كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة١

المحاضرة : **الخامسة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التمرين الأول: أوجد حل الجملة الآتية باستخدام طريقة التفكيك LU

$$2x_1 + x_3 = 1$$
$$x_1 + 2x_2 = 0$$
$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0$$

الحل: نكتب المعادلات بشكل مصفوفة (ـ) ثم نكتب المعادلة $AX=B$

$$A=\begin{pmatrix}2&0&1\\1&2&0\\2&3&4\end{pmatrix},\quad X=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$AX=B\Rightarrow \begin{pmatrix}2&0&1\\1&2&0\\2&3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

نقسم المصفوفة A إلى الشكل $A=LU$ (حيث أن L: مصفوفة مثلثية سفلى و U: مصفوفة مثلثية عليا) عناصر قطرها الرئيسي يساوي الواحد

$$\begin{pmatrix}2&0&1\\1&2&0\\2&3&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\L_{21}&1&0\\L_{31}&L_{32}&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}U_{11}&U_{12}&U_{13}\\0&U_{22}&U_{23}\\0&0&U_{33}\end{pmatrix}$$

نوجد السطر العمود الأول: (القانون) $V_{1n}=a_{1n}\ ;\ n\geq 1$ السطر الأول في U

العمود الأول في L $l_{n1}=\frac{a_{n1}}{a_{11}}\ ;\ n>1$ حيث $a_{11}\neq 0$

$$u_{11}=a_{11}=2,\ u_{12}=a_{12}=0,\ u_{13}=a_{13}=1$$

$L_{21} = \frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{1}{2}$, $L_{31} = \frac{a_{31}}{a_{11}} = \frac{2}{2} = 1$

$\Rightarrow U = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$, $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 1 & l_{32} & 1 \end{pmatrix}$

القانون: $u_{2n} = a_{2n} - l_{21} v_{1n}$; $h > 2$ (نوجد السطر والعامود الثاني)

$l_{n2} = \frac{a_{n2} - l_{n1} v_{12}}{v_{22}}$; $h > 2$; $v_{22} \neq 0$

$v_{22} = a_{22} - l_{21} v_{12} = 2 - \frac{1}{2}(0) = 2$

$u_{23} = a_{23} - l_{21} u_{13} = 0 - \frac{1}{2}(1) = -\frac{1}{2}$ } السطر الثاني

التعويض الثاني (العمود الثاني):

$l_{n2} = \frac{a_{n2} - (l_{21} u_{12})}{u_{22}} \Rightarrow l_{32} = \frac{a_{32} - (l_{21} u_{12})}{u_{22}}$

$= \frac{3 - (\frac{1}{2} \cdot 0)}{2} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow U = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 1 & \frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$

نوجد الصف الثالث من U:

$u_{3n} = a_{3n} - (l_{31} u_{1n} + l_{32} u_{2n})$

$u_{33} = a_{33} - (l_{31} u_{13} + l_{32} u_{23})$

$= 4 - (1.1 + \frac{3}{2} \cdot (-\frac{1}{2}))$

$= 4 - (1 - \frac{3}{4}) = 4 - (\frac{4-3}{4}) = 4 - \frac{1}{4} = \frac{16-1}{4}$

$= \frac{15}{4}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\Rightarrow U=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 2 & -\frac{1}{2}\\ 0 & 0 & \frac{15}{4}\end{pmatrix}$$

ومنه ثم يكون القسم الرياضي:

$$A=LU \Rightarrow \begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 0\\ 2 & 3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ \frac{1}{2} & 1 & 0\\ 1 & \frac{3}{2} & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 2 & -\frac{1}{2}\\ 0 & 0 & \frac{15}{4}\end{pmatrix}$$

ويكون حل المعادلة: $LUX=B$ هو $AX=B$

نفرض أن $U(X)=y$ فإن $Ly=B$ ونضع:

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ \frac{1}{2} & 1 & 0\\ 1 & \frac{3}{2} & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\\ y_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 0\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$y_1=1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}y_1+y_2=0 \quad (2)$$

$$y_1+\frac{3}{2}y_2+y_3=0 \quad (3)$$

من (1) نجد $y_1=1$ ومنه 2:

$$\frac{1}{2}(1)+y_2=0 \Rightarrow y_2=-\frac{1}{2}$$

ومن 3 نجد:

$$1+\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)+y_3=0 \Rightarrow 1-\frac{3}{4}+y_3=0$$

$$\Rightarrow y_3=-\frac{1}{4}$$

ومنه ثم X حل المعادلة $Y=UX$

$$\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 2 & -\frac{1}{2}\\ 0 & 0 & \frac{15}{4}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ -\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{4}\end{pmatrix}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

① $2X_1 + X_3 = 1$

② $2X_2 - \frac{1}{2}X_3 = -\frac{1}{2}$

③ $\frac{15}{4}X_3 = -\frac{1}{4}$

من العلاقة ③ نجد:

$$X_3 = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{15}{4}} = -\frac{1}{15} \Rightarrow \boxed{X_3 = -\frac{1}{15}}$$

من العلاقة ② نجد:

$$2X_2 - \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{15}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$2X_2 + \frac{1}{30} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2X_2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{30}$$

$$2X_2 = \frac{-15-1}{30} \Rightarrow 2X_2 = -\frac{16}{30}$$

$$X_2 = \frac{-\frac{16}{30}}{2} = -\frac{8}{30} = -\frac{4}{10}$$

$$X_2 = -\frac{4}{10}$$

من العلاقة ① نجد:

$$2X_1 - \frac{1}{15} = 1 \Rightarrow 2X_1 = 1 + \frac{1}{15}$$

$$2X_1 = \frac{16}{15} \Rightarrow X_1 = \frac{\frac{16}{15}}{2} = \frac{8}{15}$$

الوزنية: تم المصفوفة

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

L_4 إلى

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z