كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : جبر المنطق

المحاضرة : **التاسعة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

المحاضرة التاسعة عملي.

تمرين محلول: نفرض لدينا المجموعة الشاملة $A=\{a,b\}$ والمجموعة $B=\{\phi,\{a\},\{b\},A\}$

أثبت أن النظام $(B;\cup,\cap)$ يكون جبر بوول حيث عملتي الجمع والضرب هما الاتحاد والتقاطع في المجموعات.

الحل: نكتب جدول عملية الاتحاد وجدول عملية التقاطع بالنسبة للمجموعة B

$\cap$	ϕ	$\{a\}$	$\{b\}$	A
ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
$\{a\}$	ϕ	$\{a\}$	ϕ	$\{a\}$
$\{b\}$	ϕ	ϕ	$\{b\}$	$\{b\}$
A	ϕ	$\{a\}$	$\{b\}$	A

$\cup$	ϕ	$\{a\}$	$\{b\}$	A
ϕ	ϕ	$\{a\}$	$\{b\}$	A
$\{a\}$	$\{a\}$	$\{a\}$	A	A
$\{b\}$	$\{b\}$	A	$\{b\}$	A
A	A	A	A	A

B_0 : قانون الانغلاق متحقق لأن جميع العناصر داخل كل جدول تنتمي إلى المجموعة B

B_1 : قانون الإبدال متحقق على المجموعات لأنه أي مجموعتين X,Y من B فإن

$X\cap Y=Y\cap X$

$X\cup Y=Y\cup X$

B_2 : قانون التجميع متحقق على المجموعات حيث أنه لأي مجموعات X,Y,Z تحقق

$X\cup(Y\cup Z)=(X\cup Y)\cup Z$

$X\cap(Y\cap Z)=(X\cap Y)\cap Z$

B_3 : قانون التوزيع متحقق على المجموعات حيث أنه لأي مجموعات X,Y,Z تحقق أن

$X\cup(Y\cap Z)=(X\cup Y)\cap(X\cup Z)$

$X\cap(Y\cup Z)=(X\cap Y)\cup(X\cap Z)$

B_4 : قانون الوحدة متحقق حيث يتضح من الجدولين أن العنصر المحايد الجمعي $\cup$ بالنسبة لعملية الاتحاد هو ϕ حيث $\forall X,\ X\cup\phi=X$ والعنصر المحايد الضربي $\cap$ بالنسبة لعملية التقاطع هو A حيث $\forall X,\ X\cap A=X$

B_5 : قانون المكملة متحقق وفي الجدول الآتي نوضح أنه لكل $X\in B$ يوجد المكملة $X'\in B$ بحيث أن

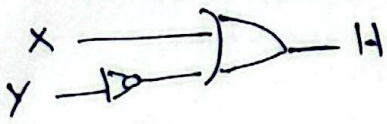
$X\cup X'=\cup=A$ ، $X\cap X'=\cap=\phi$

$X\in B$	$X'\in B$	$X\cup X'$	$X\cap X'$
ϕ	A	$\phi\cup A=A$	$\phi\cap A=\phi$
$\{a\}$	$\{b\}$	$\{a\}\cup\{b\}=A$	$\{a\}\cap\{b\}=\phi$
$\{b\}$	$\{a\}$	$\{b\}\cup\{a\}=A$	$\{b\}\cap\{a\}=\phi$
A	ϕ	$A\cup\phi=A$	$A\cap\phi=\phi$

إذاً النظام $(B,\cup,\cap)$ يكون جبر بوول

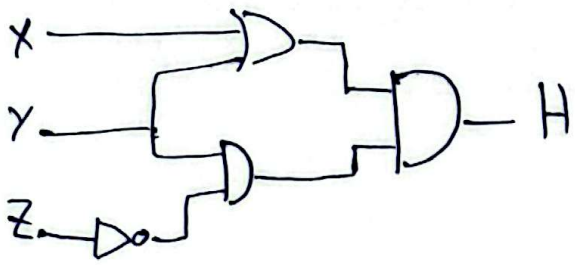
المحاضرة التاسعة عملي:

- اكتب التعبير المنطقي للدارة المنطقية المرافقة:

① 

$H = X \text{ OR } NOT\ Y$

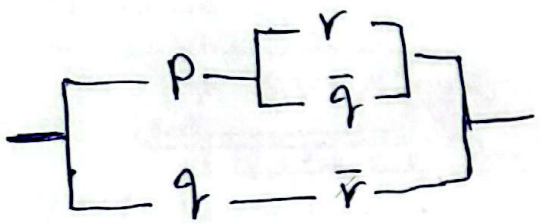
$H = X \vee \neg Y$

② 

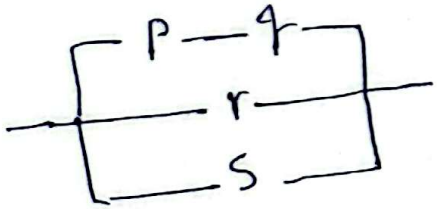
$H = (X \text{ OR } Y) \text{ OR } (Y \text{ AND } NOT\ Z)$

$= (X \vee Y) \vee (Y \wedge \neg Z)$

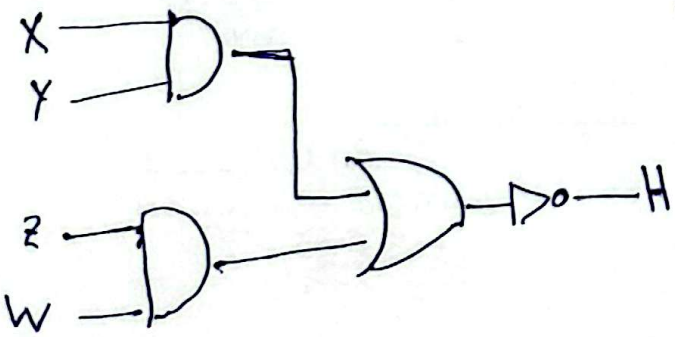
- مثل بلغة المنطق الدارتين:

① 

$(P \wedge (r \vee \neg q)) \vee (q \wedge \neg r)$

② 

$(P \wedge q) \vee r \vee S$

③ 

$H = NOT\ [(X \text{ AND } Y) \text{ OR } (Z \text{ AND } W)]$

$H = \neg [(X \wedge Y) \vee (Z \wedge W)]$

المحاضرة التاسعة عملي:

أوجد وارسم دارة مبسطة تكافئ الدارة في الشكل*:

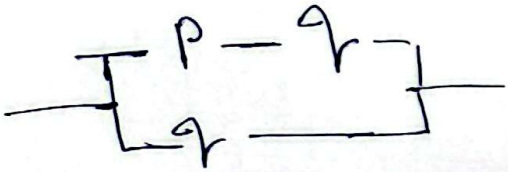
الحل:

$$(p \wedge (q \vee \sim p)) \vee ((p \vee q) \wedge (\sim p \vee q))$$

$$\equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim p)] \vee [(p \wedge \sim p) \vee q]$$

$$\equiv [(p \wedge q) \vee 0] \vee [0 \vee q]$$

$$= (p \wedge q) \vee q$$



الشكل*: