كلية **العلوم**

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

اسئلة دورات محلولة

رياضيات عامة ٢

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

جامعة طرطوس	امتحان الرياضيات العامة (2)	اسم الطالب:
كلية العلوم	لطلاب السنة الأولى	الدرجة العظمى: 90 درجة
قسم الكيمياء	الدورة الفصلية الثانية 2025	المدة: ساعتان

****

السؤال الأول: أجب عن **ثلاثة فقط** من الأسئلة الآتية: (30 درجة)

1. احسب النهاية : $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x-\cos 2x-1}{\sin x-\cos x}$.

2. بين أن $x = 2$ نقطة انقطاع للدالة:

$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 2 \\ 4 & ; x = 2 \\ x+1 & ; x > 2 \end{cases}$ بين نوعها و هل يمكن إزالتها؟

3. مدد تعريف الدالة $f(x) = \frac{\sin x}{2x}$ إلى النقطة $x = 0$ بحيث تصبح الدالة $f(x)$ مستمرة في هذه النقطة.

4. أوجد المشتق الأول للدالة: $f(x) = \operatorname{arctg}(x) + \ln(x^2+1)$

السؤال الثاني: حل **أربعة تمارين فقط** مما يلي: (40 درجة)

1. $\int \frac{7x-5}{x^2+x-6} . dx$ 2. $\int arcsin(x). dx$ 3. $\int \frac{9}{(3x+2)^7} . dx$

4. $\int sin6x . cos2x . dx$ 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+6}}$

السؤال الثالث: احسب قيمة التكامل الآتي: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos x}$ (10 درجات)

السؤال الرابع: أجب عن أحد السؤالين الآتيين: (10 درجة)

1. احسب مساحة الشكل المحصور بين منحني الدالة $y = \cos x$ و المحور ox حيث $0 \le x \le \pi$.

2. احسب مساحة الشكل المحصور بين منحنيي الدالتين:

$f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = |x-2|$

انتهت الأسئلة

طرطوس في 26/8/2025

مدرّس المقرر: أ. نوره العسلي

جامعة طرطوس   سلم تصحيح الرياضيات العامة (2)

كلية العلوم   لطلاب السنة الأولى

قسم الكيمياء   الدورة الفصلية الثانية 2025

****

السؤال الأول: أجب عن **ثلاثة فقط** من الأسئلة الآتية: (30 درجة)

1. احسب النهاية : $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x-\cos 2x-1}{\sin x-\cos x}$

: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x-\cos 2x-1}{\sin x-\cos x} = \frac{0}{0}$ حالة عدم تعيين ، بتطبيق قاعدة أوبيتال نجد:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x-\cos 2x-1}{\sin x-\cos x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{2\cos 2x+2\sin 2x}{\cos x+\sin x} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

2. بين أن $x = 2$ نقطة انقطاع للدالة:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 2 \\ 4 & ; x = 2 \\ x+1 & ; x > 2 \end{cases}$$ بين نوعها و هل يمكن إزالتها؟

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} (x+1) = 3 \text{ و } \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} x^2 = 4$$

نستنتج أن $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ فالنهاية غير موجودة و بالتالي الدالة غير مستمرة عند $x = 2$ و هي نقطة انقطاع من النوع الأول لا يمكن إزالتها.

3. مدد تعريف الدالة $f(x) = \frac{\sin x}{2x}$ إلى النقطة $x = 0$ بحيث تصبح الدالة $f(x)$ مستمرة في هذه النقطة.

الدالة $f(x) = \frac{\sin x}{2x}$ المعرفة على $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ غير مستمرة عند الصفر لأنها غير معرفة عندها، و بالتالي $x = 0$ نقطة انقطاع من النوع الثاني قابلة للإزالة :

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{2x}\right) = \frac{1}{2}$$

بوضع $\tilde{f}(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2x} & : x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & : x = 0 \end{cases}$ نجد أنها دالة مستمرة عند الصفر لأن :

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{2x}\right) = \frac{1}{2} = f(0)$$

4. أوجد المشتق الأول للدالة: $\boldsymbol{f(x) = \operatorname{arctg}(x) + \ln(x^2+1)}$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{2x}{1+x^2} = \frac{2x+1}{1+x^2}$$

السؤال الثاني: حل **أربعة تمارين فقط** مما يلي: (40 درجة)

$$1. \int \frac{7x-5}{x^2+x-6}.dx$$

نحلل المقام: $x^2+x-6 = (x-2)(x+3)$

$$\frac{7x-5}{x^2+x-6}=\frac{7x-5}{(x-2)(x+3)}=\frac{A_1}{x-2}+\frac{A_2}{x+3}$$

لتعيين A_1 نضرب الطرفين بالمقدار $(x-2)$ و نجعل $x=2$ نجد: $A_1=\frac{9}{5}$

لتعيين A_2 نضرب الطرفين بالمقدار $(x+3)$ و نجعل $x=-3$ نجد: $A_2=\frac{26}{5}$ و منه:

$$\frac{7x-5}{x^2+x-6}=\frac{7x-5}{(x-2)(x+3)}=\frac{\frac{9}{5}}{x-2}+\frac{\frac{26}{5}}{x+3}$$

و بالتالي:

$$\int\frac{7x-5}{x^2+x-6}.dx=\frac{9}{5}\int\frac{dx}{x-2}+\frac{26}{5}\int\frac{dx}{x+3}$$

$$\int\frac{7x-5}{x^2+x-6}.dx=\frac{9}{5}\,ln|x-2|+\frac{26}{5}\,ln|x+3|+c$$

2. $\int arcsin(x).dx$

نفرض $u(x)=arcsin(x)$ فيكون $du=\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ و أن $dv=dx$ فيكون $v=x$

نعوض في دستور التكامل بالتجزئة:

$$I\;=x.arcsin(x)-\int\frac{x.dx}{\sqrt{1-x^2}}=x.arcsin(x)+\int\frac{-2x.dx}{2\sqrt{1-x^2}}$$

$$I\;=x.arcsin(x)+\sqrt{1-x^2}+c$$

3. $\int\frac{9}{(3x+2)^7}.dx$

$$\int\frac{9}{(3x+2)^7}.dx=9\int(3x+2)^{-7}.dx=\frac{9}{3}\int3(3x+2)^{-7}.dx$$

$$=3\frac{(3x+2)^{-7+1}}{-7+1}+c=-\frac{1}{2}\frac{1}{(3x+2)^6}+c$$

4. $\int sin6x\,.\,cos2x\,.\,dx$

$\int sin6x\,.\,cos2x\,.\,dx=\frac{1}{2}\int[sin(6+2)x+sin(6-2)x]\,.\,dx$

$$I=\frac{1}{2}\int[sin(8x)+sin(4x)]\,.\,dx=-\frac{1}{16}cos(8x)-\frac{1}{8}cos(4x)+c$$

5. $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+6}}$

بالإتمام لمربع كامل نجد:

$$x^2+4x+6=x^2+4x+4-4+6=(x+2)^2+2$$

نفرض أن $t=x+2$ فيكون $dx=dt$ نبدل في التكامل فنجد:

$$I_1=\int\frac{dt}{\sqrt{t^2+2}}=argsh\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right)+c$$

$$I_1=argsh\left(\frac{x+2}{\sqrt{2}}\right)+c$$

السؤال الثالث: احسب قيمة التكامل الآتي: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos x}$ (10 درجات)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos x}$$

نفرض $t = tg\left(\frac{x}{2}\right)$ و منه $dx = \frac{2dt}{1+t^2}$ و $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

عندما $x = 0$ فإن $t = 0$ و عندما $x = \frac{\pi}{2}$ فإن $t = 1$ نبدل في التكامل المعطى:

$$\int_0^1 \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{2+\frac{1-t^2}{1+t^2}} = \int_0^1 \frac{2dt}{t^2+3} = 2\left[\frac{1}{\sqrt{3}} arctg \frac{t}{\sqrt{3}}\right]_0^1 = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{\pi}{6} - 0\right) = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

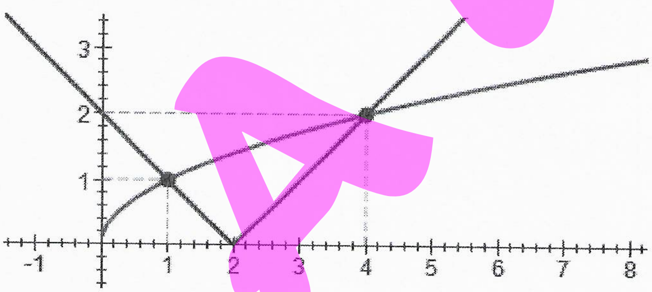
السؤال الرابع: أجب عن أحد السؤالين الآتيين: (10 درجة)

1. احسب مساحة الشكل المحصور بين منحني الدالة $y = \cos x$ و المحور ox حيث $0 \le x \le \pi$.

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, . dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos x \, . dx = [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} + [-\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = (1-0) + (0+1) = 2$$

2. احسب مساحة الشكل المحصور بين منحنيي الدالتين:

$f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = |x-2|$



ندرس تقاطع المنحنيين:

$$\sqrt{x} = |x-2|$$
$$x = x^2 - 4x + 4$$
$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

إما $x = 1$ أو $x = 4$

و منه:

$$S = \int_1^4 (f(x) - g(x))dx = \int_1^2 (\sqrt{x} - 2 + x)dx - \int_2^4 (\sqrt{x} + 2 - x)\,dx$$

$$s = \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{7}{6} + \frac{10}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{13}{6}$$

طرطوس 2025 مدرّس المقرر: أ. نوره العسلي

جامعة طرطوس | امتحان الرياضيات العامة (2) | اسم الطالب:
كلية العلوم | لطلاب السنة الأولى | الدرجة العظمى: 90 درجة
قسم الكيمياء | الدورة الفصلية الأولى 2025 | المدة: ساعتان

****

السؤال الأول: أجب عن **ثلاثة فقط** من الأسئلة الآتية: (30 درجة)

1. احسب النهاية : $\lim_{x\to 0}\frac{\cos(x)-1}{\sin x}$.

2. بين أن $x=1$ نقطة انقطاع للدالة:

$f(x)=\begin{cases} x+1 & ;x\neq 1 \\ 3 & ;x=1\end{cases}$ بين نوعها و هل يمكن إزالتها؟

3. مدد تعريف الدالة $f(x)=\frac{2\sin x}{5x}$ إلى النقطة $x=0$ بحيث تصبح الدالة $f(x)$ مستمرة في هذه النقطة.

4. أوجد المشتق الأول للدالة: $f(x)=\ x.\arcsin(x)+arctg\ (x)$

السؤال الثاني: أوجد **أربعة فقط** من التكاملات الآتية : (40 درجة)

$1.\int\frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}}$ $\quad 2.\int\frac{2x+1}{x^2-2x+5}.dx$ $\quad 3.\int\frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$

$4.\int\frac{dx}{1+\sin x+\cos x}$ $\quad 5.\int\frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4x+3}}.dx$ $\quad 6.\int\frac{x}{sin^2(x)}.dx$

السؤال الثالث: احسب قيمة التكامل الآتي: $\int_1^2 x.\ln x\,.dx$ (10 درجات)

السؤال الرابع: أجب عن السؤال الآتي: (10 درجات)

1. احسب مساحة الشكل المحصور بين منحنيي الدالتين:

$g(x)=|x-2|$ و $f(x)=\sqrt{x}$

انتهت الأسئلة

طرطوس في 20/2/2025

مدرّس المقرر

ق.أ. نوره العسلي

جامعة طرطوس		سلم تصحيح الرياضيات العامة (2)

كلية العلوم		لطلاب السنة الأولى

قسم الكيمياء		الدورة الفصلية الأولى 2025

****

<u>السؤال الأول:</u> أجب عن <u>ثلاثة فقط</u> من الأسئلة الآتية:		(30 درجة)

1. احسب النهاية : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos(x)-1}{\sin x}$.

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos(x)-1}{\sin x}$ عدم تعيين من النمط $\frac{0}{0}$ ، باستخدام قاعدة أوبيتال نجد:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(x)-1}{\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x}{\cos x}=0$$

2. بين أن $x=1$ نقطة انقطاع للدالة:

$f(x)=\begin{cases}x+1 & ;x\neq 1\\ 3 & ;x=1\end{cases}$ بين نوعها و هل يمكن إزالتها؟

الحل:

$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}(x+1)=2$ و لدينا $f(1)=3$ بالتالي $\lim\limits_{x\to 1}f(x)\neq f(1)$

فالدالة غير مستمرة عند $x=1$ و هي نقطة انقطاع من النوع الثاني قابلة للإزالة بإسناد القيمة 2 لصورة 1 بالشكل الآتي: $f(x)=\begin{cases}x+1 & ;x\neq 1\\ 2 & ;x=1\end{cases}$

3. مدد تعريف الدالة $f(x)=\frac{2\sin x}{5x}$ إلى النقطة $x=0$ بحيث تصبح الدالة $f(x)$ مستمرة في هذه النقطة.

الحل:

الدالة $f(x)=\frac{2\sin x}{5x}$ المعرفة على $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ غير مستمرة عند الصفر لأنها غير معرفة عندها،

و بالتالي $x=0$ نقطة انقطاع من النوع الثاني قابلة للإزالة :

$$\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{2\sin x}{5x}\right)=\frac{2}{5}$$

بوضع $\tilde{f}(x)=\begin{cases}\frac{2\sin x}{5x} & ;x\neq 0\\ \frac{2}{5} & ;x=0\end{cases}$ نجد أنها دالة مستمرة عند الصفر لأن :

$$\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{2x}\right)=\frac{2}{5}=f(0)$$

4. أوجد المشتق الأول للدالة: $f(x) = x.\arcsin(x) + arctg\ (x)$

الحل:

$$f'(x) = \arcsin(x) + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{1+x^2}$$

<u>السؤال الثاني:</u> أوجد <u>أربعة فقط</u> من التكاملات الآتية : (40 درجة)

$1. \int \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}}$ $\quad 2. \int \frac{2x+1}{x^2-2x+5}.dx$ $\quad 3. \int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$

$4. \int \frac{dx}{1+\sin x+\cos x}$ $\quad 5. \int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4x+3}}.dx$ $\quad 6. \int \frac{x}{sin^2(x)}.dx$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}}$$

نفرض أن $t = 2x$ فيكون $dt = 2dx$ أي $dx = \frac{1}{2}dt$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{3^2-(2x)^2}}$$

$$= \int \frac{\frac{1}{2}dt}{\sqrt{3^2-t^2}} = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{\sqrt{3^2-t^2}} = \frac{1}{2}arcsin\left(\frac{t}{3}\right) + c$$

$$= \frac{1}{2}arcsin\left(\frac{2x}{3}\right) + c$$

$$\int \frac{2x+1}{x^2-2x+5}.dx$$

بالإتمام لمربع كامل نجد:

$$x^2-2x+5 = x^2-2x+(1)^2-(1)^2+5 = (x-1)^2+4$$

نفرض أن $t = x-1$ فيكون $x = t+1$ و بالتالي: $dx = dt$ نعوض في التكامل:

$$\int \frac{2x+1}{x^2-2x+5}.dx = \int \frac{2(t+1)+1}{t^2+4}.dt = \int \frac{2t}{t^2+4}.dt + 3\int \frac{dt}{t^2+4}$$

$$= ln|t^2+4| + \frac{3}{2}.arctg\left(\frac{t}{2}\right) + c$$

$$= ln|x^2-2x+5| + \frac{3}{2}.arctg\left(\frac{x-1}{2}\right) + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$$

نكتب التكامل بالشكل: $I=\int \frac{dx}{x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{3}}}$ بالتالي نفرض أن $x=t^6$ فيكون $dx=6t^5dt$ ،

نبدل في التكامل نجد: $I=\int \frac{6t^5dt}{t^3+t^2} = 6(t^2-t+1)dt - 6\int\frac{dt}{t+1}$

$$I = 2t^3-3t^2+6t-6\,ln|t+1|+c$$

$$I = 2\left(\sqrt[6]{x}\right)^3 - 3\left(\sqrt[6]{x}\right)^2 + 6\left(\sqrt[6]{x}\right) - 6\,ln\left|\sqrt[6]{x}+1\right| + c$$

$$\int \frac{dx}{1+\sin x+\cos x}$$

نفرض أن $t=tg\left(\frac{x}{2}\right)$ و بالتالي $x=2arctg\,t$ و منه $dx=2\frac{dt}{1+t^2}$ و باستخدام الدساتير $\sin x=\frac{2t}{1+t^2}$ و $\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$ نبدل في التكامل المعطى

$$\int \frac{2\dfrac{dt}{1+t^2}}{1+\dfrac{2t}{1+t^2}+\dfrac{1-t^2}{1+t^2}} = \int\frac{2dt}{2t+2} = \int\frac{dt}{t+1} = \ln|t+1|+c$$

$$= \ln\left|1+tg\left(\frac{x}{2}\right)\right| + c$$

$$\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4x+3}}.dx$$

نفرض أن: $t=\frac{1}{2}(x^2-4x+3)'$

$t=\frac{1}{2}(2x-4)=x-2$ فيكون $dx=dt$ و $x=t+2$

$$\int\frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4x+3}}.dx = \int\frac{2(t+2)+1}{\sqrt{t^2-1}}.dt = \int\frac{2t}{\sqrt{t^2-1}}.dt + \int\frac{5}{\sqrt{t^2-1}}.dt$$

$$= 2\sqrt{t^2-1}+5argch\,t+c$$

$$= 2\sqrt{x^2-4x+3}+5argch\,(x-2)+c$$

$$\int \frac{x}{\sin^2(x)} \cdot dx$$

يحسب بطريقة التجزئة كما يلي:

نفرض $u = x$ فيكون $du = dx$ و $dv = \frac{dx}{\sin^2(x)}$ فيكون $v = -cotgx$

$$I = -x.cotgx + \int cotgx\,.dx = -x.cotgx - \int \frac{cosx}{sinx}.dx$$

$$I = -x.cotgx - ln|sinx| + c$$

السؤال الثالث: احسب قيمة التكامل الآتي: $\int_1^2 x.\ln x\,.dx$ (10 درجات)

نفرض أن $u(x) = ln(x)$ فيكون $du = \frac{dx}{x}$ و $dv = x.dx$ فيكون $v = \frac{1}{2}x^2$ بالتالي:

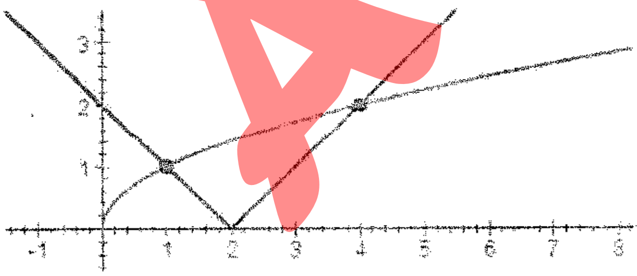
$$I = \left[\frac{1}{2}x^2.ln(x)\right]_1^2 - \frac{1}{2}\int_1^2 x.dx$$

$$= 2\ln 2 - \left[\frac{1}{4}x^2\right]_1^2 = 2\ln 2 - \frac{3}{4}$$

السؤال الرابع: أجب عن السؤال الآتي: (10 درجات)

I. احسب مساحة الشكل المحصور بين منحنيي الدالتين:

$$g(x) = |x-2| \text{ و } f(x) = \sqrt{x}$$



ندرس تقاطع المنحنيين:

$$\sqrt{x} = |x-2|$$
$$x = x^2 - 4x + 4$$
$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

إما $x = 1$ أو $x = 4$

و منه:

$$S = \int_1^4 (f(x) - g(x))dx = \int_1^2 (\sqrt{x} - 2 + x)dx - \int_2^4 (\sqrt{x} + 2 - x)\,dx$$

$$s = \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{7}{6} + \frac{10}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{13}{6}$$

مدرّس المقرر

ق.أ. نوره العسلي

سلم تصحيح

جامعة طرطوس	امتحان الرياضيات العامة (2)	اسم الطالب:
كلية العلوم	لطلاب السنة الأولى	الدرجة العظمى: 90 درجة
قسم الكيمياء	الدورة الفصلية الثانية	المدة: ساعتان

****

السؤال الأول: أجب عن **سؤالين فقط** مما يلي: (20 درجة)

1. احسب النهاية : $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x-\cos 2x-1}{\sin x-\cos x}$.

2. مدد تعريف الدالة $f(x) = \frac{\sin x}{2x}$ إلى النقطة $x = 0$ بحيث تصبح الدالة $f(x)$ مستمرة في هذه النقطة.

3. احسب تفاضل االدالة $x^2 + y^3 - 2xy = 0$.

السؤال الثاني: حل **أربعة تمارين فقط** مما يلي: (40 درجة)

1. $\int \sqrt{3x+1}\,.dx$ 2. $\int x\cos x\,.dx$ 3. $\int \frac{2x+1}{x^2-2x+5}\,.dx$

4. $\int (\sin x)^5(\cos x)^2\,.dx$ 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+6x}}$

السؤال الثالث: احسب قيمة التكامل الآتي: $\int_1^e \frac{1}{x}(lnx)^2.\,dx$ (10 درجات)

السؤال الرابع: أجب عن السؤالين الآتيين: (20 درجة)

1. احسب مساحة الشكل المحصور بين منحني الدالة $y = \cos x$ و المحور ox حيث $0 \le x \le \pi$.

2. احسب طول قوس المنحني المعطى بالمعادلة الآتية: $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ و ذلك في المجال $[0,8]$.

انتهت الأسئلة

طرطوس في 24/7/2024 مدرّس المقرر: نوره العسلي

①

قسم الكيمياء

سلم تصحيح الرياضيات العامة (2)

الدورة الفصلية الثانية 2024

السؤال الأول :

1.

(5°) $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{\sin(2x) - \cos(2x) - 1}{\sin x - \cos x}$ عدم تعيين من الشكل $\frac{0}{0}$ لإزالته.

طريقة أولى : باستخدام الدساتير المثلثية

$$\frac{\sin(2x) - \cos(2x) - 1}{\sin x - \cos x} = \frac{2\sin x \cdot \cos x - (2\cos^2 x - 1) - 1}{\sin x - \cos x}$$

(5°) $$= \frac{2\cos x(\sin x - \cos x)}{\sin x - \cos x} = 2\cos x$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin(2x) - \cos(2x) - 1}{\sin x - \cos x} = \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} (2\cos x) = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}$$

طريقة ثانية باستخدام قاعدة أوبيتال

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin(2x) - \cos(2x) - 1}{\sin x - \cos x} = \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{2\cos(2x) + 2\sin(2x)}{\cos x + \sin x} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

2. $f(x) = \dfrac{\sin x}{2x}$ (5°)

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{2x}\right) = \frac{1}{2} \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{1}{2}(1) = \frac{1}{2}$$

نعرف $\hat{f}$ بالشكل

$$\hat{f}(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{2x} & : x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2} & : x = 0 \end{cases}$$ (5°)

②

$\tilde{f}$ دالة معرفة عند $x=0$ و $\tilde{f}(0)=\frac{1}{2}$ ، $\lim_{x\to 0} \tilde{f}(x)=\frac{1}{2}$

$\lim_{x\to 0} \tilde{f}(x)=\tilde{f}(0)$ أن $\tilde{f}(x)$ مستمرة عند $x=0$

3. $x^2+y^3-2xy=0$

بالاشتقاق بالنسبة لـ x نجد

$$2x+3y^2\frac{dy}{dx}-2y-2x\frac{dy}{dx}=0 \qquad (5^{\circ})$$

$$(3y^2-2x)\frac{dy}{dx}=2y-2x=2(y-x)$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2(y-x)}{3y^2-2x} \qquad (5^{\circ})$$

السؤال الثاني:

$$\int\sqrt{3x+1}\,dx=\int(3x+1)^{\frac{1}{2}}dx=\frac{1}{3}\int 3(3x+1)^{\frac{1}{2}}dx$$

(10°)

$$=\frac{1}{3}\frac{(3x+1)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}+c=\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{3}{2}}+c$$

$$=\frac{2}{9}\sqrt{(3x+1)^3}+c$$

$\int x.\cos x.dx$

نعامل بالتجزئة (10°)

$u=x \Rightarrow du=dx$

$dv=\cos x.dx \Rightarrow v=\sin x$

$$\int x.\cos x.dx=x.\sin x-\int \sin x\,dx=x.\sin x+\cos x+c$$

$$\int \frac{2x+1}{x^2-2x+5}\, dx$$

بإكمال المربع كامل :

$$x^2-2x+5 = x^2-2x+1-1+5$$

$$= (x-1)^2+4$$

نفرض $t = x-1 \Rightarrow dt = dx$

$x = t+1$

نعوض في التكامل

$$\int \frac{2(t+1)+1}{t^2+4} dt = \int \frac{2t+3}{t^2+4} dt$$

$$= \int \frac{2t}{t^2+4} dt + 3\int \frac{dt}{t^2+4}$$

(10)

$$= \ln(t^2+4) + \frac{3}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{t}{2}\right)+C$$

$$= \ln(x^2-2x+5) + \frac{3}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{x-1}{2}\right)+C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+6x}}$$

$$-x^2+6x = -(x^2-6x+9-9)$$

$$= -(x-3)^2+9$$

$$= 9-(x-3)^2$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+6x}} = \int \frac{dx}{\sqrt{9-(x-3)^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(3)^2-(x-3)^2}}$$

(10)

$$= \arcsin\left(\frac{x-3}{3}\right)+C$$

(4)

$$\int \sin^5 x \cdot \cos^2 x \cdot dx$$

$(-\sin x)^5 \cos^2 x = -\sin^5 x \cos^2 x$

التابع يغير إشارته عند وضع $-\sin x$ مكان

كل $\sin x$ لذا نفرض $t = \cos x \Leftarrow$ $dt = -\sin x \cdot dx$

ويكون $\sin^2 x = 1 - t^2$

$$\int \sin^5 x \cdot \cos^2 x \cdot dx = \int (\sin^2 x)^2 \sin x \cdot \cos^2 x \cdot dx$$

$$= \int (1-t^2)^2 \cdot t^2 (-dt)$$

$$= \int [-t^2 + 2t^4 - t^6]\, dt$$

(10)

$$= -\frac{t^3}{3} + \frac{2}{5} t^5 - \frac{1}{7} t^7 + c$$

$$= -\frac{1}{3} \cos^3 x + \frac{2}{5} \cos^5 x - \frac{1}{7} \cos^7 x + c$$

السؤال الثالث :

$$\int_1^e \frac{1}{x} \ln^2(x) \cdot dx = \int_1^e (\ln x)' \cdot \ln^2(x) \cdot dx$$

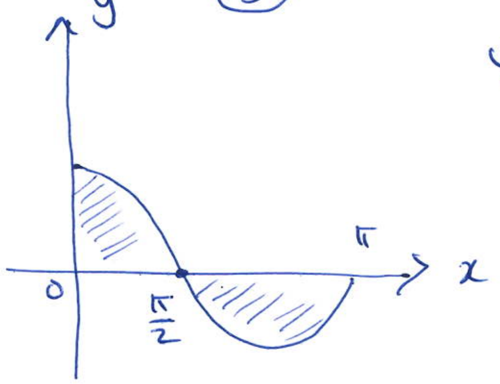
$$= \left[\frac{1}{3} \ln^3(x)\right]_1^e = \frac{1}{3} [\ln(e) - \ln(1)]$$

(10)

$$= \frac{1}{3}$$

⑤

السؤال الرابع : $\boxed{1}$



$y = \cos x$

$0 \leq x \leq \pi$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -f(x)\,dx$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x\,dx \qquad (10)$$

$$= \left[\sin x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \left[\sin \tfrac{\pi}{2}\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \left(\sin\tfrac{\pi}{2} - \sin 0\right) - \left(\sin \pi - \sin\tfrac{\pi}{2}\right)$$

$$= (1-0) - (0-1) = 1+1 = 2$$

$\boxed{2}$

$y = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} \qquad x \in [0,8]$

$$y = \frac{2}{3}\, x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow y' = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\, x^{\frac{3}{2}-1} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

$$L = \int_0^8 \sqrt{1 + y'^2}\; dx = \int_0^8 \sqrt{1+x}\,.dx \qquad (10)$$

$$= \int_0^8 (1+x)^{\frac{1}{2}}.dx = \left[\frac{(1+x)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^8$$

$$= \frac{2}{3}\left[(1+x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^8 = \frac{2}{3}\left[(9)^{\frac{3}{2}} - (1)\right]$$

$$= \frac{52}{3}$$

* انتهى السلم * الم

جامعة طرطوس | امتحان رياضيات عامة (2) | اسم الطالب:
كلية العلوم | لطلاب السنة الأولى | الدرجة العظمى: 90 درجة
قسم الكيمياء | الفصل الأول | المدة: ساعتان

****

السؤال الأول: أجب عن الأسئلة الآتية: (20 درجة)

1. احسب النهاية: $\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x-\sin x}{x^3}$

2. إذا علمت ان الدالة: $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{4+ax}-\sqrt{4-ax}}{x} & ; -1\le x<0\\ \frac{3x+2}{x-8} & ;0\le x\le 1\end{cases}$ هي دالة مستمرة على المجال $[-1,1]$ فأوجد قيمة a.

السؤال الثاني: أوجد التكاملات الآتية: (40 درجة)

1. $\int \frac{7x-5}{x^3+x^2-6x}.dx$
2. $\int x.arctgx\,.dx$
3. $\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4x+3}}.dx$
4. $\int \frac{(\cos x)^3}{(\sin x)^2}.dx$

السؤال الثالث: احسب قيمة التكامل الآتي: (10 درجات)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}.dx$$

السؤال الرابع: أجب عن السؤالين الآتيين: (20 درجة)

1. احسب طول منحني السيكلوئيد المعين بالمعادلتين:

$$x=a(t-\sin t)\,,y=a(1-\cos t)\,;0\le t\le 2\pi$$

2. احسب الحجم المتولد من دوران المنطقة المحصورة بين منحنيي الدالتين: $f(x)=x^2\,,g(x)=2x$ حول المحور ox.

انتهت الأسئلة

طرطوس في / /2/ 2024

مدرس المقرر: ق.أ. نوره العسلي

قسم الكيمياء
السنة الأولى

سلم تصحيح مقرر
رياضيات عامة (2)

الدورة الفصلية الأولى
لعام 2024/2023

السؤال الأول : $\boxed{20 \text{ درجة}}$

① احسب النهاية $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\cos x - \sin x}{x^3}$ (15 درجة)

الحل : حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{0}{0}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\cos x - \sin x}{x^3}$ نطبق قاعدة أوبيتال :

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\cos x - \sin x}{x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{(x\cos x - \sin x)'}{(x^3)'} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x - x\sin x - \cos x}{3x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{-x\sin x}{3x^2} = -\frac{1}{3}\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = \left(-\frac{1}{3}\right)(1) = -\frac{1}{3}$$

② إذا علمت أن الدالة

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{4+ax} - \sqrt{4+ax}}{x} & ; -1 \le x < 0 \\ \dfrac{3x+2}{x-8} & 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

هي دالة مستمرة على المجال $[-1,1]$ ، أوجد قيمة a (5 درجات)

الحل : بما أن الدالة مستمرة على $[-1,1]$ فهي مستمرة عند $x=0 \Leftarrow \lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0)$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = -\frac{1}{4}$ ، $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{0}{0}$

نضرب ونقسم على المرافق

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{4+ax} - \sqrt{4-ax})(\sqrt{4+ax} + \sqrt{4-ax})}{x(\sqrt{4+ax} + \sqrt{4-ax})}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(4+ax) - (4-ax)}{x(\sqrt{4+ax} + \sqrt{4-ax})} = \lim_{x\to 0} \frac{2ax}{x(\sqrt{4+ax} + \sqrt{4-ax})}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2a}{\sqrt{4+ax} + \sqrt{4-ax}} = \frac{2a}{\sqrt{4+0} + \sqrt{4+0}} = \frac{2a}{4} = \frac{a}{2}$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = -\frac{1}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

السؤال الثاني : $\boxed{\text{40 درجة}}$ احسب التكاملات الآتية

① $\displaystyle\int \frac{7x-5}{x^3+x^2-6x}\,.dx$ (15 درجة)

$$x^3+x^2-6x = x(x^2+x-6) = x(x-2)(x+3)$$

$$\frac{7x-5}{x^3+x^2-6x} = \frac{7x-5}{x(x-2)(x+3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+3}$$

نضرب الطرفين بـ x ونجعل $x=0$ نجد $A = \frac{5}{6}$

نضرب الطرفين بـ $(x-2)$ ونجعل $x=2$ نجد $B = \frac{9}{10}$

نضرب الطرفين بـ $(x-3)$ ونجعل $x=3$ نجد $C = \frac{-26}{15}$

$$\frac{7x-5}{x(x-2)(x-3)} = \frac{5}{6}\,\frac{1}{x} + \frac{9}{10}\,\frac{1}{x-2} - \frac{26}{15}\,\frac{1}{x+3}$$

$$\int \frac{7x-5}{x(x-2)(x-3)}\,.dx = \frac{5}{6}\int \frac{dx}{x} + \frac{9}{10}\int \frac{dx}{x-2} - \frac{26}{15}\int \frac{dx}{x+3}$$

$$= \frac{5}{6}\ln|x| + \frac{9}{10}\ln|x-2| - \frac{26}{15}\ln|x+3| + C$$

* يمكن إيجاد قيم الثوابت A ، B ، C بتوحيد المقامات والمطابقة ثم حل جملة المعادلات الناتجة.

② $\displaystyle\int x.\text{arctg}\,x.dx$ (10 درجات)

تكامل بالتجزئة نفرض :

$$u = \text{arctg}\,x \Rightarrow du = \frac{dx}{1+x^2}$$

$$dv = x.dx \Rightarrow v = \frac{x^2}{2}$$

$$\int x.\text{arctg}\,x.dx = \frac{x^2}{2}\text{arctg}\,x - \int \frac{x^2}{2}\,\frac{dx}{1+x^2} = \frac{x^2}{2}\text{arctg}\,x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2}{1+x^2}dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\text{arctg}\,x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2+1-1}{x^2+1}dx = \frac{x^2}{2}\text{arctg}\,x - \frac{1}{2}\left[\int \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right)dx\right]$$

$$\int x \cdot \operatorname{arctg} x \cdot dx = \frac{x^2}{2}\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\left[x - \operatorname{arctg} x\right] + C$$

$$= \frac{1}{2}(x^2+1)\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}x + C$$

3) $\displaystyle\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4x+3}}\,dx$ (10 درجات)

$$t = \frac{1}{2}(x^2-4x+3)' = \frac{1}{2}(2x-4) = x-2$$

$$x^2-4x+3 = x^2-4x+4-4+3 = (x-2)^2-1$$

$dt = dx$, $x = t+2$, $x^2-4x+3 = t^2-1$

$$\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4x+3}}\,dx = \int \frac{2(t+2)+1}{\sqrt{t^2-1}}\,dt = \int \frac{2t+5}{\sqrt{t^2-1}}\,dt$$

$$= \int \frac{2t}{\sqrt{t^2-1}}\,dt + 5\int \frac{dt}{\sqrt{t^2-1}}$$

$$= 2\sqrt{t^2-1} + 5\operatorname{arg ch} t + C$$

$$= 2\sqrt{x^2-4x+3} + 5\operatorname{arg ch}(x-2) + C$$

4) $\displaystyle\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x}\,dx$ (5 درجات)

$R(x) = \dfrac{\cos^3 x}{\sin^2 x}$ ، نلاحظ أن التابع $R(x)$

$$\frac{(-\cos x)^3}{\sin^2 x} = -\frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} = -R(x)$$

؛ تغير إشارته عند وضع $(-\cos x)$ مكان كل $(\cos x)$

لذا نجري التحويل $t = \sin x \Leftarrow dt = \cos x \cdot dx$

$$\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x}\,dx = \int \frac{\cos^2 x \cdot \cos x\,dx}{\sin^2 x} = \int \frac{(1-t^2)}{t^2}\,dt$$

$$= \int \frac{dt}{t^2} - \int dt = -\frac{1}{t} - t + C$$

$$= -\frac{1}{\sin x} - \sin x + C$$

السؤال الثالث : 10 درجات احسب قيمة التكامل:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x + \cos x}{\cos x + \sin x}\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\cos x + \sin x)'}{\cos x + \sin x}\, dx$$

$$= \Big[\ln [\cos x + \sin x] \Big]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \ln(0+1) - \ln(1+0) = 0$$

السؤال الرابع : 20 درجة

① احسب طول منحني السيكلوئيد المعين بالمعادلتين:

$$x = a(t - \sin t) \qquad y = a(1-\cos t) \quad ; \quad 0 \le t \le 2\pi$$

نشتق بالنسبة لـ t:

$$x' = a(1-\cos t) \qquad y' = a \sin t$$

$$\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)} = \sqrt{a^2(1-\cos t)^2 + a^2 \sin^2 t} = a\sqrt{2-2\cos t} = 2a \sin\frac{t}{2}$$

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}\, dt = 2a \int_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, dt = 2a\left[-2\cos\frac{t}{2}\right]_0^{2\pi}$$

(10 درجات)

$$= 2a\left[-2(-1) + 2(1)\right] = 8a$$

② احسب الحجم المتولد عن دوران المنطقة المحصورة بين منحنيي الدالتين $f(x) = x^2$ و $g(x) = 2x$ حول المحور ox. (10 درجات)

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{إما } x = 0 \\ \text{أو } x = 2 \end{cases}$$

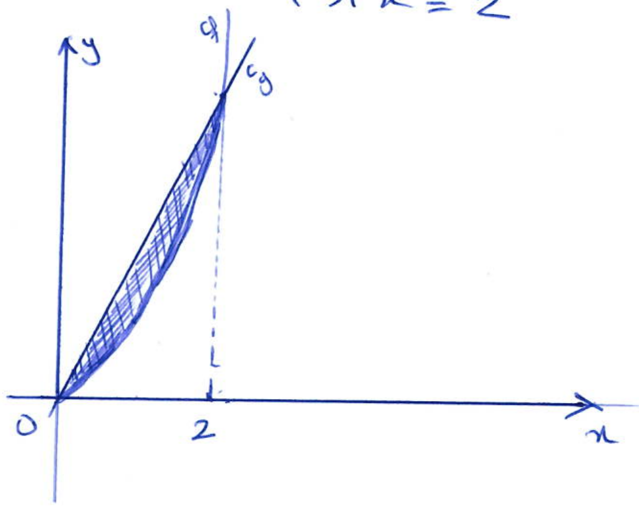
$$V = \pi \int_0^2 \left(g^2(x) - f^2(x)\right) dx$$

$$= \pi \int_0^2 \left[4x^2 - x^4\right] dx$$

$$= \pi \left[\frac{4}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5\right]_0^2$$

$$= \pi\left[\left(\frac{32}{3} - \frac{32}{5}\right) - (0)\right]$$

$$= \frac{64\pi}{15}$$



انتهى السلم

م.أ. نوره المسلي
0991410556