كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : جبر المنطق

المحاضرة : الثامنة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

(1)

الموضوع: .....

رد بر منطق محاضرة [8] عملي "

س1 باستخدام البرهان المباشر أثبت مايلي:

"إذا كان x عدد صحيح زوجي فإن x^2 عدد زوجي"

// نفرض القضية p: x عدد زوجي

و q: x^2 عدد زوجي

إذاً جدول الصحة هي p قضية صائبة والمطلوب إثبات أن q صائبة أي

إثبات صحة الاستلزام: $p \rightarrow q$

أي أن أي عدد صحيح يمكن كتابته بالشكل ($x=2n$) حيث n صحيح

$x=2n \Rightarrow x^2=4n^2 \Rightarrow x^2=2(2n^2) \Rightarrow x^2=2m$ عدد زوجي

و $m=2n^2$

$\Leftarrow$ x^2 عدد زوجي $\Leftarrow$ القضية q صائبة إذاً الاستلزام $(p \rightarrow q)$ محقق.

// تم المطلوب //

س2 أثبت باستخدام البرهان غير المباشر مايلي وأعد كتابته أيضاً باستخدام البرهان بالتناقض: "إذا كان المثلث متساوي الأضلاع فإنه يكون متساوي الزوايا"

// الحل // "باستخدام البرهان غير المباشر"

نفرض القضية p: المثلث متساوي الأضلاع

و q: المثلث متساوي الزوايا

نفرض $\sim q$ صائبة وبيت صحة الاستلزام $\sim p \rightarrow \sim q$

$\sim q$ صائبة أي المثلث مختلف الزوايا ولزم أن المثلث غير متساوي الأضلاع أي $\sim p$

/ /

الموضوع: .....

$$\frac{\sin\hat{A}}{BC} = \frac{\sin\hat{B}}{AC} = \frac{\sin\hat{C}}{AB}$$

المثلث مختلف الزوايا أي: $\sin\hat{A} \neq \sin\hat{B} \neq \sin\hat{C}$

$\Rightarrow AB \neq AC \neq BC$

نقول مختلف الأضلاع إذا كان ... صح ... خطأ

"عكس المطلوب"

"باستخدام البرهان بالتناقض"

نفرض أن ... صحيحة أي ... خاطئة

أي ... وفرضنا أن المثلث عكس متساوي الزوايا وهو فرضية صح

أن المثلث متساوي الأضلاع

أريد أن أبرهن أن المثلث عكس متساوي الزوايا يكون لدينا زاويتان في المثلث ولتكن $\hat{C} > \hat{B}$ وبالتالي فإن الضلع المقابل للزاوية $\hat{B}$ أكبر من الضلع المقابل للزاوية $\hat{C}$ وهذا أضلاع المثلث عكس متساوية

نعلم أن ABC لدينا:

$$\frac{\sin\hat{A}}{BC} = \frac{\sin\hat{B}}{AC} = \frac{\sin\hat{C}}{AB}$$

$\Rightarrow AB = BC = AB$

وبما أن $\hat{A} \neq \hat{B} \Leftarrow \sin\hat{A} \neq \sin\hat{B} \Leftarrow AC \neq BC$

إذن الفرض خاطئ و ... صحيحة ... صح

الموضوع: ..... / /

س| باستخدام البرهان بالمثال اثبت أو اعكس ناثبت العبارة الآتية:

"إذا كان n عدد طبيعي ، فإن $6n-1$ عدد أولي".

الحل: بإيجاد مثال معاكس ناقد المثال:

لما $n=6$ عدد طبيعي و $6n-1$ عدد مركب

$(6\times6)-1=36-1=35$

وهو عدد غير أولي بالتالي القضية العطاة خاطئة.

س| برهن بالاستقراء الرياضي صحة القضية:

"العدد 3^n-1 يقبل القسمة على 2 لكل $n\in\mathbb{N}$"

الحل: $p(n)=3^n-1=2m$

نثبت صحة القضية من أجل $n=1$

$3^1-1=2m$

$2=2m \Rightarrow m=1$

وهي محققة

نفرض صحة القضية $p(n)$ من أجل $n=k$

$p(k)=3^k-1=2m$ ... (*)

نثبت صحة القضية عندما $n=k+1$

$\therefore p(k+1)=3^{k+1}-1\stackrel{?}{=}2m'$

لدينا:

$3^{k+1}-1=3^k.3-1$

$3^k=2m+1$ من (*)

$\Rightarrow 3^k.3-1=(2m+1)3-1=6m-2=2(3m-1)$

الموضوع: ..... / /

$\Rightarrow 3^{k+1}-1 = 2(3m+1)$

$\Rightarrow 3^{k+1}-1 = 2m' \quad ; m' = 3m+1$

$\Rightarrow$ $p(n)$ صواب في حالة $n=k+1$

إذاً $p(n)$ صحيحة لأي $n \in \mathbb{N}$ وفقاً لمبدأ الاستقراء الرياضي

ط١ العدد (3^n-1) يقبل القسمة على (2) أي (3^n-1) عدد زوجي

نتحقق من $p(n)$ عندما $n=1$

$3^1-1 = 3-1 = 2$

وهو عدد زوجي $\Rightarrow p(1)$ صحيح

نفرض صحة $p(n)$ أجل $n=k$

$\Rightarrow 3^k-1$ (*)

هو عدد زوجي

نثبت صحة القضية عندما $n=k+1$

$3^{k+1}-1$ هو عدد زوجي ؟؟

لدينا $3^{k+1}-1 = 3^k \cdot 3 - 1$

لدينا 3^k-1 عدد زوجي من (*) أي 3^k عدد فردي ك

$3^k \cdot 3$ عدد فردي مضروب في فردي

$3^k \cdot 3 - 1$ عدد زوجي

أي $3^{k+1}-1$ عدد زوجي

وهكذا المطلوب .

مكتبة A to Z