كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : نظرية الاحتمالات

المحاضرة : التاسعة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

السؤال الأول:

احسب التوقع للمتغيرات العشوائية المنفصلة الآتية:

a)

$$f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{7} & ; x=-4\\ \frac{2}{7} & ; x=0\\ \frac{4}{7} & ; x=3\\ 0 & ; \text{خلاف ذلك}\end{cases}$$

$$E(X)=\sum_{x} x f_X(x) = -4\left(\frac{1}{7}\right)+0\left(\frac{2}{7}\right)+(3)\left(\frac{4}{7}\right)$$

$$=\frac{-4}{7}+\frac{12}{7}=\frac{8}{12} \Rightarrow E(X)=\frac{8}{12}$$

b)

$$f_X(x)=\begin{cases}2^{-x+1} & ; x=0,1,2,\dots\\ 0 & ; \text{خلاف ذلك}\end{cases}$$

$$E(X)=\sum_{x=0}^{\infty} x f(x)=\sum_{x=0}^{\infty} x\, 2^{-x+1}=2\sum_{x=1}^{\infty} x\cdot\frac{1}{2^x}$$

$$=2\,\frac{2}{(2-1)^2}=2\cdot 2=4$$

$$\Rightarrow E(X)=4$$

السؤال الثاني:

X, Y متغيران عشوائيان منفصلان بدالة توزيع احتمالي مشتركة:

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2} & ; x=2 \ \& \ y=10\\ \frac{1}{6} & ; x=-7 \ \& \ y=10\\ \frac{1}{12} & ; x=2 \ \& \ y=12\\ \frac{1}{12} & ; x=-7 \ \& \ y=12\\ \frac{1}{12} & ; x=2 \ \& \ y=14\\ \frac{1}{12} & ; x=-7 \ \& \ y=14\\ 0 & ; \text{ماعدا ذلك}\end{cases}$$

1) أوجد $f_X(x)$ ، $f_Y(y)$

$$f_X(x)=\begin{cases}\frac{8}{12}=\frac{2}{3} & ; x=2\\ \frac{4}{12}=\frac{1}{3} & ; x=-7\\ 0 & ; \text{ماعدا ذلك}\end{cases}$$

$$f_Y(y)=\begin{cases}\frac{8}{12}=\frac{2}{3} & ; y=10\\ \frac{2}{12}=\frac{1}{6} & ; y=12\\ \frac{2}{12}=\frac{1}{6} & ; y=14\\ 0 & ; \text{ماعدا ذلك}\end{cases}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

2) أوجد $E(X)$ ، $E(X^2)$ ، $E(Y)$ ، $E(Y^2)$

$$E(X) = \sum_x x f_X(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right) + (-7)\left(\frac{1}{3}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \boxed{E(X) = -1}$$

$$E(X^2) = \sum_x x^2 f_X(x) = (2^2)\left(\frac{2}{3}\right) + (-7^2)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{49}{3} = \frac{57}{3} = 19$$

$$\Rightarrow \boxed{E(X^2) = 19}$$

$$E(Y) = \sum_y y f_Y(y) = 10\left(\frac{2}{3}\right) + (12)\left(\frac{1}{6}\right) + (14)\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{40}{6} + \frac{12}{6} + \frac{14}{6} = \frac{66}{6} = 11$$

$$\Rightarrow \boxed{E(Y) = 11}$$

$$E(Y^2) = \sum_y y^2 f_Y(y) = (10)^2\left(\frac{2}{3}\right) + (12^2)\left(\frac{1}{6}\right) + (14^2)\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{400}{6} + \frac{144}{6} + \frac{196}{6} = \frac{740}{6} = 123,33$$

$$\Rightarrow \boxed{E(Y^2) = 123\frac{1}{3}}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

3) احسب $E(X.Y-4Y)$, $E(X^2+Y^2)$

$E(X^2+Y^2) = E(X^2) + E(Y^2) = 19 + 123.33$

$\Rightarrow E(X^2+Y^2) = 142.33$

$$E(X.Y-4Y) = \sum_{x,y} (x.y-4y)\, P_{X,Y}(x,y)$$

$$= ((2)(10)-4(10))\left(\frac{1}{2}\right) + ((-7)(10)-4(10))\left(\frac{1}{6}\right) +$$

$$((2)(12)-4(12))\left(\frac{1}{12}\right) + ((-7)(12)-4(12))\left(\frac{1}{12}\right) +$$

$$((2)(14)-4(14))\left(\frac{1}{12}\right) + ((-7)(14)-4(14))\left(\frac{1}{12}\right)$$

$$= \frac{-20}{2} - \frac{110}{6} - \frac{24}{12} - \frac{132}{12} - \frac{28}{12} - \frac{154}{12}$$

$$= \frac{-120}{12} - \frac{220}{12} - \frac{338}{12} = \frac{-678}{12} = \frac{-113}{2} = -56.5$$

$\Rightarrow \boxed{E(X.Y-4Y) = -56.5}$

السؤال الثالث:

X متغير عشوائي منفصل يتبع توزيعاً هندسياً بعلم θ ، Y متغير عشوائي منفصل يتبع توزيع بواسون بعلم λ.

احسب ما يلي:

1) $E(8X-Y)$

2) $E(X+c)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

3) إذا علمت أن X, Y مستقلان أوجد التوقع الرياضي التالي

$$E(X.Y)$$

الحل:

1) X يتبع توزيعاً هندسياً $\Leftarrow E(X) = \frac{1-\theta}{\theta}$

Y يتبع توزيع بواسون $\Leftarrow E(Y) = 1$

$$E(8X-Y) = 8E(X) - E(Y) = 8 \cdot \frac{1-\theta}{\theta} - 1$$
$$= \frac{8(1-\theta)}{\theta} - 1$$

2) $$E(X+c) = \sum_x (x+c) f_X(x)$$

$$= \sum_x x f_X(x) + \sum_x c f_X(x)$$

$$= E(X) + c = \frac{1-\theta}{\theta} + c$$

3) $$E(X.Y) = E(X)E(Y) = \frac{1-\theta}{\theta} \cdot 1$$

السؤال الرابع:

ليكن لدينا بطاقتين تماثلتين تماماً في حالة مكتوب على الأولى الرقم واحد وعلى الثانية الرقم اثنان نسحب بطاقة واحدة فقط ثم نقوم بربح قطع من النقود مساوٍ تماماً لرقم البطاقة المسحوبة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ليكن X متغير عشوائي يدل على عدد الرؤوس الظاهرة والمطلوب أوجد $E(Y)$

الحل:

$Y=\{0,1,2\}$

ليكن X متغير عشوائي يدل على رقم البطاقة المسحوبة:

$X=\{1,2\}$

لدينا بطاقتين تحمل الرقم 1 وبطاقة تحمل الرقم 2 بالتالي احتمال الحصول على أحد البطاقتين هو $\frac{1}{2}$

ولدينا قطعة نقود احتمال ظهور رأس هو $\frac{1}{2}$ واحتمال ظهور ذيل هو $\frac{1}{2}$

الحالة الأولى: سحب بطاقة تحمل الرقم (1) وبالتالي نرمي قطعة نقود واحدة لها احتمالين أم عدد الرؤوس Y يساوي الصفر وبالتالي الاحتمال المتمم (T) وهو $\frac{1}{2}$ أو عدد رؤوس Y يساوي 1 باحتمال $\frac{1}{2}$

$$E(Y_1)=0\left(\frac{1}{2}\right)+(1)\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$$

الحالة الثانية: سحب بطاقة عليها الرقم 2 نرمي قطعتين نقود كل منها تحل لأسفل باحتمال يساوي $\frac{1}{2}$

$$E(Y_2)=2\cdot\frac{1}{2}=1$$

باستخدام عناوين التوقع الكلي:

$$E(Y)=\underbrace{\text{احتمال سحب البطاقة}}_{\frac{1}{2}}E(Y_1)+\underbrace{\text{احتمال سحب البطاقة}}_{\frac{1}{2}}E(Y_2)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)(1)=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{E(Y)=\frac{3}{4}}$$

انتهت المحاضرة.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z