كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة١

المحاضرة : السابعة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الجداء السلمي: ليكن لدينا المتجهات: $V_1(x_1, y_1)$

$V_2(x_2, y_2)$

الجداء السلمي لهما يعطى بالشكل: $V_1 \cdot V_2 = x_1 x_2 + y_1 + y_2$

$= \|\vec{V_1}\| \cdot \|\vec{V_2}\| \cos(\theta)$ حيث $\theta = (\vec{V_1}, \vec{V_2})$

خواص الجداء السلمي: نفرض V_1, V_2, V_3 ثلاث متجهات مختلفة

1) $\vec{V_1} \vec{V_2} = \vec{V_2} \vec{V_1}$

2) $\vec{V_1}(\vec{V_2} + \vec{V_3}) = \vec{V_1} \cdot \vec{V_2} + \vec{V_1} \cdot \vec{V_3}$

3) $\vec{V_1}(\lambda \vec{V_2}) = \lambda(\vec{V_1} \cdot \vec{V_2})$

4) $(\lambda \vec{V_1})(\rho \vec{V_2}) = \lambda \rho (\vec{V_1} \vec{V_2})$

5) $\vec{V_1} \cdot \vec{V_2} = 0 \Rightarrow \vec{V_1} \perp \vec{V_2}$

6) $\vec{V} \vec{V} = \|\vec{V}\|^2$

نتائج

① $\vec{i} \cdot \vec{j} = \|\vec{j}\|^2 = 1$

$\vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$

② $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$ بالتالي $\vec{i} \perp \vec{j}$

$\vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$ بمتعامدات

إذا كان $\vec{V}$ وحدة $\|\vec{V}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leftarrow (x, y, z)$

أما طول الشعاع في الفضاء R^n

$V = (x_1, x_2, x_3, \dots x_n)$

$\|\vec{V}\|^2 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \dots x_n^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

يمكن استنتاج الزاوية بين المتجهين $\vec{v_1}$ ، $\vec{v_2}$

$$\cos(\theta) = \frac{\vec{v_1} \cdot \vec{v_2}}{\|\vec{v_1}\| \, \|\vec{v_2}\|}$$

الجداء الخارجي يعرف في المتجهين الداعمين v_1 ، v_2 بالشكل الآتي

$\vec{v_1} \times \vec{v_2}$

$\vec{v_1} \times \vec{v_2}$

والناتج هو شعاع عمودي على كل من v_1 و v_2 ← عمودي على المستوي المكون من $\vec{v_1}$ ، $\vec{v_2}$

لحساب: $|\vec{v_1} \times \vec{v_2}| = |\vec{v_1}| \, |\vec{v_2}| \sin(v)$

حيث $\theta(\vec{v_1} \cdot \vec{v_2})$

لإيجاد المركبات نفك المحدد

$\vec{v_1}(x_1, y_1, z_1)$

$\vec{v_2}(x_2, y_2, z_2)$ } $\vec{v_1} \times \vec{v_2}$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

$\vec{i}(y_1 \cdot z_2 - z_1 \cdot y_2) - \vec{j}(x_1 \cdot z_2 - x_2 \cdot z_1) + \vec{k}(x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1)$

$\vec{v_1} \times \vec{v_2}$ تمثل مساحة متوازي أضلاع المتدأعل v_1 و v_2 أو ضعفي مساحة المثلث

1) $\vec{v_1} \cdot \vec{v_2} = -\vec{v_2} \times \vec{v_1}$

2) $\vec{v_1} \cdot \vec{v_2} \cdot \vec{v_3} = \vec{v_1} \cdot (\vec{v_2} + \vec{v_3})$

$= \vec{v_1} \wedge \vec{v_2} \, , \vec{v_1} \wedge \vec{v_3}$

3) $\forall x \beta \in R$

$\forall \vec{v_1}, \vec{v_2} \in R^2$

4) $(x \vec{v_1}) \wedge (\beta \cdot \vec{v_2}) = x\beta(\vec{v_1} \cdot \vec{v_2})$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

5) $\vec{V_1} \parallel \vec{V_2} \Rightarrow \theta = (0, \pi)$

$\Rightarrow \sin(\theta) = 0 = \vec{V_1} \wedge \vec{V_2} = 0$

6) $\forall \vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3} \in R_3$

$\vec{V_1} \wedge (\vec{V_2} \wedge \vec{V_3})$

$(\vec{V_1} \wedge \vec{V_2}) \wedge (\vec{V_3})$

قائمة

1) $|\vec{i} \wedge \vec{j}| = |\vec{i}| \, |\vec{j}| = \sin(\frac{\pi}{2}) = 1.1 = 1$

2) $\vec{j} \wedge \vec{j} = K$ 3) $\vec{j} \wedge \vec{i} = -\vec{K}$

4) $\vec{j} \wedge \vec{K} = \vec{i}$ 5) $\vec{K} \wedge \vec{j} = -\vec{j}$

6) $\vec{i} \wedge \vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{K} \wedge \vec{K} = 0$

7) $\vec{i} \wedge \vec{K} = -\vec{i}$ 8) $\vec{K} \wedge \vec{i} = -\vec{j}$

أوجد مساحة متوازي الأضلاع

$\vec{V_1} = (1, 2, 3)$

$\vec{V_2} = (-2, 4, 0)$

$$\vec{V_1} \wedge \vec{V_2} = \begin{vmatrix} i & j & K \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

$(-12)\vec{i} - (-6)\vec{j} + (8)K$

$\Rightarrow (-12, -6, 8)$

$|\vec{V} \wedge \vec{V_2}| = \sqrt{144 + 36 + 64} = \sqrt{244}$

أوجد الزاوية θ بين المتجهين

$V_1 (-1, -2, 4)$

$V_2 (0, 3, 1)$

$$\cos(\theta) = \frac{-\vec{V_1} \cdot \vec{V_2}}{\|V_1\| \, \|V_2\|} = \frac{10}{\sqrt{10}\sqrt{21}} = \frac{10\sqrt{10}}{\sqrt{10}\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{10}}{21}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

إذا كانت $\vec{V_1} \perp \vec{V_2}$ فإن

$$|\vec{V_1} \wedge \vec{V_2}| = |\vec{V_1}| \, |\vec{V_2}|$$

الجداء المختلط:

يعرف الجداء المختلط ثلاث أشعة كما يلي

الجداء السلمي لـ $\vec{V_1}$ في الجداء الشعاعي الخاص $(\vec{V_2}, \vec{V_3})$

$$\vec{V_1}(\vec{V_2} \wedge \vec{V_3}) = \text{عدد}$$

$$\text{عدد} = \text{شعاع} \times \text{شعاع}$$

طويلة تسمى حجم متوازي المستطيلات المنشأ على هذه الأشعة

خواص:

1) القيمة المطلقة للجداء المختلط هي حجم متوازي المستطيلات المنشأ عليها

2) لا تتغير قيمة الجداء المختلط إذا أجرينا تغيير دوري لموقع الأشعة

$$(\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}) = (\vec{V_2}, \vec{V_3}, \vec{V_1}) = (\vec{V_3}, \vec{V_1}, \vec{V_2})$$

3) تتغير إشارة الجداء المختلط إذا غيرنا موقع شعاعين فقط من الأشعة

$$(\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}) = (\vec{V_2}, \vec{V_1}, \vec{V_3})$$

4) إذا كان الجداء المختلط = 0 فإن هذه المتجهات توازي مستوي حوامل (واقعة في مستوي واحد)

5) طريقة إيجاد الجداء المختلط $(\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}) = \vec{V_1}(\vec{V_2} \wedge \vec{V_3})$

عين الجداء الخارجي ثم السلمي في تلك الحدد

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

مثال: بين إذا كانت النقاط واقعة في مستوي أم لا

M1(1, 2, 3) M2(-1, 0, 3)

M3(2, -1, 2) M4(0, 4, 1)

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

نحسب الجداء المختلط

$\overrightarrow{M_1M_2}(-2,-2,0)$

$\overrightarrow{M_1M_3}(1,-3,1)$

$\overrightarrow{M_1M_4}(-5,-2,-2)$

$$\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{vmatrix} = -2(4)+2(-3) = -8-6 = -14 \neq 0$$

إذا كان لدينا المتجهات

$\overrightarrow{V_1}(1,2,-2)$

$\overrightarrow{V_2}(3,0,1)$

$$\overrightarrow{V_1} \wedge \overrightarrow{V_2} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$= (2,-7,-6)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة