5}{3^7} = 0.307$
1	$\binom{7}{3}\frac{2^4}{3^7} = 0.2576$
2.5	$\binom{7}{4}\frac{2^3}{3^7} = 0.128$
4	$\binom{7}{5}\frac{2^2}{3^7} = 0.0384$
5.5	$\binom{7}{6}\frac{2}{3^7} = 0.006$
7	$\binom{7}{7}\frac{1}{3^7} = 0.0004$

(3)

$$E(X) = \sum x f(x) = 0$$

(2)

مكتبة A to Z

2 ينجح الطالب حال حصوله على 4 فما فوق . حيث مكن 3 نتيجة موفقة الأكيد

(5) بثلاثة من الأسئلة بالتالي ينجح الطالب عندما $X \geq 1$.

$$P(X \geq 1) = P(X=1) + P(X=2.5) + P(X=4) + P(X=5.5) + P(X=7) = 0.429$$

السؤال الرابع : (15 درجة)

X يتبع توزيعاً أسياً دالة الكثافة الاحتمالية :

$$f(x) = \theta e^{-\theta x} \quad ; \quad 0 < x < \infty$$

$$2 = \mu = \frac{1}{\theta}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{\theta^2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} \quad (1) \quad (5)$$

(2) $P(X \le 1) = \frac{1}{2}\int_0^1 e^{-\frac{1}{2}x} = \left[-e^{-\frac{1}{2}x}\right]_0^1$ (5)

$= -e^{-\frac{1}{2}} + 1 \simeq 0.393$

(3) $F(x) = \int_0^x +\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}u}\, du = 1 - e^{-\frac{1}{2}x}$; $0 < x < \infty$ (5)

السؤال الخامس : (25 درجة)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{81} & ; 0<x<3, 0<y<3 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

(1) نلاحظ أن

$$\int_0^3 \int_0^3 \frac{x^2 y^2}{81} = 1 \quad (5)$$

إذاً $f(x,y)$ دالة كثافة احتمالية مشتركة.

(2)

$$f_1(x) = \int_0^3 \frac{x^2 y^2}{81}\, dy = \frac{x^2}{9} \quad ; 0 < x < 3 \quad (5)$$

$$f_2(y) = \int_0^3 \frac{x^2 y^2}{81}\, dx = \frac{y^2}{9} \quad ; 0 < y < 3 \quad (5)$$

(3) $F(x,y) = \int_0^x \int_0^y f(u,v)\, du\, dv$

وبدراسة الحالات المختلفة نجد أنه :

$$F(x,y) = \begin{cases} 0 & ; x \le 0, y \le 0 \\ \frac{x^3 y^3}{729} & ; 0<x<3, \ 0<y<3 \\ \frac{x^3}{27} & ; 0<x<3, \ y \ge 3 \\ \frac{y^3}{27} & ; x \ge 3, \ y \ge 3 \\ 1 & ; \end{cases} \quad (5)$$

مكتبة A to Z

الجمهورية العربية السورية جامعة طرطوس كلية العلوم	مقرر نظرية الاحتمالات س3 رياضيات الدرجة العظمى: تسعون	المدة: ساعتان امتحان الدورة الفصلية الثانية 7-8-2023

السؤال الأول: ((40 درجة)) اختر الإجابة الصحيحة
(دون الحرف الدال على الجواب الصحيح فقط و اتبع نمط الترقيم الوارد في السؤال):

(١). نريد تكوين لجنة مكونة من مهندس و أربعة فنيين في شركة فيها 6 مهندسن و 10 فنيين :

ا. عدد الطرق التي يمكن بواسطتها تكوين اللجنة السابقة هي :
A) 3400. B) 3780. C) 1260. D) ليس أي مماسبق

ب. إذا كان المهندسين حسب الإختصاص هم مهندسين اثنين طبوغرافيا، مهندس إنشائي، مهندسين اثنين ميكانيك، مهندس عمارة، فإن احتمال أن تضم اللجنة السابقة مهندس عمارة أو مهندس ميكانيك إضافة للمهندسين الأربعة هو:
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{3}{4}$ D) ليس أي مماسبق

(٢). عند رمي حجر نرد 4 مرات إن احتمال الحصول على أرقام مختلفة هو :
A) 1. B) $\frac{5}{18}$ C) $\frac{4}{18}$ D) ليس أي مماسبق

(٣). صندوق فيه 3 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء اختيرت عينة من 4 كرات. X متغير عشوائي يمثل عدد الكرات الحمراء في العينة قيم المتغير العشوائي X هي :
A) $X=\{1,2,3\}$. B) $X=\{0,1,2,3\}$. C) $X=\{0,1,2,3,4\}$. D) ليس أي مماسبق

(٤). X متغير عشوائي مستمر بدالة كثافة احتمالية $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6}x, & x\in[2,4]\\ 0, & x\notin[2,4]\end{cases}$ عندئذ :

ا. A) $f(0\le x\le 10)=\frac{5}{12}$. B) $f(0\le x\le 10)=1$. C) $f(0\le x\le 10)=\frac{1}{12}$. D) ليس أي مماسبق

ب. A) $F(3)=\frac{1}{12}$. B) $F(3)=1$. C) $F(3)=\frac{5}{12}$. D) ليس أي مماسبق

(٥). عند سحب ورقة من أوراق اللعب. يعتبر اللاعب فائزا إذا سحب ورقة تحمل أحد الأرقام $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ و يعتبر خاسرا خلاف ذلك. X متغير عشوائي يأخذ القيمة 1 للربح و القيمة 0 للخسارة.

ا. الدالة المولدة للعزوم في التوزيع الإحتمالي السابق هي:
A) $M_x(t)=\frac{4}{13}e^t+\frac{9}{13}$ B) $M_x(t)=\frac{9}{13}e^t+\frac{4}{13}$ C) $M_x(t)=\frac{10}{13}e^t+\frac{3}{13}$ D) ليس أي مماسبق

ب. توقع أن يفوز اللاعب هو:
A) $\mu=\frac{4}{13}$. B) $\mu=\frac{9}{13}$ C) $\mu=\frac{1}{2}$. D) ليس أي مماسبق

(٦). X متغير عشوائي عشوائي يتبع توزيع بواسون بدالة كتلة إحتمالية $f(x)=\frac{e^{-0.4}(0.4)^x}{x!}$

ا. $E(X)=$
A) 2. B) -0.4 C) 0.5 D) ليس أي مماسبق

ب. $\sigma^2=$
A) 0.4. B) 8. C) 4 D) ليس أي مماسبق

تابع في الصفحة الثانية

A to Z

السؤال الثاني : ((15 درجة))

(x,y) متغير عشوائي ثنائي مستمر له دالة كثافة احتمالية مشتركة $f(x,y)$. إذا كان $U = a_1X + a_2Y$
أثبت أن التوقع $E(U) = a_1E(X)+a_2E(Y)$ و التباين $Var(U) = a_1^2Var(X)+a_2^2Var(Y)+2a_1a_2Cov(X,Y)$
حيث $Cov(X,Y) = E(x,y) - E(x)E(y)$.

السؤال الثالث: ((35 درجة))

لدينا الدالة التالية

$$f(x,y) = x^3y + \frac{\lambda}{16}y^2 \text{ حيث } 0 < x < 1, 0 < y < 2$$

1) أوجد λ حتى تكون $f(x,y)$ دالة كثافة احتمالية مشتركة للشعاع العشوائي المستمر .
2) أوجد الدوال الهامشية $f_1(x)$ و $f_2(y)$.
3) أوجد دالة التوزيع الإحتمالي التجميعية التراكمية $F(x,y)$.
4) أوجد دالة التوزيع الإحتمالي الشرطي $g_1(x \mid y)$
5) إذا علمت أن $P(0 < x < x_1, 0 < y < 1) = \frac{5}{128}$ أوجد x_1.
6) أوجد التوقع الرياضي للدالة $U(x,y) = x + 2y$.

مع تمنياتي بالتوفيق
د. دياناً احمد

A to Z

جامعة الموصل
كلية العلوم
قسم الرياضيات

اسم تصحيح مقرر نظرية الاحتمالات
الدور الثاني الفصلية الثانية
7-8-2023

السؤال الأول: ((40 درجة، 4 درجات لكل اجابة صحيحة))

(1) أ. C
ب. A
(2) C
(3) B
(4) أ. B
ب. C
ج. B
د. D
(5) أ. B
ب. B
ج. C
د. D
(6) أ. D
ب. A
(7) أ. B
ب. B
ج. C
د. D

السؤال الثاني: ((كل فرعية، 7 لاجابة الصحيحة، 8 لاجابة البرهانية))

أ) (i)

$$E(U) = E(a_1X + a_2Y) =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} (a_1x + a_2y) f(x,y)\,dx\,dy$$

$$= a_1 \int_{-\infty}^{+\infty} x \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx\,dy + a_2 \int_{-\infty}^{+\infty} y \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx\,dy$$

$$= a_1 \int_{-\infty}^{+\infty} x f_1(x)\,dx + a_2 \int_{-\infty}^{+\infty} y f_2(y)\,dy$$

$$= a_1 E(X) + a_2 E(Y)$$

ثانياً: $U^2 = a_1^2X^2 + a_2^2Y^2 + 2a_1a_2XY$

$$E(U) = a_1^2 \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_1(x)\,dx + a_2^2 \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 f_2(y)\,dy + 2a_1a_2 \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xy f(x,y)\,dx\,dy$$

A to Z

$E(U^2) = a_1^2 E(X) + a_2^2 E(Y)$

$Var(U) = E(U^2) - [E(U)]^2$

$= a_1^2 [E(X^2) - [E(X)]^2] + a_2^2 [E(Y^2) - [E(Y)]^2]$

$+ 2a_1 a_2 [E(XY) - E(X)E(Y)]$

$= a_1^2 Var(X) + a_2^2 Var(Y) + 2a_1 a_2 Cov(X,Y)$

السؤال الثاني:

$$\int_0^2 \int_0^2 (x^3 y + \frac{\lambda}{16} y^2)\, dx\, dy = 1 \quad (1)$$

$\lambda = 3$

$f_1(x) = 2x^3 - \frac{1}{2}$

$$f_1(x) = \int_1^2 (x^3 y + \frac{3}{16} y^2)\, dy \quad (2)$$

$f_2(y) = \frac{y}{4} + \frac{3}{16} y^2$

$$f_2(y) = \int_0 (x^3 y - \frac{3}{16} y)\, dx$$

$$F(x,y) = \int_0^y \int_0^x (u^3 v + \frac{3}{16} v^2)\, du\, dv \quad (3)$$

$= 0 ; \quad x < 0, y < 0$

$$F(x,y) = \begin{cases} \frac{x^4 y^2}{8} + \frac{y^3 x}{16} ; & 0 < x < 1 \\ & 0 < y < 2 \\ \frac{y^2}{8} + \frac{y^3}{16} ; & 1 < x \\ & 0 < y < 2 \\ 1 ; & x > 1, y > 2 \end{cases}$$

A to Z

$$g_1(x|y) = \frac{f(x,y)}{f_2(y)} = \frac{x^3y + \frac{3}{16}y^2}{\frac{y}{4} + \frac{3}{16}y^2}$$ (4)

$$P(0<x<x_1, 0<y<1) = \int_0^{x_1}\int_0^1 f(x,y)\,dx\,dy = \frac{5}{128}$$ (5)

نجد حل المعادلة

$$\frac{x_1^4}{8} + \frac{1}{16}x_1 = \frac{5}{128}$$

$$\boxed{x_1 = 0.5}$$ الحل التقريبي

$$E\{U\} = \int_0^2\int_0^1 (x+2y)\left(x^3y + \frac{3}{16}y\right)dx\,dy$$ (6)

$$= 3.48$$

ب. نعلم أن:

$$E(U) = E(X) + 2E(Y)$$

A to Z

الجمهورية العربية السورية	مقرر نظرية الاحتمالات	المدة: ساعتان
جامعة طرطوس	س3 رياضيات	امتحان الدورة الفصلية الأولى
كلية العلوم	الدرجة العظمى: تسعون	31-1-2023

السؤال الأول: ((40 درجة)) اختر الإجابة الصحيحة
(دون الحرف الدال على الجواب الصحيح فقط و اتبع نمط الترقيم الوارد في السؤال):

(١). نريد تكوين لجنة مكونة من مهندسين اثنين و ثلاثة فنيين في شركة فيها 6 مهندسن و 10 فنيين :

ا. عدد الطرق التي يمكن بواستطها تكوين اللجنة السابقة هي :
A) 1575. B) 1570. C) 1800. D) ليس أي مماسبق

ب. إذا كان المهندسين حسب الإختصاص هم :مهندسين اثنين طبوغرافيا، مهندس إنشائي، مهندسين اثنين ميكانيك، مهندس عمارة، فإن احتمال أن تضم اللجنة السابقة مهندس عمارة و مهندس ميكانيك إضافة للفنيين الثلاثة هو:
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{3}{4}$ D) ليس أي مماسبق

(٢). عند رمي حجري نرد معا 16 مرة إن احتمال الحصول على وجهين يحملان الرقم 6 مرة واحدة على الأقل هو :
A) $1-(\frac{35}{36})^{16}$ B) $(\frac{35}{36})^{16}$ C) $1-(\frac{5}{6})^{16}$ D) ليس أي مماسبق

(٣). عند خلط أوراق اللعب إن احتمال أن تترتب الأوراق ذات اللون الأحمر معا و الأوراق ذات اللون الأسود معا هو :
A) $\frac{26!.26!}{52!}$ B) $\frac{3!.26!.26!}{52!}$ C) $\frac{2!.26!.26!}{52!}$ D) ليس أي مماسبق

(٤). لدينا أربع بطاقات مرقمة بالأرقام $\{2,4,6,8\}$ (رقم لكل بطاقة)، نسحب بطاقتين عشوائيا معا. X متغير عشوائي يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. f دالة التوزيع الإحتمالي المتعلقة بالمتغير X عندئذ:

ا. A) $f(10)=\frac{2}{3}$ B) $f(10)=\frac{1}{6}$ C) $f(10)=\frac{1}{3}$ D) ليس أي مماسبق
ب. A) $F(10)=\frac{2}{3}$ B) $F(10)=\frac{1}{6}$ C) $F(10)=\frac{1}{3}$ D) ليس أي مماسبق

(٥). عند سحب ورقة من أوراق اللعب. يعتبر اللاعب فائزا إذا سحب ورقة تحمل أحد الأرقام $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$و يعتبر خاسرا خلاف ذلك. X متغير عشوائي يأخذ القيمة 1 للربح و القيمة 0 للخسارة.

ا. الدالة المولدة للعزوم في التوزيع الإحتمالي السابق هي:
A) $M_x(t)=\frac{4}{13}e^t+\frac{9}{13}$ B) $M_x(t)=\frac{9}{13}e^t+\frac{4}{13}$ C) $M_x(t)=\frac{10}{13}e^t+\frac{3}{13}$ D) ليس أي مماسبق

ب. توقع أن يفوز اللاعب هو:
A) $\mu=\frac{4}{13}$ B) $\mu=\frac{9}{13}$ C) $\mu=\frac{1}{2}$ D) ليس أي مماسبق

(٦). X متغير عشوائي مستمر يتبع توزيع أسي السالب بدالة كثافة إحتمالية $f(x)=0.5e^{-0.5x}$:

ا. $E(X)=$
A) 2. B) -2. C) 0.5. D) ليس أي مماسبق

ب. $\sigma^2=$
A) -2. B) 8. C) 4. D) ليس أي مماسبق

تابع في الصفحة الثانية

السؤال الثاني : ((10 درجة))

1) إذا كانت $F_1, F_2, ..., F_n$ أحداث مستقلة مثنى مثنى و $F_1 \bigcup F_2 \bigcup .... \bigcup F_n = \Omega$ حيث Ω هو فضاء العينة و A حدث ما أثبت أن

أولا :

$$P(A) = P(F_1).P(A|F_1) + ...P(F_n).P(A|F_n)$$

ثانيا :

$$i \in \{1, 2, ..., n\} \text{ حيث } P(F_i|A) = \frac{P(F_i).P(A|F_i)}{P(F_1).P(A|F_1)+.....P(F_n).P(A|F_n)}$$

2) أثبت أن توزيع ثنائي الحد $b(x, n, p)$ يتحول إلى توزيع بواسون حيث $\mu = np$، إذا كانت p تقترب من الصفر و عدد مرات تكرار التجربة كبير جدا $n \to \infty$.

السؤال الثالث: ((10 درجة))

في مجتمع ما إن احتمال أن يكون فرد بمصاب بمرض معين هو 0.1. يوجد اختبار طبي للتحقق من إصابة شخص ما بهذا المرض. إن احتمال أن يعطي الإختبار نتيجة إيجابية (مصاب) مع كون الشخص مصاب فعلا هو 0.8 و احتمال أن يعطي الإختبار نتيجة إيجابية (مصاب) مع كون الشخص غير مصاب فعلا هو 0.2. تم اختيار شخص بشكل عشوائي من إفراد هذا المجتمع المدروس و إجراء الإختبار له إذا كانت T هو حدث كون نتيجة الاختبار إيجابية و S هو حدث كون الشخص مصاب و H هو حدث كون الشخص غير مصاب.

1) أوجد احتمال أن تكون نتيجة الإختبار إيجابية.
2) أوجد احتمال أن يكون الشخص مصاب علما أن نتيجة الإختبار إيجابية.

السؤال الرابع: ((30 درجة))

لدينا الدالة التالية

$$0 < x < 1, 0 < y < 2 \text{ حيث } f(x, y) = x^3y + \frac{\lambda}{16}y^2$$

1) أوجد λ حتى تكون $f(x, y)$ دالة كثافة احتمالية مشتركة للشعاع العشوائي المستمر (x, y).
2) أوجد الدوال الهامشية $f_1(x)$ و $f_2(y)$.
3) أوجد دالة التوزيع التجميعية (التراكمية) $F(x, y)$.
4) أوجد دالة التوزيع الإحتمالي الشرطي $g_1(x \mid y)$
5) أوجد $P(0 < x < 0.5, 0 < y < 1)$.
6) أوجد التوقع الرياضي للدالة $U(x, y) = x + 2y$.

مع تمنياتي بالتوفيق
د. ديانا احمد

السؤال الأول

(1) أ. C
ب. B

(2) أ. A
ب. C

(3) أ. C
ب. A

(4) أ. B
ب. B

(5) أ. A
ب. C

السؤال الثاني

$P(S) = 0.1$

$P(H) = 0.9$

$P(T|S) = 0.8$

$P(T|H) = 0.2$

(1) $P(T) = P(S).P(T|S) + P(H).P(T|H)$

$= (0.1)(0.8) + (0.9)(0.2)$

$= 0.08 + 0.18 = 0.26$

(2) $P(S|\bar{T}) = \frac{P(S).P(\bar{T}|S)}{P(\bar{T})} = \frac{0.08}{0.26}$

$= \frac{8}{26} = \frac{4}{13}$

≈ 0.3076

السؤال الرابع

(1)

$$\int_0^2 \int_0^1 (x^3 y + \frac{\lambda}{16} y^2)\, dx\, dy = 1$$

$$\int_0^2 [\frac{x^4}{4} y + \frac{\lambda}{16} y^2 x]_0^1 dy = \int_0^2 (\frac{y}{4} + \frac{\lambda}{16} y^2) dy$$

$$= [\frac{y^2}{8} + \frac{\lambda}{16} \frac{y^3}{3}]_0^2 = \frac{4}{8} + \frac{\lambda}{16} \cdot \frac{8}{3} = 1$$

$$\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{1}{3} = 1 - \frac{4}{8} \Rightarrow \frac{\lambda}{6} = \frac{4}{8} \Rightarrow \lambda = \frac{4}{8} \cdot \frac{6}{1}$$

$$\lambda = \frac{6}{2} = 3$$

(2) $f_1(x) = \int (x^3 y + \frac{3}{16} y^2) dy$

$= [\frac{x^3 y^2}{2} + \frac{y^3}{16}]_0^2$

$f_1(x) = 2x^3 + \frac{1}{2}, \quad 0 < x < 1$

$f_2(y) = \int_0^1 (x^3 y + \frac{3}{16} y^2) dx = [\frac{x^4}{4} y + \frac{3}{16} y^2 x]_0^1$

$f_2(y) = \frac{y}{4} + \frac{3}{16} y^2, \quad 0 < y < 2$

(3)

$F(x,y) = 0 \quad x < 0, y < 0$

$F(x,y) = \int_0^y \int_0^x (u^3 v + \frac{3}{16} v^2)\, du\, dv$

$= \int_0^y (\frac{x^4}{4} v + \frac{3}{16} v^2 x) dv = \frac{x^4}{8} y^2 + \frac{y^3}{16} x$

$= \frac{x^4}{8} y^2 + \frac{y^3}{16} x$

$0 < x < 1$

$0 < y < 2$

السؤال الثاني

(1) أ.

$f_2 = P(A \cap F_1) + P(A \cap F_2) + \dots + P(A \cap F_n) =$

$P(A \cap (F_1 \cup \dots \cup F_n)) = P(A \cap \Omega) = P(A).$

ب.

$$P(F_i|A) = \frac{P(F_i \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(F_i) P(A|F_i)}{P(F_1).P(A|F_1) + \dots + P(F_n).P(A|F_n)}$$

(2)

$b(x, n, P) = \binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x}$

$P = \frac{\mu}{n}$

$b(x,n,P) = \frac{n(n-1)\dots(n-x+1)}{x!} P^x (1-P)^{n-x}$

$= \frac{\mu^x}{x!} [\frac{n(n-1)\dots(n-x+1)}{n^x} \cdot (1 - \frac{\mu}{n})^{n-x}]$

$\lim_{n \to \infty} b(x,n,P) = \lim_{n \to \infty} [\frac{\mu^x}{x!} (1 - \frac{\mu}{n})^n \frac{n(n-1)\dots(n-x+1)}{n^x} \frac{1}{(1-\frac{\mu}{n})^x}]$

$= \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu} = \text{poisscan}(\mu)$

$$F(x,y)=\int_0^y\int_0^x\left(u^3v+\frac{3}{16}v^3\right)du\,dv=\int_0^y\left[\frac{u^4}{4}v+\frac{3}{16}v^2u\right]_0^x dv=\int_0^y\left(\frac{x^4}{4}v+\frac{3}{16}xv^2\right)dv$$

$$=\frac{y^2}{8}x^4+\frac{y^3}{16}x \quad ;1\le x,\ 0<y<2$$

$$F(x,y)=\begin{cases}0 & ;\ x\le 0,\ y\le 0\\ \frac{x^4y^2}{8}+\frac{y^3x}{16} & ;\ 0<x<1,\ 0<y<2\\ \frac{y^2}{8}+\frac{y^3}{16} & ;\ x\ge 1,\ 0<y<2\\ 1 & ;\ x>1,\ y>2\end{cases}$$

$$g_1(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_2(y)}=\frac{x^3y+\frac{3}{16}y^2}{\frac{y}{4}+\frac{3}{16}y^2}$$ (4)

$$P(0<x\le 0.5,\ 0<y<1)=\int_0^1\int_0^{0.5}\left(x^3y+\frac{3}{16}y^2\right)dx\,dy$$ (5)

$$=\int_0^1\left[\frac{x^4}{4}y+\frac{3}{16}y^2x\right]_0^{\frac{1}{2}}dy=\int_0^1\left(\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{4}y+\frac{3}{16}y^2\cdot\frac{1}{2}\right)dy$$

$$=\left[\frac{1}{64}\frac{y^2}{2}+\frac{3}{16}\frac{y^3}{3}\cdot\frac{1}{2}\right]_0^1=\frac{1}{128}+\frac{1}{32}=\frac{1}{128}+\frac{4}{128}$$

$$=\frac{5}{128}$$

$$E\{U\}=\int_0^2\int_0^1(x+2y)\cdot\left(x^3y+\frac{3}{16}y^2\right)dx\,dy$$ (6)

أو بطريقة أخرى

$$E\{U\}=E(X)+2E(Y)=\int_0^1\left(x\left(2x^3+\frac{1}{2}\right)dx+2\int_0^2 y\left(\frac{y}{4}+\frac{3}{16}y^2\right)dy\right.$$

$$=\int_0^1\left(2x^4+\frac{1}{2}x\right)dx+2\int_0^2\left(\frac{y^2}{4}+\frac{3}{16}y^3\right)dy$$

$$=\left[\frac{2}{5}x^5+\frac{1}{4}x^2\right]_0^1+2\left[\frac{y^3}{12}+\frac{3}{64}y^4\right]_0^2$$

$$=\frac{2}{5}+\frac{1}{4}+\frac{16}{12}+3\frac{32}{64}\approx 3.48$$