كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثانية

أسئلة دورات محلولة

توابع خاصة

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

جامعة طرطوس | مقرر التوابع الخاصة | الدرجة: 100

كلية العلوم | السنة الثانية | المدة:

قسم الفيزياء | دورة تكميلية - 2025/2024 | الاسم: .....

الجزء النظري (90 درجة): أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (20 درجة): أوجد حل التكاملات الآتية:

$$1)\ I_1 = \int_0^{\infty} t^{-\frac{3}{2}}(1-e^{-t})dt \quad , \quad 2)\ I_2 = \int_0^{\infty} x^6 e^{-2x}dx \quad , \quad 3)\ I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^6\theta\, d\theta$$

السؤال الثاني (25 درجة):

باستخدام تحويل لابلاس و لابلاس العكسي أوجد الحل الوحيد للمعادلة:

$$y'' + y = \sin(2x) \quad , \quad y(0) = 0,\ \ y'(0) = 1$$

السؤال الثالث(25 درجة):

a) يعبر عن تابع ليجندر باستخدام علاقة رودريج الآتية:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$$

أوجد ما يلي:

$$P_0\ , P_1, P_2\ , P_3$$

b) أثبت صحة العلاقة الآتية:

$$P'_5(x) = 9P_4(x) + 5P_2(x) + P_0(x)$$

السؤال الرابع (20 درجة):

تعطى المعادلة التفاضلية لكثير حدود لاجير بالشكل الآتي:

$$xy'' + (1-x)y' + ny = 0$$

أثبت صحة شرط تعامد كثيرات حدود لاجير:

$$\int_0^{\infty} e^{-x}L_m(x)L_n(x)dx = 0 \quad , \quad m \neq n$$

السؤال الخامس(10 درجات): الجزء العملي /هذا السؤال مخصص للطلاب الذين ليس لديهم علامة عملي/

باستخدام الصيغة التكاملية للدوال فوق الهندسية أثبت أن:

$${}_2F_1(\alpha, v; \gamma+\alpha;\ 1) = \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)\Gamma(\gamma-v)}{\Gamma(\gamma+\alpha-v)\Gamma(\gamma)}$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

د. علي ابراهيم أسد

مكتبة A to Z

جواب السؤال الأول (20 درجة):

$$\int_0^{\infty} t^{-\frac{3}{2}}(1-e^{-t})dt$$

نكامل بالتجزئة:

$$u = 1-e^{-t} \Rightarrow \quad du = e^{-t}dt \quad (\text{درجة } 2) \qquad , \qquad dv = t^{-\frac{3}{2}}dt \quad \Rightarrow v = -2t^{-\frac{1}{2}} \ (\text{درجة } 2)$$

$$\int_0^{\infty} t^{-\frac{3}{2}}(1-e^{-t})dt = \left[-2(1-e^{-t})t^{-\frac{1}{2}}\right]_0^{\infty} + 2\int_0^{\infty} t^{-\frac{1}{2}}e^{-t}dt = 2\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)(\text{درجة } 2) = 2\sqrt{\pi}(\text{درجة } 1)$$

$$\int_0^{\infty} x^6 e^{-2x}dx$$

نفرض: $x^6 = \frac{u^6}{64}$, $2x = u \ \Rightarrow du = 2\,dx$ $(\text{درجة } 2)$ (تبقى حدود التكامل نفسها)

$$\int_0^{\infty} x^6 e^{-2x}dx = \frac{1}{128}\int_0^{\infty} u^6 e^{-u}du\,(\text{درجة } 2) = \frac{1}{128}\,\Gamma(6+1)(\text{درجة } 2) = \frac{6!}{128} = \frac{45}{8}(\text{درجة } 1)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^6\theta\, d\theta$$

$$2n-1 = 6 \ \Rightarrow n = \frac{7}{2} \quad , \quad 2m-1 = 0 \ \Rightarrow \ m = \frac{1}{2}\,(\text{درجة } 2)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^6\theta\, d\theta = \frac{1}{2}\beta(n,m) = \frac{1}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{7}{2}\right)}{\Gamma(4)}(\text{درجة } 2) = \frac{\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\pi}{6} = \frac{5\pi}{32}(\text{درجة } 2)$$

جواب السؤال الثاني (25 درجة):

نأخذ تحويل لابلاس لطرفي المعادلة:

$$\mathcal{L}[y''] + \mathcal{L}[y] = \mathcal{L}[\sin(2x)] \quad (\text{درجة } 2)$$

باستخدام خصائص تحويل لابلاس:

$$s^2Y - sY(0) - Y'(0) + Y = \frac{2}{s^2+4} \quad (\text{درجة } 3)$$

ومنها:

$$Y = \frac{s^2+6}{(s^2+1)(s^2+4)} \ (\text{درجة } 3)$$

نستخدم تجزئة الكسور:

مكتبة A to Z

$$\frac{s^2+6}{(s^2+1)(s^2+4)} = \frac{As+B}{(s^2+1)} + \frac{Cs+D}{(s^2+4)} \quad (\text{2 درجة})$$

بتوحيد المقامات وحذفها:

$$s^2+6 = As^3+4As+Bs^2+4B+Cs^3+Cs+Ds^2+D \quad (\text{3 درجة})$$

بتجميع الحدود المتشابهة ومطابقة الأمثال في الطرفين (2 درجة):

$$A+C=0$$

$$B+D=1$$

$$4A+C=0$$

$$4B+D=6$$

بالحل المشترك:

$$A=C=0 \qquad B=\frac{5}{3}\ ,\ D=-\frac{2}{3} \quad (\text{3 درجة})$$

$$\frac{s^2+6}{(s^2+1)(s^2+4)} = \frac{5}{3}\left(\frac{1}{s^2+1}\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{s^2+4}\right) \quad (\text{2 درجة})$$

نأخذ تحويل لابلاس العكسي:

$$\mathscr{L}^{-1}[Y(s)] = \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{s^2+6}{(s^2+1)(s^2+4)}\right] = \frac{5}{3}\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2+1}\right] - \frac{1}{3}\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{2}{s^2+2^2}\right] = y(x) \quad (\text{3 درجة})$$

$$\Rightarrow y(x) = \frac{5}{3}\sin x - \frac{1}{3}\sin 2x \quad (\text{2 درجة})$$

جواب السؤال الثالث (25 درجة):

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$$

$n=0$

$$P_0(x) = \frac{1}{1\,.\,0!}\frac{d^0}{dx^0}(x^2-1) = 1 \quad (\text{3 درجة})$$

$n=1$

$$P_1(x) = \frac{1}{2\,.\,1!}\frac{d}{dx}(x^2-1) = x \quad (\text{3درجة})$$

$n=2$

$$P_2(x) = \frac{1}{2^2\,.\,2!}\frac{d^2}{dx^2}(x^2-1)^2 = \frac{1}{8}\frac{d}{dx}[4x^3-4x] = \frac{1}{2}[3x^2-1] \quad (\text{3 درجة})$$

$n=3$

مكتبة A to Z

$$P_3(x) = \frac{1}{2^3 . 3!}\frac{d^3}{dx^3}(x^2-1)^3 \quad (\text{درجة } 2)$$

$$= \frac{1}{48}\frac{d^3}{dx^3}(x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1) \quad (\text{درجة } 2)$$

$$= \frac{1}{48}\frac{d^2}{dx^2}(6x^5 - 12x^3 + 6x) \quad (\text{درجة } 2)$$

$$= \frac{1}{48}\frac{d}{dx}(30x^4 - 36x^2 + 6)$$

$$= \frac{1}{48}(120x^3 - 72x)$$

$$= \frac{1}{2}(5x^3 - 3x) \quad (\text{درجة } 2)$$

نلاحظ أن الطرف الأيسر تفاضل لذلك نستخدم العلاقة:

$$P'_{n+1}(x) - P'_{n-1}(x) = (2n+1)P_n \quad (\text{درجة } 2)$$

عندما $n = 4$

$$P'_5(x) - P'_3(x) = 9P_4 \quad (\text{درجة } 2)$$

عندما $n = 2$

$$P'_3(x) - P'_1(x) = 5P_2 \quad (\text{درجة } 2)$$

بالجمع:

$$P'_5(x) - P'_1(x) = 9P_4 + 5P_2$$

$$P_1(x) = x \Rightarrow P'_1(x) = 1 = P_0 \quad (\text{درجة } 2)$$

$$\Rightarrow P'_5(x) = 9P_4(x) + 5P_2(x) + P_0(x)$$

جواب السؤال الرابع (20 درجة):

نعوض كثير حدود لاجير في المعادلة التفاضلية ثم نكتب معادلتين بمتغيرين كما يلي:

$$xL_m'' + (1-x)L_m' + mL_m = 0 \quad (\text{درجة } 2)$$

$$xL_n'' + (1-x)L_n' + nL_n = 0 \quad (\text{درجة } 2)$$

نضرب الطرفين بـ L_n و L_m على الترتيب ثم نطرح فنجد:

$$x[L_nL_m'' - L_mL_n''] + (1-x)[L_nL_m' - L_mL_n'] = (n-m)L_mL_n \quad (\text{درجة } 3)$$

$$\frac{d}{dx}[L_nL_m' - L_mL_n'] + \frac{(1-x)}{x}[L_nL_m' - L_mL_n'] = \frac{(n-m)L_mL_n}{x} \quad (\text{درجة } 2)$$

بالتكامل والضرب بمعامل المكاملة:

مكتبة A to Z

$$e^{\int \frac{1-x}{x}dx} = e^{lnx-x} = xe^{-x} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\frac{d}{dx}\{xe^{-x}[L_nL_m{}' - L_mL_n{}']\} = (n-m)e^{-x}L_mL_n \quad (3 \text{ درجة})$$

نجري التكامل فنجد:

$$(n-m)\int_0^\infty e^{-x}L_m(x)L_n(x)dx = xe^{-x}[L_nL_m{}' - L_mL_n{}']\Big|_0^\infty = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

$$n \neq m \Rightarrow \int_0^\infty e^{-x}L_m(x)L_n(x)dx = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

جواب السؤال العملي (10 درجات):

باستخدام الصيغة التكاملية نضع $x = 1$ فنجد:

$${}_2F_1(\alpha, v; \gamma+\alpha;\ x) = \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)}{\Gamma(v)\Gamma(\gamma+\alpha-v)}\int_0^1 t^{v-1}(1-t)^{\gamma+\alpha-v-1}(1-t)^{-\alpha}dt \quad (2 \text{ درجة})$$

$$= \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)}{\Gamma(v)\Gamma(\gamma+\alpha-v)}\int_0^1 t^{v-1}(1-t)^{\gamma-v-1}dt \quad (2 \text{ درجة})$$

$$= \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)}{\Gamma(v)\Gamma(\gamma+\alpha-v)}\beta(v, \gamma-v) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$= \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)}{\Gamma(v)\Gamma(\gamma+\alpha-v)}\frac{\Gamma(v)\Gamma(\gamma-v)}{\Gamma(\gamma)} \quad (2 \text{ درجة}) = \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)\Gamma(\gamma-v)}{\Gamma(\gamma+\alpha-v)\Gamma(\gamma)} \quad (2 \text{ درجة})$$

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس | مقرر التوابع الخاصة | الدرجة: 10+90

كلية العلوم | السنة الثانية | المدة: ساعتان

قسم الفيزياء | دورة فصلية ثانية - 2025/2024 | الاسم: .....

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (20 درجة): أوجد حل التكاملات الآتية:

$$1)\ I_1 = \int_0^{\infty} t^{-\frac{3}{2}}(1-e^{-t})dt \quad , \quad 2)\ I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^4\theta\, cos^5\theta\, d\theta \quad , \quad 3)\ I_3 = \int_0^{\infty} \sqrt{y}e^{-y^3}dy$$

السؤال الثاني (30 درجة):

a) أثبت صحة علاقة ليجندر التكرارية الآتية:

$$(n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)xP_n + nP_{n-1}(x) = 0$$

b) إذا علمت أن $P_0 = 1$، أوجد كلاً من: P_1, P_2, P_3

السؤال الثالث(20 درجة):

باستخدام تحويل لابلاس و ابلاس العكسي أوجد الحل الوحيد للمعادلة:

$$y'' + y = \sin(2x) \quad , \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

السؤال الرابع (20 درجة):

تعطى المعادلة التفاضلية لكثير حدود لاجير بالشكل الآتي:

$$xy'' + (1-x)y' + ny = 0$$

أثبت صحة شرط تعامد كثيرات حدود لاجير:

$$\int_0^{\infty} e^{-x}L_m(x)L_n(x)dx = 0 \quad , \quad m \neq n$$

سؤال العملي (10 درجات) / هذا السؤال مخصص للطلاب الذين ليس لديهم علامة عملي، الإجابة على ورقة بيضاء *A4*/:

باستخدام الصيغة التكاملية للدوال فوق الهندسية أثبت أن:

$${}_2F_1(\alpha, v; \gamma+\alpha;\ 1) = \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)\Gamma(\gamma-v)}{\Gamma(\gamma+\alpha-v)\Gamma(\gamma)}$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

د. علي ابراهيم أسد

A to Z

جواب السؤال الأول (20 درجة):

$$\int_0^{\infty} t^{-\frac{3}{2}}(1-e^{-t})dt$$

نكامل بالتجزئة:

$$u = 1-e^{-t} \Rightarrow \quad du = e^{-t}dt \ (\text{2 درجة}) \quad , \quad dv = t^{-\frac{3}{2}}dt \quad \Rightarrow v = -2t^{-\frac{1}{2}} \ (\text{2 درجة})$$

$$\int_0^{\infty} t^{-\frac{3}{2}}(1-e^{-t})dt = \left[-2(1-e^{-t})t^{-\frac{1}{2}}\right]_0^{\infty} + 2\int_0^{\infty} t^{-\frac{1}{2}}e^{-t}dt = 2\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \ (\text{2 درجة}) = 2\sqrt{\pi} \ (\text{1 درجة})$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4\theta \cos^5\theta \, d\theta$$

$$2n-1 = 4 \ \Rightarrow n = \frac{5}{2} \ (\text{2 درجة}), \quad 2m-1 = 5 \ \Rightarrow \ m = 3$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4\theta \cos^5\theta \, d\theta = \frac{1}{2}\beta(n,m) = \frac{1}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)\Gamma(3)}{\Gamma\left(\frac{11}{2}\right)} \ (\text{2 درجة})$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)\Gamma(3)}{\frac{9}{2}\times\frac{7}{2}\times\frac{5}{2}\times\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)} = \frac{8}{315} \ (\text{2 درجة})$$

$$\int_0^{\infty} \sqrt{y}e^{-y^3}dy$$

نغير المتحول:

$$y^3 = u \quad \Rightarrow y = u^{1/3} \Rightarrow dy = \frac{1}{3}u^{-2/3}du \ , \sqrt{y} = u^{1/6} \ (\text{2 درجة})$$

$$\int_0^{\infty} \sqrt{y}e^{-y^3}dy = \int_0^{\infty} u^{1/6}e^{-u}\frac{1}{3}u^{-2/3}du = \frac{1}{3}\int_0^{\infty} u^{-1/2}e^{-u}du \ (\text{2 درجة})$$

$$= \frac{1}{3}\Gamma\left(-\frac{1}{2}+1\right) = \frac{1}{3}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \ (\text{2 درجة}) = \frac{\sqrt{\pi}}{3} \ (\text{1 درجة})$$

جواب السؤال الثاني (30 درجة):

(a

A to Z

$$(1-2tx+t^2)^{-\frac{1}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)t^n$$

نفاضل هذه العلاقة بالنسبة للمتغير t نجد أن:

$$-\frac{1}{2}(-2x+2t)(1-2tx+t^2)^{-\frac{3}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} nt^{n-1}P_n(x)$$

نضرب الطرفين بالمقدار $(1-2tx+t^2)$:

$$(x-t)(1-2tx+t^2)^{-\frac{1}{2}} = (1-2tx+t^2)\sum_{n=0}^{\infty} nt^{n-1}P_n(x)$$

$$(x-t)\sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)t^n = (1-2tx+t^2)\sum_{n=0}^{\infty} nt^{n-1}P_n(x)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} xP_n(x)t^n - \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)t^{n+1} = \sum_{n=0}^{\infty} nt^{n-1}P_n(x) - 2x\sum_{n=0}^{\infty} nt^nP_n(x) + \sum_{n=0}^{\infty} nt^{n+1}P_n(x)$$

بمطابقة أمثال t^n نجد:

$$xP_n(x) - P_{n-1}(x) = (n+1)P_{n+1}(x) - 2xnP_n(x) + (n-1)P_{n-1}(x)$$

وبالتالي نحصل على العلاقة التكرارية التالية:

$$(n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)xP_n + nP_{n-1}(x) = 0$$

b) عندما $n=0$

$$P_1(x) - xP_0 + 0 = 0$$

$$P_1(x) = x$$

عندما $n=1$

$$2P_2(x) - 3xP_1 + P_0(x) = 0$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2-1)$$

عندما $n=2$

$$3P_3(x) - 5xP_2 + 2P_1(x) = 0$$

$$3P_3(x) - \frac{5}{2}x(3x^2-1) + 2x = 0$$

$$3P_3(x) = \frac{15}{2}x^3 - \frac{5}{2}x - 2x$$

A to Z

$$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$ (درجة 2)

طريقة ثانية: باستخدام العلاقة:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2 - 1)^n$$ (درجة 2)

$n = 1$

$$P_1(x) = \frac{1}{2\,.\,1!}\frac{d}{dx}(x^2 - 1) = x$$ (درجة 2)

$n = 2$

$$P_2(x) = \frac{1}{2^2\,.\,2!}\frac{d^2}{dx^2}(x^2 - 1)^2 = \frac{1}{8}\frac{d}{dx}[4x^3 - 4x] = \frac{1}{2}[3x^2 - 1]$$ (درجة 2)

$n = 3$

$$P_3(x) = \frac{1}{2^3\,.\,3!}\frac{d^3}{dx^3}(x^2 - 1)^3$$ (درجة 2)

$$= \frac{1}{48}\frac{d^3}{dx^3}(x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1)$$ (درجة 2)

$$= \frac{1}{48}\frac{d^2}{dx^2}(6x^5 - 12x^3 + 6x)$$ (درجة 2)

$$= \frac{1}{48}\frac{d}{dx}(30x^4 - 36x^2 + 6)$$

$$= \frac{1}{48}(120x^3 - 72x)$$

$$= \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$ (درجة 2)

جواب السؤال الثالث (20 درجة):

نأخذ تحويل لابلاس لطرفي المعادلة:

$$\mathcal{L}[y''] + \mathcal{L}[y] = \mathcal{L}[\sin(2x)]$$ (درجة 2)

باستخدام خصائص تحويل لابلاس:

$$s^2Y - sY(0) - Y'(0) + Y = \frac{2}{s^2 + 4}$$ (درجة 2)

ومنها:

$$Y = \frac{s^2 + 6}{(s^2 + 1)(s^2 + 4)}$$ (درجة 2)

نستخدم تجزئة الكسور:

A to Z

$$\frac{s^2+6}{(s^2+1)(s^2+4)} = \frac{As+B}{(s^2+1)} + \frac{Cs+D}{(s^2+4)}$$ (2 درجة)

بتوحيد المقامات وحذفها:

$$s^2+6 = As^3+4As+Bs^2+4B+Cs^3+Cs+Ds^2+D$$ (2 درجة)

بتجميع الحدود المتشابهة ومطابقة الأمثال في الطرفين (2 درجة):

$$A+C=0$$

$$B+D=1$$

$$4A+C=0$$

$$4B+D=6$$

بالحل المشترك:

$$A=C=0 \qquad B=\frac{5}{3}\ ,\ D=-\frac{2}{3}$$ (2 درجة)

$$\frac{s^2+6}{(s^2+1)(s^2+4)} = \frac{5}{3}\left(\frac{1}{s^2+1}\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{s^2+4}\right)$$ (2 درجة)

نأخذ تحويل لابلاس العكسي:

$$\mathscr{L}^{-1}[Y(s)] = \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{s^2+6}{(s^2+1)(s^2+4)}\right] = \frac{5}{3}\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2+1}\right] - \frac{1}{3}\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{2}{s^2+2^2}\right] = y(x)$$ (2 درجة)

$$\Rightarrow y(x) = \frac{5}{3}\sin x - \frac{1}{3}\sin 2x$$ (2 درجة)

جواب السؤال الرابع (20 درجة):

نعوض كثير حدود لاجير في المعادلة التفاضلية ثم نكتب معادلتين بمتغيرين كما يلي:

$$xL_m'' + (1-x)L_m' + mL_m = 0$$ (2 درجة)

$$xL_n'' + (1-x)L_n' + nL_n = 0$$ (2 درجة)

نضرب الطرفين بـ L_n و L_m على الترتيب ثم نطرح فنجد:

$$x[L_nL_m'' - L_mL_n''] + (1-x)[L_nL_m' - L_mL_n'] = (n-m)L_mL_n$$ (3 درجة)

$$\frac{d}{dx}[L_nL_m' - L_mL_n'] + \frac{(1-x)}{x}[L_nL_m' - L_mL_n'] = \frac{(n-m)L_mL_n}{x}$$ (2 درجة)

بالتكامل والضرب بمعامل المكاملة:

$$e^{\int\frac{1-x}{x}dx} = e^{\ln x - x} = xe^{-x}$$ (2 درجة)

$$\frac{d}{dx}\{xe^{-x}[L_nL_m' - L_mL_n'] = (n-m)e^{-x}L_mL_n$$ (3 درجة)

بإجراء التكامل فنجد:

$$(n-m)\int_0^{\infty} e^{-x}L_m(x)L_n(x)dx = xe^{-x}[L_nL_m' - L_mL_n']\Big|_0^{\infty} = 0$$ (3 درجة)

$$n \neq m \Rightarrow \int_0^{\infty} e^{-x}L_m(x)L_n(x)dx = 0$$ (3 درجة)

بجواب السؤال العملي (10 درجات):

باستخدام الصيغة التكاملية نضع $x = 1$ فنجد:

$${}_2F_1(\alpha, v; \gamma+\alpha;\ x) = \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)}{\Gamma(v)\Gamma(\gamma+\alpha-v)}\int_0^1 t^{v-1}(1-t)^{\gamma+\alpha-v-1}(1-t)^{-\alpha}dt$$ (2 درجة)

$$= \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)}{\Gamma(v)\Gamma(\gamma+\alpha-v)}\int_0^1 t^{v-1}(1-t)^{\gamma-v-1}dt$$ (2 درجة)

$$= \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)}{\Gamma(v)\Gamma(\gamma+\alpha-v)}\beta(v,\gamma-v)$$ (2 درجة)

$$= \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)}{\Gamma(v)\Gamma(\gamma+\alpha-v)}\frac{\Gamma(v)\Gamma(\gamma-v)}{\Gamma(\gamma)} = \frac{\Gamma(\gamma+\alpha)\Gamma(\gamma-v)}{\Gamma(\gamma+\alpha-v)\Gamma(\gamma)}$$ (2 درجة) (2 درجة)

A to Z