كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل رياضي١

المحاضرة : **السابعة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

السؤال الأول:

أوجد الحدود الثلاثة الأولى من منشور ماك لوران للتابع

$$f(x) = \ln(1+e^x)$$

الحل:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2$$

$$f(0) = \ln(1+e^0) = \ln(1+1) = \ln(2)$$

$$f'(x) = \frac{e^x}{1+e^x} \Rightarrow f'(0) = \frac{1}{2}$$

$$f''(x) = \frac{e^x(1+e^x) - e^x(e^x)}{(1+e^x)^2}$$

$$= \frac{e^x + e^{2x} - e^{2x}}{(1+e^x)^2} = \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1}{4}$$

$$f''(0) = \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \ln(2) + \frac{1}{2}x + \frac{\frac{1}{4}}{2!}x^2$$

$$= \ln(2) + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

السؤال الثاني:

ابحث عن وجود قيم موضعية قصوى للتابع ومبيناً نوعها

$$f(x)=x^5-\frac{20}{3}x^3$$

تابع حقيقي ومستمر وقابل للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$$f'(x)=5x^4-20x^2$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 5x^4-20x^2=0$$

$$5x^2(x^2-4)=0$$

$$5x^2(x-2)(x+2)=0$$

$$x=0 \quad , \quad x=2 \quad , \quad x=-2$$

$$f''(x)=20x^3-40x$$

$f''(0)=0 \longrightarrow$ (يلزم اشتقاق f''')

$f''(2)=80>0 \Rightarrow f(2)=-\frac{64}{3}$ قيمة موضعية صغرى

$f''(-2)=-80<0 \Rightarrow f(-2)=\frac{64}{3}$ قيمة موضعية كبرى

$$f'''(x)=60x^2-40$$

$$f'''(0)=-40\neq 0$$

$f(0)=0$ ليست قيمة موضعية لأن المشتق ذو مرتبة فردية

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

السؤال الثالث:

ابحث في وجود قيم موضعية قصوى في النقطة المعطاة لكل من التابعين التاليين

(a) $Y = ch x + \cos x$ في النقطة $x = 0$

(b) $Y = \cos x - 1 + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!}$ في النقطة $x = 0$

الحل:

(a) $Y' = sh x - \sin x \Rightarrow Y'(0) = 0 - 0 = 0$

$Y'' = ch x - \cos x \Rightarrow Y''(0) = 1 - 1 = 0$

$Y''' = sh x + \sin x \Rightarrow Y'''(0) = 0 + 0 = 0$

$Y'''' = ch x + \cos x \Rightarrow Y''''(0) = 1 + 1 = 2$

$Y(0) = 2$ قيمة موضعية صغرى

(b) $f(x) = \cos x - 1 + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!}$

$x = 0$

$f'(x) = -\sin x + \frac{2x}{2!} - \frac{3x^2}{3!}$

$f'(0) = 0$

$f''(x) = -\cos x + \frac{2}{2!} - \frac{6x}{3!} = -\cos x - \frac{6x}{3!} + 1$

$f''(0) = -1 + 1 = 0$

$f'''(x) = \sin x - 1$ بما أن مرتبة المشتقة فردية

$f'''(0) = -1 \neq 0$ لا يوجد قيمة قصوى موضعية

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

السؤال الرابع :

$f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$ $\quad x = 0$

هل يملك التابع قيم موضعية عند $x = 0$

$f'(x) = n x^{n-1} \Rightarrow f'(0) = 0$

$f''(x) = n(n-1)x^{n-2} \Rightarrow f''(0) = 0$

$\vdots$

$f^{(n)}(x) = n! \neq 0$

اذا كان n عدد فردي ليست قيمة موضعية

اذا كان n عدد زوجي فهي قيمة موضعية صغرى

السؤال الخامس :

أوجد النهايات الآتية :

① $\lim\limits_{x \to 1^-} \arctan\left(\frac{3x+1}{x-1}\right)$

$\lim\limits_{x \to 1^-} \frac{3x+1}{x-1} = \frac{4}{0^-} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 1^-} \arctan\left(\frac{3x+1}{x-1}\right)$

$= \arctan(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

② $\lim_{x \to 0} (\cos(3x))^{\frac{1}{x^2}}$

$= 1^{\infty}$ (حالة عدم تعيين)

$(\cos(3x))^{\frac{1}{x^2}}$

$= e^{\frac{1}{x^2} \cdot \ln(\cos(3x))}$

$= e^{\frac{\ln(\cos(3x))}{x^2}}$

$= \lim_{x \to 0} \frac{\ln(\cos(3x))}{x^2} = \frac{0}{0}$

حالة عدم تعيين

نطبق أو بتال

$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(\cos(3x))}{x^2}$

$= \lim_{x \to 0} \frac{-3\sin(3x)}{\cos(3x)} \cdot \frac{1}{2x}$

$= \lim_{x \to 0} \frac{-3\sin 3x}{\cos 3x} \cdot \frac{1}{2x}$

$= \frac{-3(3)\sin(3x)}{2\cos 3x \cdot 3x}$ $\lim_{x \to 0} = 1$

$\lim_{x \to 0} = \frac{-9}{2}$

$\Rightarrow \lim((\cos(3x))^{\frac{1}{x^2}}) = \frac{-9}{2}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

السؤال السادس:

أوجد قيمة الثابت A ليكون التابع $f(x)$ مستمر عند $x=0$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{x} & ; x=0 \\ A & ; x=0\end{cases}$$

شرط الاستمرار عند $x=0$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \frac{1-\cos(0)}{0} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0}$$

حالة عدم تعيين

نطبق أو بتال

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{1} = 0$$

$$f(0)=0 \quad \Leftarrow \quad A=0$$

السؤال السابع:

أوجد قيمة x

$$x = \arctan(\sqrt{3}) + \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$y_1 = \arctan(\sqrt{3})$$

$$\tan y_1 = \sqrt{3} \Rightarrow y_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3} \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$y_2 = \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$\sin y_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y_2 = -\frac{\pi}{4}$

$-\frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$X = y_1 + y_2$

$= \frac{\pi}{3} + \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{12}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة