ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

كلية **العلوم**

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

اسئلة دورات محلولة

معادلات تفاضلية١

A 2 Z1 LIBRARY

Facebook Group : A to Zمكتبة

ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

سلم تصحيح معادلات تفاضلية 1

2024 - 2025

50

السؤال الأول

1.

$$\frac{dy}{dx} + 2y = xy^3$$

معادلة برنولي نقسم على y^3 نجد

$$y^{-3}\frac{dy}{dx} + 2y^{-2} = x$$

نفرض $v = y^{-2}$ ،

$$\Leftarrow -\frac{1}{2}\frac{dv}{dx} + 2v = x$$

$$\frac{dv}{dx} - 4v = -2x$$

نوجد عامل التكامل $\mu = e^{-4x}$

بالضرب بـ μ وإيجاد الحل

$$y^{-2} = v = \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} + ce^{4x}$$

2.

$$(x^2+3y)\,dx - x\,dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 3 ,\quad \frac{\partial N}{\partial x} = -1 \Rightarrow \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = -\frac{4}{x} \Rightarrow$$

$$y' - \frac{3}{x}y = x$$

نضرب بعامل التكامل

$$\mu = \frac{1}{x^4}$$

$$-\frac{dy}{x^3} + \frac{dx}{x^2} + \frac{3y}{x^4}dx = 0 \Rightarrow -\frac{1}{x} - \frac{y}{x^3} = c_1$$

3.

$$(x+y+1)\,dx - (x-y+2)\,dy = 0$$

المستقيمان متقاطعان نسحب المحاور إلى نقطة التقاطع

$$X = x + \frac{3}{2} ,\quad Y = y - \frac{1}{2}$$

$$(X+Y)\,dX - (X-Y)\,dY$$

نفرض $Z = \frac{Y}{X}$ ،

$$\Leftarrow \frac{1-Z}{1+Z^2}\,dZ = \frac{dX}{X}$$

$$\arctan Z - \frac{1}{2}\ln|1+Z^2| = \ln|X| + c$$

$$\arctan\left(\frac{y-\frac{1}{2}}{x+\frac{3}{2}}\right) - \frac{1}{2}\ln\left(1+\left(\frac{y-\frac{1}{2}}{x+\frac{3}{2}}\right)^2\right) = \ln\left|x-\frac{3}{2}\right| + c$$

السؤال الثاني :

$\boxed{1}$

$$y''' + 2y'' - 3y' - 10y = e^{x} + x^2$$

$$m^3 + 2m^2 - 3m - 10 = 0$$

$$m_1 = 2 \ , \quad m_{2,3} = -2 \mp i$$

$$y_h = c_1 e^{2x} + e^{-2x}\left(c_2 \cos x + c_3 \sin x\right)$$

نوجد y_p بأي طريقة ذكرت بالمقرر

$$y_p = Ae^{x} + Bx^2 + Cx + D$$

بالاشتقاق والتعويض نجد

$$y_p = -\frac{1}{10}e^{x} - \frac{1}{10}x^2 + \frac{3}{50}x - \frac{29}{500}$$

$$y(x) = y_h + y_p$$

$\boxed{2}$

$$xy'' = (1+2x^2)\, y'$$

بالتعويض $y' = z$, $y'' = z'$

$$xz' = (1+2x^2)\, z$$

$$\frac{dz}{z} = \frac{1+2x^2}{x}\, dx \Rightarrow z = c_1 x e^{x^2} \Rightarrow y' = c_1 x e^{x^2} \Rightarrow$$

$$y = \frac{c_1}{2} e^{x^2} + c_2$$

انتهى السلم

سلم تصحيح

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الرياضيات	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 > لطلاب السنة الثانية الدورة الفصلية الأولى 2024-2025	الدرجة: 90 المدة: ساعتان

السؤال الأول: (50 درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلات التفاضلية التالية

1. $$(x^3+3xy^2)dx+(y^3+3x^2y)dy=0$$

2. $$(x^2+3y)dx-xdy=0$$

3. $$(2x+3y+1)dx+(10x+15y+4)dy=0$$

السؤال الثاني: (40 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

1.

$$y'''-6y''+11y'-6y=2xe^{-x}$$

2.

$$xy''=\left(1+2x^2\right)y'$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال ناصر حسين

تصحيح معادلات تفاضلية II
لطلاب ثاني رياضيات ف ١
2024 - 2025

50

السؤال الأول: (١)

$$(x^3+3xy^2)\,dx+(y^3+3x^2y)\,dy=0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}=6xy=\frac{\partial N}{\partial x} \Rightarrow$$ المعادلة تامة 5

5 5

$$(x^3dx+y^3dy)+(3xy^2dx+3x^2y\,dy)=0 \Rightarrow \frac{x^4}{4}+\frac{y^4}{4}+\frac{3x^2y^2}{2}=c$$

-2

$$(x^2+3y)\,dx-x\,dy=0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}=3,\ \frac{\partial N}{\partial x}=-1$$ 5

5

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y}-\frac{\partial N}{\partial x}}{N}=\frac{-4}{x}$$ عامل تكامل دالة بـ x $$\rightarrow \frac{d\mu}{\mu}=\frac{-4}{x}dx \Rightarrow \mu=\frac{1}{x^4}$$

5 5

$$-\frac{dy}{x^3}+\frac{dx}{x^2}+\frac{3y}{x^4}dx=0 \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{y}{x^3}=c$$

(3)

$$(2x+3y+1)\,dx+(10x+15y+4)\,dy=0$$

5 نفرض

$$\Leftarrow dy=\frac{1}{3}dz-\frac{2}{3}dx \Leftarrow 2x+3y=z$$

5 5

$$dx-\frac{5z+4}{7z+5}dz=0 \Rightarrow x-\frac{5}{7}(2x+3y)+\frac{3}{49}\ln(14x+21y+5)=c$$

40

السؤال الثاني: (1)

$$y'''-6y''+11y'-6y=2xe^{-x}$$

5

$$m^3-6m^2+11m-6=0 \Rightarrow m_1=1,\ m_2=2,\ m_3=3$$

5

$$y_h=c_1e^{x}+c_2e^{2x}+c_3e^{3x}$$

5 بالاشتقاق والتعويض نجد

$$y_p=(A_1x+A_0)e^{-x}$$

5

$$y_p=\left(-\frac{1}{12}x-\frac{13}{144}\right)e^{-x} \Rightarrow y(x)=y_h+y_p$$

(2)

$$xy''=(1+2x^2)y'$$

5 نفرض $y'=z$ ، $y''=z'$

نعوض في المعادلة نجد

5

$$xz'=(1+2x^2)z$$

5

$$\Rightarrow \frac{dz}{z}=\frac{1+2x^2}{x}dx \Rightarrow z=c_1xe^{x^2} \Rightarrow y'=c_1xe^{x^2} \Rightarrow$$

5

$$y=\frac{c_1}{2}e^{x^2}+c_2$$

ملاحظة
يمكن حل التمارين بأي طريقة
ذكرت في المقرر.

انتهى الحل

2 ـ نشكل المعادلة ذات التفاضلات الكلية المرافقة لايجاد السطوح المتعامدة

$$xz\,dx + yz\,dy - (x^2+y^2)\,dz = 0$$

يجب التحقق منه 5

$$\begin{vmatrix} xz & yz & -(x^2+y^2) \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xz & yz & -(x^2+y^2) \end{vmatrix} = 0$$

الشرط محقق

5 5

$$\frac{x\,dx + y\,dy}{x^2+y^2} - \frac{dz}{z} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\ln(x^2+y^2) - \ln z = \ln c_1 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2+y^2}{z^2} = c$$

ثانياً :

$$(D^3 - D^2 - 4DD'^2 + 4D'^2)z = e^{2x+y}$$ 5

$$(D+2D')(D-2D')(D-1)z = e^{2x+y}$$ 5

$$z_h = f_1(y-2x) + f_2(y+2x) + e^x f_3(y)$$ 5

$$z_p = \frac{1}{D-2D'} \frac{1}{(D+2D')(D-1)} e^{2x+y} = \frac{1}{D-2D'}\left(\frac{1}{4}e^{2x+y}\right)$$ 2

$$= \frac{1}{4}\int e^{2x+a-2x}\,dx \;;\; a = y+2x$$

$$= \frac{1}{4}\int e^{a}\,dx = \frac{1}{4}x e^{a} = \frac{1}{4}x e^{y+2x}$$ 2

1

$$z = z_h + z_p$$

انتهى السلم

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الفصلية الثانية 2023 -2024

الدرجة: 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (50 درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلات التفاضلية التالية

.1 $$(y-xy^2)dx-(x+x^2y)dy=0$$

.2 $$(x^2-y^2+2x)dx+(x^2-y^2-2y)dy=0$$

.3 $$ydx+(x-3x^3y^3)dy=0$$

السؤال الثاني: (40 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

.1

$$y''+y=\frac{1}{\cos x}$$

.2

$$(D^3-1)(D-1)^2y=x+e^x$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال ناصر حسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /1/

لطلاب السنة الثانية رياضيات ف2 2023 - 2024

50

السؤال الأول:

-1

$$(y-xy^2)dx-(x+x^2y)dy=0$$

$$y(1-xy)dx-x(1+xy)dy=0$$

نفرض $xy=z \Leftarrow y=\frac{z}{x}$ (5)

$$dy=\frac{x\,dz-z\,dx}{x^2}$$

$$\left(z(1-z)+z(1+z)\right)dx-x(1+z)dz=0 \Rightarrow \frac{2dx}{x}-\frac{(1+z)}{z}dz=0 \quad (5$$

$$\Rightarrow 2\ln x-\ln z-z=\ln c \quad (5$$

-2

$$(x^2-y^2+2x)dx+(x^2-y^2-2y)=0$$

(5)

$$\frac{\partial M}{\partial y}=-2y \neq \frac{\partial N}{\partial x}=2x \qquad \frac{\partial M}{\partial y}-\frac{\partial N}{\partial x}=-2(x+y) \Rightarrow$$

(5)

$$\mu=e^{x+y} \Rightarrow (x^2e^{x+y}-y^2e^{x+y}+2xe^{x+y})dx+(x^2e^{x+y}-y^2e^{x+y}-2ye^{x+y})dy=0$$

بالتجميع في زمر وإجراء التكاملات نجد (5)

$$(x^2-y^2)e^{x+y}=c$$

-3

$$y\,dx+(x-3x^3y^3)dy=0$$

بإيجاد عامل التكامل نجد $\mu=\frac{1}{x^3y^3}$ (5)

بالضرب بعامل التكامل والتجميع في زمر وإجراء التكامل نجد (5)

$$-\frac{1}{2}\frac{1}{(xy)^2}-3y=c \quad (5$$

40

السؤال الثاني:

-1

$$y''+y=\frac{1}{\cos x} \qquad m^2+1=0 \Rightarrow y_h=c_1\cos x+c_2\sin x$$

(5) (5)

باستخدام طريقة لاغرانج لاشتقاق والتعويض (5)

$$y_p=c_1(x)\cos x+c_2(x)\sin x$$

نجد

$$c_1(x)=\ln\cos x$$

$$c_2(x)=x$$

$$y_p=\cos x\ln\cos x+x\sin x \quad (5) \Rightarrow y=c_1\cos x+c_2\sin x+\cos x\ln\cos x+x\sin x$$

-2

$$(D^3-1)(D-1)^2y=x+e^x \Rightarrow m_{1,2,3}=1 \quad , m_{4,5}=\frac{-1\mp i\sqrt{3}}{2}$$

(5)

$$y_h(x)=(c_1+c_2x+c_3x^2)e^x+e^{-\frac{1}{2}x}\left(c_4\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x+c_5\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$$

$$y_p(x)=\frac{1}{-1+2D-D^2+D^3-2D^4+D^5}x+\frac{1}{(D-1)^3(D^2+D+1)}e^x=-x-2+\frac{1}{3}\frac{e^xx^3}{3!}$$

$$y(x)=y_h+y_p$$

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الفصلية الأولى 2023-2024

الدرجة: 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (50 درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلات التفاضلية التالية

1. $$(x^3+y^3)dx-xy^2dy=0$$

2. $$(x^2-y^2+2x)dx+(x^2-y^2-2y)dy=0$$

3. $$x+yy'^2=y'(1+xy)$$

السؤال الثاني: (40 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

1.

$$y'''^2+xy'''-y''=0$$

2.

$$y'''-4y'=x+e^{-2x}+3\cos 2x$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال ناصر حسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /1/

لطلاب سنة 2 رياضيات ف1 2023 - 2024

السؤال الأول

1-

$$(x^3+y^3)\,dx - xy^2\,dy = 0 \quad 5$$

معادلة متجانسة عامل تكميلي $\mu = \dfrac{1}{xM+yN} = \dfrac{1}{x^4}$

$$\Leftarrow \frac{dx}{x} + \left(\frac{y^3\,dx}{x^4} - \frac{y^2\,dy}{x^3}\right) = 0 \quad 5$$

$$\ln x - \frac{y^3}{3x^3} = c \quad 5$$

2-

$$(x^2-y^2+2x)\,dx + (x^2-y^2-2y)\,dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = -2y \neq \frac{\partial N}{\partial x} = 2x \,,\quad \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = -2(x+y) \Rightarrow \mu = e^{x+y} \quad 5$$

$$\Rightarrow \left(x^2 e^{x+y} - y^2 e^{x+y} + 2x\,e^{x+y}\right)dx + \left(x^2 e^{x+y} - y^2 e^{x+y} - 2y\,e^{x+y}\right)dy = 0 \quad 5$$

بالتجميع نحدد أجزاء التكاملات نجد

$$(x^2-y^2)\,e^{x+y} = c \quad 5$$

3-

$$x + yy'^2 = y'(1+xy)$$

$$y' = p \Rightarrow yp^2 - (1+xy)p + x = 0 \quad 5 \,,\quad \Delta = (xy-1)^2 \Rightarrow$$

$$p_1 = \frac{1}{y} \,,\quad p_2 = x \quad 5 \quad \Rightarrow (p-\tfrac{1}{y})(p-x) = 0$$

$$y' = \frac{1}{y} \Rightarrow y\,dy = dx \Rightarrow g_1 : \frac{y^2}{2} - x - c = 0$$

$$y' = x \Rightarrow dy = x\,dx \Rightarrow g_2 : y - \frac{x^2}{2} - c = 0 \quad 5$$

الحل العام 5 $\Rightarrow (\frac{y^2}{2} - x - c)(y - \frac{x^2}{2} - c) = 0$

السؤال الثاني:

1-

$$y''^2 + xy''' - y'' = 0$$

نفرض $y'' = z \Rightarrow y''' = z'$ 5 $\Rightarrow$

$$z'^2 + xz' - z = 0$$

نفرض $z' = p \Rightarrow$

$$z = xp + p^2 \quad 5$$

معادلة كليرو

$$z = c_1 x + c_1^2 \Leftarrow p = c_1 \quad 5$$

$$y'' = c_1 x + c_1^2 \Rightarrow y' = c_1\frac{x^2}{2} + c_1^2 x + c_2 \Rightarrow y = c_1\frac{x^3}{6} + c_1^2\frac{x^2}{2} + c_2 x + c_3 \quad 5$$

$$y''' - 4y' = x + e^{-2x} + 3\cos 2x \qquad -2$$

$$D(D+2)(D-2)y = 0 \Rightarrow y_h = c_1 + c_2 e^{-2x} + c_3 e^{2x} \qquad 5$$

$$y_p = \frac{1}{D^3-4D}\,x + \frac{1}{D^3-4D}\,e^{-2x} + 3\cdot\frac{1}{D^3-4D}\cos 2x \qquad 5$$

$$= \frac{1}{D}\cdot\frac{1}{-4+D^2}\,x + \frac{1}{D(D-2)}\cdot\frac{1}{D+2}\,e^{-2x} + \frac{3}{D(D^2-4)}\cos 2x \qquad 5$$

$$= \frac{1}{D}\left(-\frac{1}{4} - \frac{1}{16}D^2\right)x + \frac{1}{8}\,x e^{-2x} + \frac{3}{D}\cdot\frac{1}{-8}\cos 2x$$

$$= -\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{16} + \frac{1}{8}\,x e^{-2x} - \frac{3}{16}\sin 2x \qquad 5$$

$$y(x) = y_h + y_p$$

انتهى السلم

سلم تصحيح معادلات تفاضلية ١١

لطلاب مرحلة ٢ / 2022 - 2023

رياضيات

السؤال الأول :

1-

$$(4x^3y^4-2y^2)\,dx+(3x^4y^3-2xy+2y^2+2)\,dy=0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}=16x^3y^3-4y \quad (5) \quad \neq \quad \frac{\partial N}{\partial x}=12x^3y^3-2y$$

ليست تامة (1)

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y}-\frac{\partial N}{\partial x}}{-M}=-\frac{1}{y} \Rightarrow \quad (5)$$ عامل التكامل تابع لـ y $\quad \mu=\frac{1}{y}$

نضرب بعامل التكامل ونكامل (5)

$$x^4y^3-2xy+y^2+2\ln y=c \quad (1)$$

2- ط ١

$$x\frac{dy}{dx}=x^2+3y$$

الطريقة (5) $\quad (5) \Leftarrow \mu=\frac{1}{x^4}$

$$-\frac{dy}{x^3}+\frac{1}{x^2}dx+\frac{3y}{x^4}dx=0 \quad (5) \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{y}{x^3}=c \quad (1)$$

ط ٢ المعادلة خطية (5)

$$y'-\frac{3}{x}y=x$$

البقية 2

$$y_h=cx^3 \quad (5), \quad y_p=-x^2 \quad (5)$$

3-

$$y^2y'^2+3xy'-y=0 \Big\} \Rightarrow x=\frac{y-p^2y^2}{3p} \quad (5) \Rightarrow$$

$$y'=p$$

$$\frac{dx}{dy}=\frac{1}{p}=\frac{1}{3p}-\frac{2}{3}py+\left(-\frac{y}{3p^2}-\frac{1}{3}y^2\right)\frac{dp}{dy} \quad (5) \Rightarrow$$

$$\frac{2dy}{y}+\frac{dp}{p}=0 \Rightarrow 2\ln y+\ln p=\ln c \quad (5) \Rightarrow py^2=c \quad (1)$$

وبالتالي الحل الوسيطي

$$x=\frac{y-p^2y^2}{3p}, \quad py^2=c \quad (1)$$

السؤال الثاني

1-

$$y(y-1)y''+y'^2=0$$

معادلة خالية من x نفرض $y'=z$ (5) ونعتبر y المتحول المستقل

$$y''=z'z \Rightarrow y(y-1)z'z+z^2=0 \Rightarrow (5)\ \frac{dz}{z}=\frac{dy}{y(y-1)}=\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{y-1}\right)dy$$

$$\Rightarrow \ln z=\ln y-\ln(y-1)+\ln c \Rightarrow z=\frac{c_1y}{y-1}$$

و $z=y' \Rightarrow$

$$\frac{y-1}{c_1y}dy=dx \Rightarrow (5)\ x=\frac{1}{c_1}y-\frac{1}{c_1}\ln y+c_2 \quad (5)$$

$y''' - 4y' = e^{-2x} + x + 3\cos 2x$ — 2

$(D^3 - 4D)\,y = 0 \Rightarrow m_1 = 0,\ m_2 = -2,\ m_3 = 2$ 5

$y_h = c_1 + c_2 e^{-2x} + c_3 e^{2x}$ 5

$= \frac{1}{D^3 - 4D}\left(e^{-2x} + x + 3\cos 2x\right)$ 5

$\frac{1}{D(D+2)(D-2)} e^{-2x} + \frac{1}{D}\left(-\frac{1}{4} - \frac{1}{16}D^2\right)x + \frac{3}{D(D^2-4)}\cos 2x$

5

$-\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{16} + \frac{1}{8}x e^{-2x} - \frac{3}{16}\sin 2x$

$y = y_h + y_p$

انتهت الأسئلة

د. صالح حسين

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الفصلية الأولى 2022-2023

الدرجة: 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (50 درجة)

1. بين فيما اذا كانت المعادلة التفاضلية التالية تامة أم لا ، وأوجد تكاملها العام:

$$(2xy^4e^y + 2xy^3 + y)dx + (x^2y^4e^y - x^2y^2 - 3x)dy = 0$$

2. أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$x\frac{dy}{dx} = x^2 + 3y$$

3. أوجد حل للمعادلة التفاضلية التالية

$$y' = tg(y - y')$$

السؤال الثاني: (40 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

1. بطريقة المؤثر التفاضلي

$$y'' + y = 3e^x(x+1) + \sin 2x$$

2. بطريقة تراها مناسبة

$$y'' = 2\sqrt{y'}$$

انتهت الأسئلة

مدرسة المقرر : د. منال ناصر حسين

مع تمنياتي لكم بالنجاح

معادلات تفاضلية /1/

2023 - 2022

50

السؤال الأول:

1- $$(2xy^4e^y + 2xy^3+y)\,dx + (x^2y^4e^y - x^2y^2 - 3x)\,dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 8xy^3e^y + 2xy^4e^y + 6xy^2 + 1 \quad , \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 2xy^4e^y - 2xy^2 - 3$$

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{-M} = \frac{-4}{y} \Rightarrow \mu(y) = \frac{1}{y^4}$$

نضرب بعامل التكامل ونفرق إلى زمر

$$\left(2xe^y dx + x^2e^y dy\right) + \left(\frac{2x}{y}dx - \frac{x^2}{y^2}dy\right) + \left(\frac{1}{y^3}dx - \frac{3x}{y^4}dy\right) = 0$$

$$\Rightarrow x^2e^y + \frac{x^2}{y} + \frac{x}{y^3} = c$$

2-

$$x\frac{dy}{dx} = x^2 + 3y \Rightarrow -x\,dy + (x^2+3y)\,dx = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 3 \quad , \quad \frac{\partial N}{\partial x} = -1 \Rightarrow \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = \frac{-4}{x} \Rightarrow \mu = \frac{1}{x^4}$$

$$\Rightarrow -\frac{dy}{x^3} + \frac{dx}{x^2} + \frac{3y}{x^4}dx \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{y}{x^3} = c$$

3-

$$y' = tg(y - y') \Rightarrow y = arctg(y') + y'$$

$$y' = p \Rightarrow y = arctg\,p + p \Rightarrow p = \frac{dy}{dx} = \left(1 + \frac{1}{1+p^2}\right)\frac{dp}{dx}$$

$$\Rightarrow dx = \frac{dp}{p} + \frac{dp}{p(p^2+1)} = \frac{2\,dp}{p} - \frac{p\,dp}{p^2+1} \Rightarrow$$

$$x = 2\ln p - \frac{1}{2}\ln(p^2+1) = \ln\frac{p^2}{\sqrt{1+p^2}} \Rightarrow x = \ln p^2/\sqrt{1+p^2}$$

$$y = p + arctg\,p$$

40

السؤال الثاني: 1-

$$y'' + y = 3e^x(x+1) + \sin 2x$$

$$m^2 + 1 = 0 \Rightarrow m = \mp i$$

$$y_h = c_1\cos x + c_2\sin x$$

$$; y_p = \frac{1}{D^2+1}\left(3e^x(x+1)\right) + \frac{1}{D^2+1}\sin 2x$$

$$\Rightarrow y_p = \frac{3}{2}xe^x - \frac{1}{3}\sin 2x$$

$$; y = y_h + y_p$$

2-

$$y'' = 2\sqrt{y'}$$

$$\Leftarrow \frac{dz}{2\sqrt{z}} = dx \Leftarrow z' = 2\sqrt{z} \Leftarrow y'' = z' \Leftarrow y' = z$$

$$y = \dots^2 \quad , \quad y' = (x + c_1)^2 \quad , \quad y = (x+c_1)^3 \dots$$

سلم تصحيح

/1

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الفصلية الثانية 2022-2021

الدرجة: 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (50 درجة)
أوجد التكامل العام للمعادلات التفاضلية التالية

1. $$(x^2y^3+y)dx+(x^3y^2-x)dy=0$$

2. $$y'=\frac{y\ln y}{\sin x}$$

3. $$xyy''+xy'^2-yy'=0$$

السؤال الثاني: (40 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

1. بطريقة المؤثر التفاضلي

$$y''-9y'+18y=e^{e^{-3x}}$$

2. بطريقة المعاملات غير المعينة

$$y'''-6y''+2y'+36y=e^{3x}+\sin x+1$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال ناصر حسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /1/

لطلاب سنة رياضيات ثانية

2021 - 2022

50

السؤال الأول:

-1
$$(x^2y^3+y)\,dx+(x^3y^2-x)\,dy=0$$

نوجد عامل التكامل (5)

نضرب ب (5) $\Leftarrow$ $\mu=\dfrac{1}{xy}$ (2)

$$(xy^2dx+x^2y\,dy)+\frac{dx}{x}-\frac{dy}{y}=0 \Rightarrow \frac{x^2y^2}{2}+\ln x-\ln y=c$$ (5)

-2 (10)

$$y'=\frac{y\ln y}{\sin x}\Rightarrow \frac{dy}{y\ln y}-\frac{dx}{\sin x}=0$$

نفرض $t=tg\frac{x}{2}$

(1) ، $dx=\dfrac{2dt}{1+t^2}$

$\Leftarrow$ $\sin x=\dfrac{2t}{1+t^2}$

$y=c\,e^{c\,tg\,x/2}$ (2)

-3

$$xyy''+xy'^2-yy'=0$$ (5)

متجانسة بالنسبة لـ y ومشتقاتها نفرض (5)

$\dfrac{y''}{y}=z'+z^2 \Leftarrow z=\dfrac{y'}{y}$

معادلة برنولي كحلها نجد (5)

$z'-\dfrac{1}{x}z=-2z^2$

$2xz^2+xz'-z=0 \Rightarrow$

$z=\dfrac{x}{x^2+c_1}$ $\Leftarrow$ (3)

بالمكاملة نجد $\dfrac{y'}{y}=\dfrac{x}{x^2+c_1}$

$y=c_2\sqrt{x^2+c_1}$ (2)

40

السؤال الثاني

$$y''-9y'+18y=e^{e^{-3x}}$$ (5)

$(D^2-9D+18)y=e^{e^{-3x}}\Rightarrow m^2-9m+18=0\Rightarrow m_1=3,\ m_2=6$

$y_h(x)=c_1e^{3x}+c_2e^{6x}$ (5) , $y_p=\dfrac{1}{D-6}\,e^{3x}\displaystyle\int e^{-3x}e^{e^{-3x}}dx$ (5) (3) الطريقة

$=\dfrac{-1/3}{D-6}\,e^{3x}\,e^{e^{-3x}}=-\frac{1}{3}e^{6x}\displaystyle\int e^{-6x}e^{3x}e^{e^{-3x}}dx$

$=\dfrac{1}{9}e^{6x}e^{e^{-3x}}$ (1) , $y=y_h+y_p$ (1)

1 $\quad y''' - 6y'' + 2y' + 36y = e^{3x} + \sin x + 1$

$m^3 - 6m^2 + 2m + 36 = 0$ 5

$m_1 = -2 \,،\; m_{2,3} = 4 \mp i\sqrt{2} \Rightarrow y_h = c_1 e^{-2x} + e^{4x}\left(c_2 \cos\sqrt{2}\,x + c_3 \sin\sqrt{2}\,x\right)$ 5

$$
\begin{array}{r|l}
36 & y_p = Ae^{3x} + B\sin x + C\cos x + D \\
2 & y' = 3Ae^{3x} + B\cos x - C\sin x \\
-6 & y'' = 9Ae^{3x} - B\sin x - C\cos x \\
1 & y''' = 27Ae^{3x} - B\cos x + C\sin x
\end{array}
$$

5 النوع

3 الطريقة

$(36+6-54+27)A + (42B - C)\sin x + (42C + B)\cos x + 36D$

$= e^{3x} + \sin x + 1$

$\Rightarrow D = 1/36 \,،\quad 42C + B = 0 \Rightarrow B = -42C \Rightarrow 42(-42)C - C = 1 \Rightarrow 1763C = 1 \Rightarrow C = 1/1763 \Rightarrow B = \dfrac{-42}{1763}$

1 الحل

$A = 1/15$

$\Rightarrow y_p = \dfrac{1}{15} e^{3x} - \dfrac{42}{1763}\sin x + \dfrac{1}{1763}\cos x + \dfrac{1}{36}$

$y = y_h + y_p$ 1

انتهى السلم

ملاحظة: يمكن حل أي معادلة من المعادلات السابقة بأي طريقة صحيحة واردة في المقرر وتوزع العلامات بشكل مكافئ لما ورد في هذا السلم

د. منال ناصر حسين حسن

سلم تصحيح

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الرياضيات	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 > لطلاب السنة الثانية الدورة الفصلية الأولى 2022-2021	الدرجة: 90 المدة: ساعتان

السؤال الأول: (50 درجة)

1. بين فيما اذا كانت المعادلة التفاضلية التالية تامة أم لا ، وأوجد تكاملها العام:

$$(x^3 + xy^2 + y)dx + (y^3 - x + x^2 y)dy = 0$$

2. أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x + y - 1}$$

3. أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$16y^3 y'^2 - 4xy' + y = 0$$

السؤال الثاني: (40 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

1. بطريقة المؤثر التفاضلي

$$y'' - 9y' + 18y = e^{e^{-3x}}$$

2. بطريقة المعاملات غير المعينة

$$y''' + 2y'' - y' - 2y = e^x + x^2$$

انتهت الأسئلة

مدرسة المقرر : د. منال ناصر حسين

مع تمنياتي لكم بالنجاح

2022 - 2021 ف 1 سلم تصحيح معادلات تفاضلية 1

50

السؤال الأول

-1

$$(x^3 + xy^2 + y)\,dx + (y^3 - x + x^2 y)\,dy = 0$$

5

المعادلة ليست تامة

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2xy + 1 \ , \ \frac{\partial N}{\partial x} = -1 + 2xy \Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$$

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{2xN - 2yM} = \frac{-1}{x^2 + y^2} \Rightarrow \mu = \frac{1}{x^2+y^2}$$ 5 5

نضرب بعامل المكامل ، نعوض إلى نجد

5

$$(x\,dx + y\,dy) + \frac{y\,dx - x\,dy}{x^2+y^2} = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \operatorname{arctg}\frac{x}{y} = c$$

-2

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+y-1}$$ 5

نفرض

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx} - 1 \Leftarrow dz = dx + dy \Leftarrow z = x + y - 1$$

نعوض فنجد

5

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{z} + 1 \Rightarrow \frac{z\,dz}{z+1} = dx \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{z+1}\right)dz = dx \Rightarrow$$

5

$$z - \ln|z+1| = x + c \Rightarrow x + y - 1 - \ln|x+y-1| = x + c$$

$$y = 1 + \ln|x+y| + c$$

-3

$$16y^3 y'^2 - 4xy' + y = 0$$

نفرض $y' = p$

5

$$x = \frac{1}{4p}y + 4y^3 p$$

5

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{4p} + 12py^2 + \left(-\frac{1}{4p^2}y + 4y^3\right)\frac{dp}{dy} \Rightarrow 3 = \frac{-y}{p}\frac{dp}{dy} \Rightarrow$$

5

$$py^3 = c \ , \ x = \frac{1}{4p}y + 4y^3 p$$

40

السؤال الثاني :

$$y'' - 9y' + 18y = e^{-3x}$$

$$(D^2 - 9D + 18)y = e^{-3x} \qquad m^2 - 9m + 18 = 0 \Rightarrow m_1 = 3 \ , \ m_2 = 6$$

5

$$y_h(x) = c_1 e^{3x} + c_2 e^{6x} \ , \ y_p = \frac{1}{(D-6)(D-3)} e^{-3x}$$

5 5

$$y_p = \frac{1}{D-6} e^{3x}\int e^{-3x} e^{-3x}\,dx = \frac{-1/3}{D-6} e^{3x} e^{-6x} = -\frac{1}{3} e^{6x}\int e^{-6x} e^{3x} \cdot e^{-3x}\,dx$$

5

$$= \frac{1}{9} e^{6x} e^{-3x} \ , \ y = y_h + y_p$$

1 $y''' + 2y'' - y' - 2y = e^{x} + x^{2}$ — 2

$m^{2} + 2m - m - 2 = 0 \Rightarrow m_1 = 1,\ m_2 = -1,\ m_3 = -2$

$y_h = c_1 e^{x} + c_2 e^{-x} + c_3 e^{-2x}$ 5

$y_p = Ax^{2} + Bx + C + Exe^{x} + Fe^{x}$ 5

بالتعويض بالمعادلة المعطاة 5

5

$y_p = -\frac{1}{2}x^{2} + \frac{1}{2}x - \frac{5}{4} + \frac{1}{6}xe^{x}$

انتهى م

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الرياضيات	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 > لطلاب السنة الثانية الدورة الفصلية الثانية 2020-2021	الدرجة: 90 المدة: ساعتان

السؤال الأول: (60 درجة)

1. بين فيما اذا كانت المعادلة التفاضلية التالية تامة أم لا ، وأوجد تكاملها العام:

$$(y^2)dx+(x^2-y^2-xy\ \ )dy=0$$

2. أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$y'=\sqrt{4x+2y-1}$$

3. أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$y=2xy'+y'^3$$

السؤال الثاني: (30 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

.1

$$xy''=(1+2x^2)y'$$

.2

$$\left(D^5-D\right)y=12e^x-2x+8\sin x$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال ناصر حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية (1)

لطلاب سنة رياضيات سنة 2 — 2020 - 2021

السؤال الأول:

1.

$$y^2dx+(x^2-y^2-xy)dy$$

(5)

$$\frac{\partial M}{\partial y}=2y,\ \frac{\partial N}{\partial x}=2x-y \Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y}\neq\frac{\partial N}{\partial x} \Rightarrow$$ المعادلة غير تامة (3)

معادلة متجانسة عامل التكامل

$$\mu=\frac{1}{yx^2-y^3} \Leftarrow \mu=\frac{1}{xM+yN}$$ (5)

نضرب بعامل التكامل

$$\frac{y^2}{yx^2-y^3}dx+\frac{(x^2-y^2-xy)}{yx^2-y^3}dy=0$$

(5)

$$\Rightarrow \frac{y}{x^2-y^2}dx-\frac{xy}{yx^2-y^3}dy+\frac{1}{y}dy=0 \Rightarrow \left[\frac{ydx-xdy}{x^2-y^2}\right]+\frac{dy}{y}=0$$

$$\frac{1}{2}\ln(x-y)-\frac{1}{2}\ln(x+y)+\ln y=\ln c \Rightarrow y^2\cdot\frac{(x-y)}{(x+y)}=c_1$$ (2)

2.

$$y'=\sqrt{4x+2y-1}$$

(5)

لحلها نفرض

$$\Leftarrow \frac{dz}{dx}=4+\frac{2dy}{dx}$$ (3) $$\Leftarrow z=4x+2y-1$$

(5)

$$\frac{1}{2}\frac{dz}{dx}-2=\sqrt{z} \Rightarrow \frac{dz}{2(\sqrt{z}+2)}-dx=0$$

(3)

$$dz=2tdt,\ z=t^2 \Leftarrow \sqrt{z}=t$$ نفرض

(1) (2)

$$\frac{2tdt}{2(t+2)}-dx=0 \Rightarrow \left(1-\frac{2}{t+2}\right)dt-dx=0 \Rightarrow t-2\ln|t+2|-x=c$$

(1)

$$\Rightarrow \sqrt{4x+2y-1}-2\ln\left|\sqrt{4x+2y-1}+2\right|-x=c$$

3.

$$y=2xy'+y'^3$$

(5)

$$y=2xp+p^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=2p+(2x+3p^2)\frac{dp}{dx}$$ (5) $y'=p$ نفرض

(5)

$$p\frac{dx}{dp}=-(2x+3p^2) \Rightarrow \frac{dx}{dp}+\frac{2}{p}x=-3p\ ;\ \mu=e^{\int\frac{2dp}{p}}=p^2$$

$$x=\frac{1}{p^2}\left(c+\int p^2(-3p)dp\right)=\frac{1}{p^2}\left(c-\frac{3}{4}p^4\right)$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{p^2}\left(c-\frac{3}{4}p^4\right)$$ (3)

$$y=2xp+p^3$$ (2)

السؤال الثاني : 1.

$$xy'' = (1+2x^2)\,y'$$

نفرض $y' = z$ ، $y'' = z'$ (5) نعوض في المعادلة

$$\Leftarrow x z' = (1+2x^2) z$$

$\cancel{z' - (\frac{1}{x} + 2x) z = 0}$ $\Rightarrow \frac{dz}{z} = \frac{1+2x^2}{x}\,dx$ (5) $\Rightarrow \ln z = \ln x + x^2 + \ln c_1$ (2)

$\Rightarrow z = c_1 x e^{x^2} \Rightarrow y' = c_1 x e^{x^2}$ (2) $\Rightarrow y = c_1 \int x e^{x^2} dx = \frac{c_1}{2} e^{x^2} + c_2$ (1)

2.

$$(D^5 - D)\,y = 12e^{x} - 2x + 8\sin x$$

$m(m^4 - 1) = 0 \Rightarrow m_1 = 0,\ m_2 = 1,\ m_3 = -1,\ m_{4,5} = \pm i$ (4)

$y_h = c_1 + c_2 e^{x} + c_3 e^{-x} + c_4 \cos x + c_5 \sin x$ (5)

$y_p = Axe^{x} + x(Bx + C) + x(D\sin x + E\cos x)$ (5)

باستخدام التعويض في المعادلة

$A = 3,\ B = 1,\ D = 2,\ E = 0,\ C = 0$ (1)

$y_p = 3xe^{x} + x^2 + 2x\sin x$

$y = y_h + y_p$

- انتهت الأسئلة -

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الفصلية الأولى 2020-2021

الدرجة: 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (60 درجة)

1. بين فيما اذا كانت المعادلة التفاضلية التالية تامة أم لا ، وأوجد تكاملها العام:

$$(1-2xy^2)dx+2xy(1-x-xy^2)dy=0$$

2. أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$y^2\left(\frac{5}{y}+x\right)dx+(7/x+x^2y)dy=0$$

3. أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$yy'^2+x-y'(1+xy)=0$$

السؤال الثاني: (30 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

.1

$$y''-2y'+y=xe^x\sin x$$

.2

$$\left(D^5-D\right)y=12e^x-2x+8Sinx$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية (1)
لطلاب سنة رياضيات ف1 2020 - 2021

$\boxed{60}$

السؤال الأول:

-1

$$(1-2xy^2)\,dx+2xy(1-x-xy^2)\,dy=0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}=-4xy\ ,\ \frac{\partial N}{\partial x}=2y-4xy-4xy^3 \Rightarrow$$ المعادلة غير تامة (5)

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y}-\frac{\partial N}{\partial x}}{-M}=2y \Rightarrow \mu=e^{y^2}$$ (5)

نضرب بعامل التكميل ونفرق إلى زمر تامة (5)

$$\left[-2xy^2e^{y^2}dx+(-2x^2ye^{y^2}-2x^2y^3e^{y^2})dy\right]+\left[e^{y^2}dx+2xye^{y^2}dy\right]=0$$ (3)

$$-x^2y^2e^{y^2}+xe^{y^2}=c$$ (2)

-2

$$y^2\left(\frac{5}{y}+x\right)dx+(7x+x^2y)\,dy=0 \Rightarrow y(5+xy)dx+x(7+xy)\,dy=0$$ (5)

نفرض $xy=z$ (5)

$$\Leftarrow y=\frac{z}{x}\ \Leftarrow dy=\frac{x\,dz-z\,dx}{x^2}$$ (5)

$$\frac{z}{x}(5+z)\,dx+x(7+z)\frac{x\,dz-z\,dx}{x^2}=0 \Rightarrow -2z\,dx+x(7+z)\,dz=0 \Rightarrow$$

$$-\frac{2\,dx}{x}+\left(\frac{7}{z}+1\right)dz=0 \Rightarrow -2\ln|x|+7\ln|z|+z=\ln|c| \Rightarrow$$ (3)

$$z=\ln\left|\frac{cx^2}{z^7}\right| \Rightarrow xy=\ln\left|\frac{c}{x^5y^7}\right|$$ (1) (1)

-3

$$yy'^2+x-y'(1+xy)=0 \Rightarrow yp^2-p(1+xy)+x=0$$ (5)

$$\Delta=(1+xy)^2-4xy=(1-xy)^2 \Rightarrow P_1=\frac{1}{y}\ ,\ P_2=x$$ (5) (5)

$$y'=\frac{1}{y} \Rightarrow y\,dy=dx \Rightarrow \frac{y^2}{2}-x+c=0\ ,\ dy=x\,dx \Rightarrow y-\frac{x^2}{2}+c=0$$ (2) (2)

$$\Rightarrow \left(\frac{y^2}{2}-x+c\right)\left(y-\frac{x^2}{2}+c\right)=0$$ (1)

30

السؤال الثاني

-1

$$y'' - 2y' + y = xe^x \sin x$$ 3

$$m^2 - 2m + 1 = 0 \Rightarrow (m-1)^2 = 0 \Rightarrow m_{1,2} = 1 \Rightarrow y_h = (c_1 + c_2 x)e^x$$ 5

$$y_p = \frac{1}{(D-1)^2} e^x . x \sin x = e^x \frac{1}{D^2} x \sin x$$ 5

$$= e^x(-x\sin x - 2\cos x)$$ 1

$$\Rightarrow y(x) = (c_1 + c_2 x)e^x + e^x(-x\sin x - 2\cos x)$$ 1

-2

$$(D^5 - D)y = 12e^x - 2x + 8\sin x$$

$$m(m^4 - 1) = 0 \Rightarrow m(m^2+1)(m-1)(m+1) = 0$$ 3

$$m_1 = 0,\ m_{2,3} = \mp 1,\ m_{4,5} = \mp i \Rightarrow y_h = c_1 + c_2 e^x + c_3 e^{-x} + c_4 \cos x + c_5 \sin x$$ 5

$$y_p = A_1 x e^x + A_2 x^2 + A_3 x + A_4 x \sin x + A_5 x \cos x$$ 5

بالاشتقاق والتعويض نجد

$$A_1 = 3,\ A_2 = 1,\ A_3 = 0,\ A_4 = 2$$ 2

$$A_5 = 0 \Rightarrow y_p = 3xe^x + x^2 + 2x\sin x$$

$$y(x) = y_h + y_p$$

انتهى، سلم

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الفصلية الثانية 2019-2020

الدرجة: 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (45 درجة)
أوجد التكامل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين

.1

$$\frac{dy}{dx}=(y+3x)^2$$

.2

$$\left(1+2e^{\frac{x}{y}}\right)dx+2e^{\frac{x}{y}}\left(1-\frac{x}{y}\right)dy=0$$

السؤال الثاني: (45 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

.1

$$y''+2y=x^3+x^2+e^{-2x}+\cos 3x$$

.2

$$y=6y^2y'^2+3xy'$$

انتهت الأسئلة

مدرسة المقرر : د. منال حسين

مع تمنياتي لكم بالنجاح

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /1/
لطلاب سنة رياضيات
2019 - 20

السؤال الأول

$\boxed{45 \text{ درجة}}$

-1

نفرض $y+3x=u \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} - 3$

$\frac{1}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{u}{\sqrt{3}}\right) = x+c \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{y+3x}{\sqrt{3}}\right) = x+c$

-2

طرف المعادلة تامة ونحصل على التحويل $x+2ye^{x/y}=c$

نفرض $\frac{x}{y} = z \Rightarrow dx = z\,dy + y\,dz$

$(1+2e^{z})(z\,dy + y\,dz) + 2e^{z}(1-z)\,dy = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dy}{y} + \frac{1+2e^{z}}{z+2e^{z}}\,dz = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y(z+2e^{z}) = c \Rightarrow \boxed{y\left(\frac{x}{y}+2e^{x/y}\right)=c} \Rightarrow$

السؤال الثاني

$\boxed{45 \text{ درجة}}$

-1

$(D^2+2)y = x^3 + x^2 + e^{-2x} + \cos 3x$

$m_{1,2} = \mp\sqrt{2}\,i \Rightarrow y_h(x) = c_1 \cos\sqrt{2}\,x + c_2 \sin\sqrt{2}\,x$

ملاحظة: لإيجاد الحل الخاص يمكن استخدام أي طريقة من الطرق المدروسة في المقرر

$y_p = \frac{1}{D^2+2}\left(x^3+x^2+e^{-2x}+\cos 3x\right) \Rightarrow$

$= \frac{1}{D^2+2}(x^3+x^2) + \frac{1}{D^2+2}e^{-2x} + \frac{1}{D^2+2}\cos 3x$

$= \ldots + \frac{1}{6}e^{-2x} - \frac{1}{7}\cos 3x$

$y(x) = y_h(x) + y_p(x)$

-2

$y = 6y^2 y'^2 + 3xy'$

نفرض $y' = p$

$x = \frac{y-6y^2p^2}{3p}$

$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{3p} - 4py - \left(\frac{y}{3p^2}+2y^2\right)\frac{dp}{dy} \Rightarrow 2p\left(\frac{1}{3p^2}+2y\right) = -y\left(\frac{1}{3p^2}+2y\right)\frac{dp}{dy}$

$-\frac{dp}{2p} = \frac{dy}{y} \Rightarrow \boxed{p\cdot y^2 = c}$

والحل العام

$\frac{y-6y^2p^2}{\ldots}$

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الثالثة 2018-2019

الدرجة: 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (54 درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلات التفاضلية التالية

.1

$$x\frac{dy}{dx} = x^2 + 3y$$

.2

$$y = (y' - 1)e^{y'}$$

.3

$$y'' = 2\sqrt{y'}$$

السؤال الثاني: (36 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

.1

$$y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x^2}$$

.2

$$y''' + 2y'' - 3y' = x + e^x$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /1/

لطلاب سنة رياضيات الدورة الثالثة 2018 - 2019

السؤال الأول

-1

$$x\frac{dy}{dx} = x^2 + 3y$$

ط1

$$-x\,dy + (x^2+3y)\,dx = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 3,\ \frac{\partial N}{\partial x} = -1 \Rightarrow \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = \frac{-4}{x} \Rightarrow$$ عامل التكامل تابع لـ x

$$\frac{d\mu}{\mu} = \frac{-4}{x}dx \Rightarrow \mu = \frac{1}{x^4} \quad (5) \Rightarrow -\frac{dy}{x^3} + \frac{dx}{x^2} + \frac{3y}{x^4}dx = 0 \Rightarrow \quad (5)$$

$$-\frac{1}{x} - \frac{y}{x^3} = c_1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{y}{x^3} = c \quad (1)$$

ط2

$$y' - \frac{3}{x}y = x$$

$$y_h = cx^3,\ y_p = x^2$$

-2

$$y = (y'-1)e^{y'}$$

(5) $\Leftarrow y' = p$

$$y = (p-1)e^p \quad (2)$$

$$(5)\quad p = \left((p-1)e^p + e^p\right)\frac{dp}{dx} = p\,e^p\frac{dp}{dx}$$

$$(5) \Rightarrow dx = e^p\,dp \Rightarrow x = e^p + c \quad (1) \Rightarrow p = \ln|x-c|$$

$$y = (\ln|x-c| - 1)(x-c)$$

-3

$$y'' = 2\sqrt{y'}$$

نفرض $y' = z$ (5)

$$\frac{dz}{2\sqrt{z}} = dx \Leftarrow z' = 2\sqrt{z} \quad (2) \Leftarrow y'' = z'$$

$$(5) \Rightarrow \sqrt{z} = x + c_1 \Rightarrow z = (x+c_1)^2 \Rightarrow y' = (x+c_1)^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = (x+c_1)^2\,dx \quad (5)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}(x+c_1)^3 + c_2 \quad (1)\ (1)$$

السؤال الثاني :

-1

$$y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x^2} \quad 7$$

$m^2 - 6m + 9 = 0 \Rightarrow m = 3$ مكرر $\Rightarrow y_h = (c_1 + c_2 x) e^{3x}$ 5

$$y_p = \left(c_1(x) + c_2(x)\cdot x\right) e^{3x} \quad 3$$

$$\left.\begin{aligned} (c_1' + c_2' x)\, e^{3x} &= 0 \\ (3c_1' + 3c_2' x + c_2')\, e^{3x} &= \frac{e^{3x}}{x^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} c_1' &= -c_2' x \\ c_1' &= -\frac{1}{x} \\ c_2' &= \frac{1}{x^2} \end{aligned} \quad 2 \quad \Bigg\} \Rightarrow \begin{aligned} c_1(x) &= -\ln x \\ c_2(x) &= -\frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$y_p(x) = (-\ln x - 1)\, e^{3x} \quad 1$$

$$y(x) = (c_1 + c_2 x) e^{3x} + (-\ln x - 1) e^{3x} \Rightarrow y(x) = (c_1 - 1) e^{3x} + c_2 x e^{3x} - \ln x\, e^{3x}$$

-2

$$y''' + 2y'' - 3y' = x + e^x \quad 5$$

$$m^3 - 2m^2 - 3m = 0 \Rightarrow m_1 = 0,\; m_2 = -3,\; m_3 = 1$$

$$y_h(x) = c_1 + c_2 e^{-3x} + c_3 e^x \quad 3$$

$$y_p(x) = \frac{1}{D(D+3)(D-1)}(x + e^x) = \frac{1}{D}\cdot\frac{1}{-3+2D+D^2}\, x + \frac{1}{D-1}\,\frac{1}{D(D+3)}\, e^x$$

1 1 1 1

$$= \frac{1}{D}\left(-\frac{1}{3} - \frac{2}{9}D\right) x + \frac{1}{D-1}\,\frac{e^x}{4} = \frac{1}{D}\left(-\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}\right) + \frac{x e^x}{4}$$

1

$$= -\frac{1}{6}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{1}{4}x e^x, \quad y(x) = y_h + y_p$$

انتهى

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الفصلية الأولى 2018-2019

الدرجة: 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (45 درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلات التفاضلية التالية

.1

$$(2x+3y+4)dx-(6x+9y+3)dy=0$$

.2 **بطريقة عامل التكميل**

$$\left(3x^2y+y^3+2xy^2\cos(x^2y)\right)dx+\left(2y^2x+x^2y\cos(x^2y)+1\right)dy=0$$

.3

$$y'''=2y'y''$$

السؤال الثاني: (45 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

.1

$$y''-2y'+y=\frac{e^x}{x^3}$$

.2

$$y^{(4)}+y''-2y=\sin x+xe^x$$

.3

$$y=4xy'+y'^2$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات /1/

سنة 2 رياضيات | 2018 - 2019 | ف 1

45

السؤال الأول:

1 -

15

$$(2x+3y+4)\,dx-(6x+9y+1)\,dy=0$$

نفرض $2x+3y=z \Leftarrow dy=\frac{1}{3}dz-\frac{2}{3}dx$

$$(3z+6)\,dx-(z+1)\,dz=0 \Rightarrow dx-\frac{z+1}{3z+6}\,dz=0 \Rightarrow x-\frac{1}{3}z+\frac{1}{3}\ln|3z+6|=$$

$$\Rightarrow x-\frac{1}{3}(2x+3y)+\frac{1}{3}\ln|6x+9y+6|=c$$

2 -

$$(3x^2y+y^3+2xy^2\cos(x^2y))\,dx+(2y^2x+x^2y\cos(x^2y)+1)\,dy=0$$

15

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y}-\frac{\partial N}{\partial x}}{-M}=-\frac{1}{y} \Rightarrow \mu=\frac{1}{y} \Rightarrow$$

$$3x^2\,dx+(y^2dx+2yx\,dy)+(2xy\cos(x^2y)\,dx+x^2\cos(x^2y)\,dy)+\frac{1}{y}\,dy=0 \Rightarrow$$

$$x^3+y^2x+\sin x^2y+\ln y=c$$

3 - $y''=2y'y$

نفرض $y'=z \Leftarrow y''=z' \;,\; y'=z$

$z''=2zz'$ خالية من المتحول x $\Leftarrow y'''=z''$

نفرض $z'=u$ ونشتق ونعوض

15

$$z'=z^2+c_1^2 \Leftarrow z''=\dots$$

$$\frac{dz}{z^2+c_1^2}=dx \Rightarrow \arctan\frac{z}{c_1}=c_1x+c_2 \Rightarrow \frac{z}{c_1}=\tan(c_1x+c_2) \Rightarrow$$

$$dy=c_1\left(\frac{\sin(c_1x+c_2)}{\cos(c_1x+c_2)}\right)dx \Rightarrow y=-\ln|\cos(c_1x+c_2)|+c_3$$

45

السؤال الثاني

1 -

$$y''-2y'+y=\frac{e^x}{x^3} \Rightarrow m^2-2m+1=0 \Rightarrow m=1 \text{ مكرر}$$

15

$$y_h=(c_1+c_2x)e^x \qquad y_p=(c_1(x)+c_2(x)\cdot x)e^x$$

بالاشتقاق والتعويض:

$$c_1=\frac{1}{x}\,,\quad c_2=-\frac{1}{2x^2}$$

$$\Rightarrow y(x)=(c_1+c_2x)e^x+\frac{1}{2x}e^x$$

2 -

$$y^{(4)}+y''-2y=\sin x+xe^x \Rightarrow m^4+m^2-2=0 \Rightarrow m_1=1,\ m_2=-1$$

15

$$m_{3,4}=\mp\sqrt{2}\,i$$

$$y_h(x)=c_1e^x+c_2e^{-x}+c_3\cos\sqrt{2}x+c_4\sin\sqrt{2}x$$

بالاشتقاق والتعويض

$$y_p=A_1\sin x+A_2\cos x+(Ax+B)xe^x \Rightarrow A_1=-\frac{1}{2}\,,\ A_2=0\,,\ A=\frac{1}{12}\,,\ B=-\frac{7}{36}$$

$$y(x) = c_1 e^{x} + c_2 e^{-x} - \frac{1}{2}\sin x + \left(\frac{1}{12}x^2 - \frac{7}{36}x\right)e^{x}$$

$$y = 4xy' + y'^2$$

(15) نفرض $y' = p \Leftarrow$

$$y = 4xp + p^2$$

$$p = \frac{dy}{dx} = 4p + (4x + 2p)\frac{dp}{dx} \Rightarrow \frac{dx}{dp} + \frac{4}{3p}x = -\frac{2}{3} \Rightarrow \mu = p^{4/3}$$

$$x = p^{-4/3}\left(c + \left(\frac{-2}{3}\right)\frac{p^{7/3}}{7/3}\right), \quad y = 4xp + p^2.$$

انتهى القسم

سلم تصحيح

1

جامعة طرطوس	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ١ >	الدرجة: ٩٠
كلية العلوم	لطلاب السنة الثانية	المدة: ساعتين
قسم الرياضيات	الفصل الثاني للعام الدراسي ٢٠١٧-٢٠١٨	

السؤال الأول: (٤٠ درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلات التفاضلية التالية

١. $$(2x+3y)dx+(y-x)dy=0$$

٢. **بطريقة عامل التكميل**

$$(2xy^4e^y+2xy^3+y)dx+(x^2y^4e^y-x^2y^2-3x)dy=0$$

السؤال الثاني: (٥٠ درجة)

أوجد **الحل العام** للمعادلات التفاضلية التالية:

١. $$(D^2-2D+3)y=x^3+\sin x$$

٢. $$y''+y=x\cos x$$

٣. $$y=(y'-1)e^{y'}$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /1

لطلاب س2 رياضيات 2017 - 2018 ف2

السؤال الأول: $\boxed{40}$

.1

$$(2x+3y)dx+(y-x)dy=0$$

معادلة متجانسة لذلك نفرض $z=\frac{y}{x} \Leftarrow y=zx$ ، $dy=z\,dx+x\,dz$

$$(2x+3xz+xz^2-xz)dx+(z-1)x^2dz=0 \Rightarrow x(2+2z+z^2)dx+x^2(z-1)dz=0$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{x}+\frac{z-1}{z^2+2z+2}dz=0 \Rightarrow \frac{dx}{x}+\frac{1}{2}\left(\frac{2z+2}{z^2+2z+2}-\frac{2}{z^2+2z+2}\right)dz=0$$

$$\ln x+\frac{1}{2}\ln(z^2+2z+2)-2\arctan(z+1)=c$$

.2

$$(2xy^4e^y+2xy^3+y)dx+(x^2y^4e^y-x^2y^2-3x)dy=0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}=8xy^3e^y+2xy^4e^y+6xy^2+1 \quad , \quad \frac{\partial N}{\partial x}=2xy^4e^y-2xy^2-3$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}-\frac{\partial N}{\partial x}=8xy^3e^y+8xy^2+4 \Rightarrow \frac{\frac{\partial M}{\partial y}-\frac{\partial N}{\partial x}}{-M}=-\frac{4}{y} \Rightarrow \mu(y)=\frac{1}{y^4}$$

نضرب بعامل المكامل

$$\left(2xe^y+\frac{2x}{y}+\frac{1}{y^3}\right)dx+\left(x^2e^y-\frac{x^2}{y^2}-\frac{3x}{y^4}\right)dy=0 \Rightarrow$$

$$(2xe^ydx+x^2e^ydy)+\left(\frac{2x}{y}dx-\frac{x^2}{y^2}dy\right)+\left(\frac{1}{y^3}dx-\frac{3x}{y^4}dy\right)=0$$

$$x^2e^y+\frac{x^2}{y}+\frac{x}{y^3}=c$$

السؤال الثاني: $\boxed{50}$

.1

$$(D^2-2D+3)y=x^3+\sin x$$

$$m^2-2m+3=0 \Rightarrow m_{1,2}=1\mp i\sqrt{2}$$

$$y_h=e^x(c_1\cos\sqrt{2}x+c_2\sin\sqrt{2}x)$$

$$\left.\begin{array}{l} 3\,|\; y_p=Ax^3+Bx^2+Cx+D+F\sin x+G\cos x \\ -2\,|\; y_p'=3Ax^2+2Bx+C+F\cos x-G\sin x \\ 1\,|\; y_p''=6Ax+2B-F\sin x-G\cos x \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 3A=1 \Rightarrow A=\frac{1}{3} \\ 3B-6A=0 \Rightarrow B=\frac{2}{3} \\ C=\frac{2}{9} \quad , \quad D=\frac{-8}{27} \\ F=G=\frac{1}{4} \end{array}$$

.2

$$y''+y=x\cos x \Rightarrow (D^2+1)y=x\cos x \Rightarrow m^2+1=0 \Rightarrow m=\mp i$$

$$y_h=c_1\cos x+c_2\sin x \quad , \quad y_p(x)=\frac{1}{D^2+1}(x\cos x)=\frac{1}{D^2+1}\left(x\,\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y_p=\frac{1}{2}e^{ix}\frac{1}{D(D+2i)}x+\frac{1}{2}e^{-ix}\frac{1}{D(D-2i)}x=\frac{1}{2}e^{ix}\frac{1}{D}\left(\frac{1}{2i}+\frac{1}{4}D\right)x+\frac{1}{2}e^{-ix}\frac{1}{D}\left(\frac{1}{2i}-\frac{1}{4}D\right)x$$

$$=\frac{1}{2}e^{ix}\left(\frac{1}{4i}x^2+\frac{1}{4}x\right)+\frac{1}{2}e^{-ix}\left(\frac{1}{4i}x^2-\frac{1}{4}x\right)=\frac{1}{4i}x^2\cos x+\frac{i}{4}x\sin x$$

$$y=y_h+y_p$$

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الفصلية الأولى 2017-2018

الدرجة: 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (45 درجة)

أولاً: أوجد التكامل العام للمعادلات التفاضلية التالية

.1 $$(x^3+y^3)dx-xy^2dy=0$$

.2 $$(y-xy^2)dx-(x+x^2y)dy=0$$

ثانياً: أوجد أسرة المنحنيات المعامدة للأسرة التالية $x^2+2y^2=c$

السؤال الثاني: (45 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

.1

$$y'''^2+xy'''-y''=0$$

.2

$$y''-2y'=e^x\sin x$$

.3

$$y''-6y'+9y=\frac{e^{3x}}{x^2}$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

2018 - 2017

45

السؤال الأول :

أولاً : 1-

$$(x^3+y^3)\,dx - xy^2\,dy = 0$$

معادلة متجانسة يمكن حلها بطريقة عامل التكميل

$$\mu = \frac{1}{xM+yN} = \frac{1}{x^4+xy^3-xy^3} = \frac{1}{x^4} \Rightarrow \frac{dx}{x} + \left(\frac{y^3dx}{x^4} - \frac{y^2dy}{x^3}\right) = 0$$

$$\ln x - \frac{y^3}{3x^3} = c$$

2-

$$(y - xy^2)\,dx - (x+x^2y)\,dy = 0$$

$$y(1-xy)\,dx - x(1+xy)\,dy = 0$$

نفرض $xy = z \Leftarrow y = \frac{z}{x}$

$$dy = \frac{x\,dz - z\,dx}{x^2}$$

$$\frac{z}{x}(1-z)\,dx - x(1+z)\left(\frac{x\,dz - z\,dx}{x^2}\right) = 0$$

$$\big(z(1-z) + z(1+z)\big)dx - x(1+z)\,dz = 0$$

$$\frac{2\,dx}{x} - \frac{(1+z)}{z}\,dz = 0 \Rightarrow 2\ln x - \ln z - z = \ln c$$

$$\frac{x^2}{z}e^{-z} = c \Rightarrow x^2 = c\,z\,e^{z}$$

$$\Rightarrow x^2 = c\,x.y\,e^{x.y}$$

ثانياً :

$$x^2+2y^2 = c$$

$$2x\,dx + 4y\,dy = 0$$

$$\Leftarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-x}{2y} \Leftarrow$$

ميل المماس لأسرة المنحنيات المعامدة هو

$$\Leftarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{2\,dx}{x} \Rightarrow \ln y - 2\ln x = \ln c \Rightarrow$$

أسرة المنحنيات المعامدة هي

$$y = cx^2$$

السؤال الثاني :

1-

$$y''' + xy''' - y'' = 0$$

نفرض $y'' = z \Leftarrow y''' = z'$

$$z'^2 + xz' - z = 0 \Rightarrow z = xz' + z'^2$$

معادلة كليرو

نفرض $p = z'$

$$z = xp + p^2 \quad , \quad p = c_1 \Leftarrow z = c_1x + c_1^2$$

$$\Leftarrow y'' = c_1x + c_1^2 \Leftarrow y' = c_1\frac{x^2}{2} + c_1^2x + c_2$$

$$y = c_1\frac{x^3}{6} + c_1^2\frac{x^2}{2} + c_2x + c_3$$

$$y'' - 2y' = e^x \sin x$$ -2

$m^2 - 2m = 0 \Rightarrow m_1 = 0, m_2 = 2$

$y_h = c_1 + c_2 e^{2x}$

15

$y_p = e^x(B\sin x + C\cos x)$

2 $y_p' = e^x(B\sin x + C\cos x) + e^x(B\cos x - C\sin x)$

$y_p'' = e^x(B\cos x - C\sin x) + e^x(B\cos x - C\sin x)$

$+ e^x(B\sin x + C\cos x) + e^x(-B\sin x - C\cos x)$

$= 2Be^x\cos x - 2Ce^x\sin x$

$2Be^x\cos x - 2Ce^x\sin x - 2Be^x\sin x - 2Ce^x\cos x$

$-2Be^x\cos x + 2Ce^x\sin x = e^x\sin x$

$C = 0, \quad B = -\frac{1}{2}$

$y_p = -\frac{1}{2}e^x\sin x \Rightarrow y(x) = c_1 + c_2e^{2x} - \frac{1}{2}e^x\sin x$

-3

$$y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x^2}$$

$m^2 - 6m + 9 = 0 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow y_h = c_1 + c_2 x e^{3x}$

15

$y_p = (c_1(x) + c_2(x) \cdot x)e^{3x}$

$$\left.\begin{aligned} (c_1' + c_2'x)e^{3x} &= 0 \\ (3c_1' + 3c_2'x + c_2')e^{3x} &= \frac{e^{3x}}{x^2} \end{aligned}\right\} \quad c_1' = -c_2'x$$

$$\left.\begin{aligned} c_1' &= -\frac{1}{x} \\ c_2' &= \frac{1}{x^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} c_1(x) &= -\ln x \\ c_2(x) &= -\frac{1}{x} \end{aligned}$$

$y_p(x) = (-\ln x - 1)e^{3x}$

$y(x) = (c_1 + c_2x)e^{3x} + (-\ln x - 1)e^{3x}$

$\Rightarrow y(x) = C$

آفاق

بسم الله تصحيح

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الرياضيات	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ١ > لطلاب السنة الثانية الدورة الفصلية الثالثة ٢٠١٦-٢٠١٧	الدرجة: ٧٥ المدة: ساعتان

السؤال الأول: (٤٠ درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلات التفاضلية التالية

١. $$(2x+3y+1)dx+(10x+15y+4)dy=0$$

٢. **بطريقة عامل التكميل**

$$(xy^2)dx+(x^2y^2+x^2y)dy=0$$

٣.

$$y^2y'^2-(x^2+xy^3)y'+x^3y=0$$

السؤال الثاني: (٣٥ درجة)

أوجد **الحل العام** للمعادلتين التاليتين:

١.

$$\left(D^2-4\right)y=x^2e^{3x}$$

٢.

$$y^{(4)}+2y^{(3)}-3y''=x^2+4\sin x$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

17. آفاق سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /1/ سنة رياضيات

السؤال الأول: 1.

$(2x+3y+1)dx + (10x+15y+4)dy = 0$

$2x+3y+1=0$, $10x+15y+4=0$ — مستقيمات متوازية 2 $\Rightarrow$ نفرض 2 $\left.\begin{array}{l} z = 2x+3y \\ dz = 2dx+3dy \end{array}\right\} \Rightarrow (z+1)\,dx + (5z+4)\left(\dfrac{dz-2dx}{3}\right)=0$ 2

$dx - \dfrac{5z+4}{7z+5}dz = 0 \Rightarrow dx - \dfrac{5}{7}dz - \dfrac{3/7}{7z+5}dz = 0 \Rightarrow x - \dfrac{5}{7}z - \dfrac{3}{49}\ln(7z+5) = c$ 2 2

$\Rightarrow x - \dfrac{5}{7}(2x+3y) - \dfrac{3}{49}\ln(14x+21y$

2.

$(xy^2)dx + (x^2y^2 + x^2y)dy = 0$ 5

$\dfrac{\partial M}{\partial y} = 2xy$, $\dfrac{\partial N}{\partial x} = 2xy^2 + 2xy \Rightarrow \dfrac{\partial M}{\partial y} - \dfrac{\partial N}{\partial x} = 2xy^2$

$\Rightarrow \dfrac{\dfrac{\partial M}{\partial y} - \dfrac{\partial N}{\partial x}}{-M} = 2 \Rightarrow \mu = e^{\int 2dy} = e^{2y}$ 5 2

نضرب بعامل التكامل

$xy^2e^{2y}dx + (x^2y^2e^{2y} + x^2ye^{2y})dy = 0 \Rightarrow x^2y^2e^{2y} = c$ 2 1

3.

$y^2y'^2 - (x^2+xy^3)y' + x^3y = 0$ 3

$y'=p \Rightarrow y^2p^2 - (x^2+xy^3)p + x^3y = 0$, $\Delta = (x^2-xy^3)^2$ 3

$p_1 = \dfrac{x^2}{y^2}$, $p_2 = xy \Rightarrow \left|\begin{array}{l} y^2dy = x^2dx \Rightarrow y^3 - x^3 - c = 0 \\ \dfrac{dy}{y} = x\,dx \Rightarrow \ln y - \dfrac{x^2}{2} - c = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ 3 3 3

$(y^3 - x^3 - c)\left(\ln y - \dfrac{x^2}{2} - c\right) = 0$ 2

السؤال الثاني: 1.

$(D^2-4)y = x^2e^{3x} \Rightarrow y_h = c_1e^{2x} + c_2e^{-2x}$ 5 ($m^2-4=0$)

$y_p = \dfrac{1}{D^2-4}(x^2e^{3x}) = e^{3x}\dfrac{1}{(D+3)^2-4}x^2 = e^{3x}\dfrac{1}{D^2+6D+5}x^2$ 2 2 2 2

$= e^{3x}\left(\dfrac{1}{5} - \dfrac{6}{25}D + \dfrac{31}{125}D^2\right)x^2 = e^{3x}\left(\dfrac{x^2}{5} - \dfrac{12}{25}x + \dfrac{62}{125}\right) \Rightarrow y = y_h + y_p$ 2 1

2.

$y^{(4)} + 2y''' - 3y'' = x^2 + 4\sin x$ (2)

$m^4 + 2m^3 - 3m^2 = 0 \Rightarrow m_{1,2} = 0,\ m_3 = 1,\ m_4 = -3$ (5)

$y_h = c_1 + c_2 x + c_3 e^{x} + c_4 e^{-3x}$ (5)

$y_p = x^2(Ax^2 + Bx + C) + E\sin x + F\cos x$ (2)

بالاستعاضة والتبسيط نجد

$A = -\frac{1}{36},\ B = \frac{-2}{27},\ C = \frac{-7}{27},\ E = \frac{4}{5},\ F = \frac{2}{5}$ (2)

$y = c_1 + c_2 x + c_3 e^{x} + c_4 e^{-3x} + x^2\left(-\frac{1}{36}x^2 - \frac{2}{27}x - \frac{7}{27}\right)$ (1)

$+ \frac{4}{5}\sin x + \frac{2}{5}\cos x$

بسام تصبيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ١ >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الفصلية الثانية ٢٠١٦-٢٠١٧

الدرجة: ٧٥
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (٣٠ درجة)

أولاً: أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$xy' - y = \frac{x}{2y}$$

ثانياً: أوجد المسارات المتعامدة مع مجموعة المستقيمات

$$y = cx$$

السؤال الثاني: (١٥ درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$y = x(1 + y') + y'^3$$

السؤال الثالث: (٣٠ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

١.

$$(D^2 + 1)y = 3e^x(x + 1) + \sin 2x$$

٢.

$$y''' + 2y'' - 3y' = x + e^x$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر: د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /1/

الدورة الفصلية الثانية 2016 - 2017

30

السؤال الأول :

أولاً :

$$xy' - y = \frac{x}{2y}$$

$$2yy' - \frac{1}{x}y^2 = 1$$

نفرض $y^2 = z \Rightarrow z' = 2yy'$ (5)

$$z' - \frac{2}{x}z = 1 \text{ (5)} \Rightarrow \mu = \frac{1}{x^2} \Rightarrow z = x^2\left(c + \int \frac{1}{x^2}dx\right) \text{ (4)}$$

$$= cx^2 - \frac{1}{x}x^2 = cx^2 - x$$

$$\Rightarrow y^2 = cx^2 - x \text{ (1)}$$

ثانياً : المسارات المتعامدة مع $y = cx$ هي

$$y' = c = \frac{y}{x} \text{ (5)}$$

$$\Leftarrow y' = -\frac{x}{y} \text{ (5)}$$

$$ydy + xdx = 0 \text{ (4)} \Rightarrow x^2 + y^2 = k \text{ (1)}$$

وهي المسارات المطلوبة

15

السؤال الثاني :

$$y = x(1+y') + y'^3$$

$$y' = p \text{ (5)} \Rightarrow y = x(1+p) + p^3 \Rightarrow p = (1+p) + x\frac{dp}{dx} + 3p^2\frac{dp}{dx} \text{ (2)}$$

$$\frac{dx}{dp} + x + 3p^2 = 0 \Rightarrow \frac{dx}{dp} + x = -3p^2 \text{ (3)} \quad \mu = e^p$$

$$x = e^{-p}\left(c + \int -3p^2 e^p\right) \text{ (4)} = ce^{-p} - 3p^2 + 6p - 6 \text{ (1)}$$

$$y = x(1+p) + p^3$$

30

السؤال الثالث :

-1

$$(D^2+1)y = 3e^x(x+1) + \sin 2x$$

$$m^2 + 1 = 0 \text{ (2)} \Rightarrow m = \mp i \Rightarrow y_h = c_1\cos x + c_2\sin x \text{ (5)}$$

$$y_p(x) = \frac{1}{D^2+1}\left(3e^x(x+1) + \sin 2x\right) \text{ (5)} = 3e^x\frac{1}{(D+1)^2+1}(x+1) \text{ (1)} + \frac{1}{-4+1}\sin 2x \text{ (1)}$$

$$= 3e^x\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}D\right)(x+1) - \frac{1}{3}\sin 2x = \frac{3}{2}xe^x - \frac{1}{3}\sin 2x \quad , \quad y(x) = y_h + y_p$$

-2

-2

$$y''' + 2y'' - 3y' = x + e^{x} \quad (3)$$

$$m^3 + 2m^2 - 3m = 0 \Rightarrow m(m^2 + 2m - 3) = 0 \Rightarrow m_1 = 0,\ m_2 = -3,\ m_3 = 1$$

$$y_h(x) = c_1 + c_2 e^{-3x} + c_3 e^{x} \quad (5)$$

$$y_p = \frac{1}{D(D+3)(D-1)}(x + e^{x}) \ (5) = \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{-3 + 2D + D^2}\, x + \frac{1}{D-1}\, \frac{1}{D(D+3)}\, e^{x}$$

$$= \frac{1}{D}\left(-\frac{1}{3} - \frac{2}{9}D\right)x + \frac{1}{D-1}\,\frac{e^{x}}{4} = \frac{1}{D}\left(-\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}\right) + \frac{e^{x}}{4}x$$

$$= -\frac{1}{6}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{1}{4}x e^{x} \quad (1), \qquad y(x) = y_h + y_p \quad (1)$$

ملاحظة: يمكن ايجاد الحل الخاص بأي طريقة يختارها الطالب صحيحة

انتهى السلم

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 > الدرجة: ٧٥
لطلاب السنة الثانية المدة: ساعتان
الدورة الفصلية الأولى ٢٠١٦-٢٠١٧

السؤال الأول: (٣٥ درجة)
أوجد التكامل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين

١.
$$(x^2+y^2)dx-2xydy=0$$

٢.
$$y^2y'^2-(x^2+xy^3)y'+x^3y=0$$

السؤال الثاني: (٤٠ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

١.
$$y''+2y'+y=e^{2x}$$

٢.
$$y^{(4)}+2y^{(3)}+3y''=x^{-2}+4\sin x$$

٣.
$$y''+y=\frac{1}{\cos x}$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر: د. منال حسين

آفاق

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /1/ سنة ثانية رياضيات

ص 1   2017 - 2016

35

السؤال الأول:

$\boxed{1}$ $(x^2+y^2)\,dx - 2xy\,dy = 0$

المعادلة متجانسة للحل نفرض

$y = xdz + zdx$ ، $y = zx$ $\Leftarrow$ $z = \frac{y}{x}$

$x^2(1+z^2)\,dx - 2x^2z(xdz + zdx) = 0 \Rightarrow x^2(1-z^2)\,dx - 2x^3z\,dz = 0$

$\frac{dx}{x} - \frac{2z}{1-z^2}\,dz = 0 \Rightarrow \ln|x| + \ln|1-z^2| = \ln c \Rightarrow x(1-z^2) = c \Rightarrow$

$x\left(1 - \frac{y^2}{x^2}\right) = c$

$\boxed{2}$ $y^2y'^2 - (x^2+xy^3)y' + x^3y = 0$

$y' = p \Rightarrow y^2p^2 - (x^2+xy^3)p + x^3y = 0$ ، $\Delta = (x^2 - xy^3)^2 \Rightarrow$

$p_1 = \frac{x^2}{y^2}$ ، $p_2 = xy \Rightarrow y^2dy = x^2dx$ ، $\frac{dy}{y} = x\,dx \Rightarrow$

$y^3 - x^3 - c = 0$ $\ln y - \frac{x^2}{2} - c = 0$

$(y^3 - x^3 - c)\left(\ln y - \frac{x^2}{2} - c\right) = 0$

40

السؤال الثاني

$\boxed{1}$ $y'' + 2y' + y = e^{2x}$

$m^2 + 2m + 1 = 0 \Rightarrow m_{1,2} = -1 \Rightarrow y_h = (c_1 + c_2x)\,e^{-x}$ ،

$\left.\begin{array}{l} y_p = Ae^{2x} \\ y' = 2Ae^{2x} \\ y'' = 4Ae^{2x} \end{array}\right\} \Rightarrow 9A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{9} \Rightarrow y = (c_1 + c_2x)e^{-x} + \frac{1}{9}e^{2x}$

$\boxed{2}$ $y^{(4)} + 2y^{(3)} - 3y'' = x^2 + 3e^{2x} + 4\sin x$

$m^4 + 2m^3 - 3m^2 = 0 \Rightarrow m_{1,2} = 0$ ، $m_3 = 1$ ، $m_4 = -3$

$y_h = c_1 + c_2x + c_3e^{x} + c_4e^{-3x}$ ، $y_p = x^2(Ax^2 + Bx + C) + E\sin x + F\cos x$

بالاشتقاق والتعويض في المعادلة [illegible]

$A = -\frac{1}{36}$ ، $B = -\frac{2}{27}$ ، $C = -\frac{7}{27}$

[illegible] $+ c_3e^{x} + c_4e^{-3x} + x^2\left(-\frac{1}{36}x^2 - \frac{2}{27}x - \frac{7}{27}\right)$ [illegible]

$$y'' + y = \frac{1}{\cos x}$$

$$m^2 + 1 = 0 \Rightarrow m = \mp i \Rightarrow y_h = c_1 \cos x + c_2 \sin x$$

باستخدام طريقة لاغرانج

$$y_p = c_1(x)\cos x + c_2(x)\sin x$$

وبفرض

$$c_1' \cos x + c_2' \sin x = 0$$

نجد

$$-c_1' \sin x + c_2' \cos x = \frac{1}{\cos x}$$

بالحل المشترك نجد

$$c_1' = \frac{-\sin x}{\cos x}$$

$$c_1 = \ln \cos x$$

$$c_2' = 1 \Rightarrow c_2 = x$$

$$y_p = \cos x \ln \cos x + x \sin x$$

$$\Rightarrow y = c_1 \cos x + c_2 \sin x + \cos \ln \cos x + x \sin x$$

ملاحظة: يمكن للطالب استخدام طريقة المؤثر التفاضلي او طريقة لاغرانج او طريقة المعاملات غير المعينة في كل من $\boxed{1}$ ، $\boxed{2}$ من السؤال الثالث

انتهى السلم

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر : معادلات تفاضلية ١ >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الاضافية ٢٠١٥-٢٠١٦م

الدرجة: ٧٥
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (٢٠ درجة)

بطريقة عامل التكميل أوجد حل المعادلة التفاضلية التالية

$$(xy^2)dx+(x^2y^2+x^2y)dy=0$$

السؤال الثاني: (٢٠ درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$xy'-y=xy^{-1}$$

السؤال الثالث: (٣٥ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

١. $$(D^3-1)(D-1)^2y=x+e^x$$

٢. $$y''-y'-2y=\sin 2x$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر د. منال حسين

2015 - 2016

الدورة الاضافية

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /1/

السؤال الأول (20 درجة)

$$(xy^2)\,dx + (x^2y^2 + x^2y)\,dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2xy \,,\quad \frac{\partial N}{\partial x} = 2xy^2 + 2xy \quad (5)$$

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{-M} = \frac{-2xy^2}{-M} = 2 \Rightarrow \mu = e^{\int 2\,dy} = e^{2y} \quad (5)\ (5)$$

نضرب بعامل التكميل (3)

$$xy^2 e^{2y}\,dx + (x^2y^2 e^{2y} + x^2 y e^{2y})\,dy = 0$$

$$x^2 y^2 e^{2y} = c \quad (2)$$

السؤال الثاني (20 درجة)

$$xy' - y = xy^{-1}$$

$$yy' - \frac{1}{x}y^2 = 1 \quad (6) \quad z = y^2 \text{ نفرض}$$

$$z' = 2yy'$$

$$\frac{1}{2}z' - \frac{1}{x}z = 1 \Rightarrow z' - \frac{2}{x}z = 2 \quad (6) \,,\ \mu = \frac{1}{x^2} \,,\ z = x^2\left(c + \int \frac{2}{x^2}\,dx\right)$$

$$= cx^2 - \frac{2}{x}\cdot x^2$$

$$\Rightarrow y^2 = cx^2 - 2x \quad (2)$$

حل 2

$$y^2 = cx^2 - 2x \Leftarrow z^2 = \frac{-2}{x} + c_1 \Leftarrow z\,dz = \frac{dx}{x^2} \Leftarrow z = \frac{y}{x} \quad (2)\ (6)\ (6)\ (6)$$

السؤال الثالث: (35 درجة)

$$(D^3 - 1)(D-1)^2 y = x + e^x$$

$$(5)\quad (m^3 - 1)(m-1)^2 = 0 \Rightarrow (m-1)(m^2+m+1)(m-1)^2 = 0$$

$$m_{1,2,3} = 1 \text{ مكرر ثلاث مرات} \quad (5)$$

$$m^2 + m + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = -3 \Rightarrow m_{4,5} = \frac{-1 \mp i\sqrt{3}}{2}$$

$$y_h(x) = (c_1 + c_2 x + c_3 x^2)e^x + e^{-\frac{1}{2}x}\left(c_4 \cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_5 \sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) \quad (5)$$

$$(3)$$

$$y_p(x) = \frac{1}{(D^3-1)(D-1)^2}x + \frac{1}{(D^3-1)(D-1)^2}e^x = \frac{1}{-1+2D-D^2+D^3-2D^4+D^5}x + \frac{1}{(D-1)^3(D^2+D+1)}e^x$$

$$= (-1-2D)x + \frac{1}{(D-1)^3}\frac{e^x}{3} = -x-2 + \frac{1}{3}\frac{e^x x^3}{|3|} \quad (10) \,,\ y(x) = y_h + y_p \quad (10)$$

$$y'' - y' - 2y = \sin 2x$$

(5) $m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow m_1 = -1 \;,\; m_2 = 2 \Rightarrow y_h(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x}$ (2) (3)

(3) $y_p = A\sin 2x + B\cos 2x$

بالتعويض نجد

(4) $A = -\frac{3}{20} \;,\; B = \frac{1}{20}$

(1) $y = y_h + y_p$

انتهى السؤال

جامعة تشرين كلية العلوم الثانية قسم الرياضيات	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ١ > لطلاب السنة الثانية الدورة الفصلية الثانية ٢٠١٥-٢٠١٦	الدرجة: ٧٥ المدة: ساعتان

السؤال الأول: (٣٠ درجة)

أولاً: أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$xy' - y = xy^{-1}$$

ثانياً: أوجد المسارات المتعامدة مع مجموعة المستقيمات

$$y = cx$$

السؤال الثاني: (١٥ درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$y'^2 + \frac{y}{x}y' - 2\frac{y^2}{x^2} = 0$$

السؤال الثالث: (٣٠ درجة)

أوجد **الحل العام** للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

١- $$\left(D^2 - 4\right)y = x^2 e^{3x}$$

٢- $$y'' - y' - 2y = \sin 2x$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /1/

2016 - 2015

لطلاب سنة 2 رياضيات ف 2

30

السؤال الأول :

أولاً :

$$xy' - y = xy^{-1}$$

10

$$yy' - \frac{1}{x}y^2 = 1 \quad \text{نفرض } y^2 = z \Rightarrow z' = 2yy' \Rightarrow$$

3

$$\frac{1}{2}z' - \frac{1}{x}z = 1 \Rightarrow z' - \frac{2}{x}z = 2 \quad , \mu = \frac{1}{x^2} \; , \; z = x^2\left(c + \int \frac{2}{x^2}dx\right)$$

$$= cx^2 - \frac{2}{x} \cdot x^2$$

2

$$\Rightarrow y^2 = cx^2 - 2x$$

$$\boxed{y^2 = cx^2 - 2x \Leftarrow z^2 = -\frac{2}{x} + c_1 \; , \; 2 \Leftarrow z\,dz = \frac{dx}{x^2} \Leftarrow z = \frac{y}{x} \quad \text{2 طريقة}}$$

ثانياً : المسارات المتعامدة مع $\boxed{\begin{matrix} y = cx \\ y' = c = \frac{y}{x} \end{matrix}}$ 10 ميلها هو $y' = -\frac{x}{y}$ 3 $\Leftarrow$

2

$$y\,dy + x\,dx = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = k$$

هي المسارات المطلوبة

15

السؤال الثاني :

8

$$y'^2 + \frac{y}{x}y' - \frac{2y^2}{x^2} = 0 \qquad y' = p$$

$$p^2 + \frac{y}{x}p - \frac{2y^2}{x^2} = 0$$

2

$$\left(p - \frac{y}{x}\right)\left(p + \frac{2y}{x}\right) = 0 \Rightarrow$$

2

$$p = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x} \Rightarrow y = cx$$

$$p + \frac{2y}{x} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{-2dx}{x} \Rightarrow \ln y = -2\ln x + \ln c$$

$$\Rightarrow y = \frac{c}{x^2}$$

2

1

$$(y - cx)\left(y - \frac{c}{x^2}\right) = 0$$

30

السؤال الثالث :

10

-1

$$(D^2 - 4)y = x^2 e^{3x} \Rightarrow y_h = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$$

3

$$y_p = \frac{1}{D^2 - 4}(x^2 e^{3x}) = e^{3x}\frac{1}{(D+3)^2 - 4}x^2 = e^{3x}\frac{1}{D^2 + 6D + 5}x^2$$

2

$$= e^{3x}\left(\frac{1}{5} - \frac{6}{25}D + \frac{31}{125}D^2\right)x^2 = e^{3x}\left(\frac{x^2}{5} - \frac{12}{25}x + \frac{62}{125}\right)$$

$$y = y_h + y_p$$

-2

10

$$y'' - y' - 2y = \sin 2x \Rightarrow y_h = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x}$$

3

$$y_p = A\sin 2x + B\cos 2x \quad ; A = \frac{-3}{20}$$

2

$$B = \frac{1}{20}$$

$y = y_h + y_p$

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ١ >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الفصلية الأولى ٢٠١٥-٢٠١٦

الدرجة: ٧٥
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (٣٠ درجة)

أولاً: بطريقة عامل التكميل أوجد حل المعادلة التفاضلية التالية

$$(xy^2)dx+(x^2y^2+x^2y)dy=0$$

ثانياً: أوجد حل المعادلة التفاضلية التالية

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x+y-1}$$

السؤال الثاني: (١٥ درجة)

أوجد حل المعادلة التفاضلية التالية

$$y=2xy'-y'^3$$

السؤال الثالث: (٣٠ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

١. $$(D^2-2D+1)y=x$$

٢. $$y'''-6y''+11y'-6y=2xe^{-x}$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية 1
الدورة الفصلية الأولى ٢٠١٥-٢٠١٦

$(x y^2)\,dx + (x^2 y^2 + x^2 y)\,dy = 0$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2xy^2 \quad \textcircled{5}$ ، $\frac{\partial N}{\partial x} = 2xy^2 + 2xy \quad \textcircled{5}$

$\dfrac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{-M} = \frac{-2xy^2}{-M} = 2 \quad \textcircled{3} \Rightarrow \mu = e^{\int 2\,dy} = e^{2y} \quad \textcircled{3}$

ضرب بعامل التكامل $\textcircled{2}$

$xy^2 e^{2y}\,dx + (x^2y^2 e^{2y} + x^2 y e^{2y})\,dy = 0$

$x^2 y^2 e^{2y} = c \quad \textcircled{2} \Rightarrow x^2 y^2 = c\,e^{-2y} \Rightarrow 2\ln xy = \ln c - 2y$

$\Rightarrow \ln xy = c_1 - y \quad ; \quad c_1 = \frac{\ln c}{2}$

مكتبة الشروق

ثانياً:

نفرض

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+y-1}$

$z = x + y - 1 \quad \textcircled{3}$

$dz = dx + dy$

$\textcircled{1} \quad \frac{dz}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx}$

$\frac{dz}{dx} - 1 = \frac{1}{z} \quad \textcircled{2} \Rightarrow z\,dz - (z+1)\,dx = 0 \Rightarrow$

$\frac{z}{z+1}\,dz - dx = 0 \quad \textcircled{2} \Rightarrow dz - \frac{dz}{z+1} - dx = 0 \Rightarrow$

$z - \ln|z+1| - x = c \quad \textcircled{1} \Rightarrow x + y - 1 - x - \ln(x+y-1+1) = c \quad \textcircled{1} \Rightarrow$

$y - 1 - \ln|x+y| = c$

السؤال الثاني:

$y = 2xy' - y'^3$

$y' = p \Rightarrow \quad \textcircled{3} \quad y = 2xp - p^3 \quad \textcircled{3} \Rightarrow p = 2p + 2x\frac{dp}{dx} - 3p^2\frac{dp}{dx} \quad \textcircled{3}$

$\Rightarrow \frac{dx}{dp}p = -2x + 3p^2 \Rightarrow \frac{dx}{dp} + \frac{2}{p}x = 3p \quad \textcircled{2} \Rightarrow \mu = e^{\int \frac{2}{p}dp} = p^2 \quad \textcircled{2}$

$x = \frac{1}{p^2}\left(c_1 + \int 3p^3\,dp\right) = \frac{c_1}{p^2} + \frac{3p^4}{4p^2} \Rightarrow x = \frac{c_1}{p^2} + \frac{3}{4}p^2 \quad \textcircled{2}$

$y = 2xp - p^3$

$$(D^2 - 2D + 1)\, y = x \quad (5)$$

$m^2 - 2m + 1 = 0 \Rightarrow m = 1$ مكرر مضاعف $\Rightarrow$ (3)

$y_h = (c_1 + c_2 x) e^{x}$ (5) ، $y_p = ax + b$

$y_p' = a$

$y_p'' = 0$

$\Rightarrow -2a + ax + b = x$

$\Rightarrow a = 1$

$b = 2a \Rightarrow b = 2$

$\Rightarrow y_p = x + 2$ (1)

$\Rightarrow y(x) = (c_1 + c_2 x) e^{x} + x + 2$ (1)

- 2(

$$y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 2x e^{-x} \quad (5)$$

$m^3 - 6m^2 + 11m - 6 = 0 \Rightarrow m_1 = 1,\ m_2 = 2,\ m_3 = 3$

$y_h = c_1 e^{x} + c_2 e^{2x} + c_3 e^{3x}$ (5)

$y_p = (A_1 x + A_0) e^{-x}$ (3)

$y_p' = A_1 e^{-x} - (A_1 x + A_0) e^{-x}$

$y_p'' = -2A_1 e^{-x} + (A_1 x + A_0) e^{-x}$

$y_p''' = 3A_1 e^{-x} - (A_1 x + A_0) e^{-x}$

بالتعويض في المعادلة والمطابقة نجد (1)

$A_1 = \frac{-1}{12}$ ، $A_0 = \frac{-13}{144}$

$y_p = \left(-\frac{1}{12} x - \frac{13}{144}\right) e^{-x} \Rightarrow y(x) = c_1 e^{x} + c_2 e^{2x} + c_3 e^{3x} + \left(-\frac{1}{12} x - \frac{13}{144}\right) e^{-x}$ (1)

انتهى السلم

جامعة تشرين
كلية العلوم الثانية
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ١ >
لطلاب السنة الثانية
الدورة الاضافية ٢٠١٤-٢٠١٥

الدرجة: ٧٥
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (١٥ درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية إذا علمت أن لها حل خاص من الشكل $y = ax + b$

$$y' = xy^2 + x^2y - 2x^3 + 1$$

السؤال الثاني: (١٥ درجة)

بين أن المعادلة التفاضلية التالية تامة وأوجد تكاملها العام:

$$(x^2 + 2xy^2 + y)dx + (x + 2y + 2x^2y)dy = 0$$

السؤال الثالث: (٤٥ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

$$(D^2 + 1)y = 3e^x(x + 1) + \sin 2x$$

$$y = 3y'x + 6y'^2y^2$$

$$xy'' = (1 + 2x^2)y'$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسنين

سلم تصحيح مقرر معادلات /1/ الدورة الاضافية
لطلاب سنة 2 رياضيات ف 3 2014 - 2015

15

السؤال الأول

$$y' = xy^2 + x^2 y - 2x^3 + 1$$

$$y^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2 \quad , \quad y' = a \quad \Leftarrow \quad y = ax + b$$

$$a = a^2x^3 + 2abx^2 + b^2x + ax^3 + bx^2 - 2x^3 + 1$$

$$= (a^2 + a - 2)x^3 + (2ab + b)x^2 + b^2x + 1$$

$$a = 1 \quad , \quad b = 0 \quad \Rightarrow \quad y_1 = x$$

نفرض

$$y^2 = x^2 + \frac{2x}{u} + \frac{1}{u^2} \quad , \quad y = x + \frac{1}{u}$$

$$y' = 1 - \frac{u'}{u^2}$$

$$1 - \frac{u'}{u^2} = x^3 + \frac{2x^2}{u} + \frac{x}{u^2} + x^3 + \frac{x^2}{u} - 2x^3 + 1$$

$$-\frac{u'}{u^2} = 3\frac{x^2}{u} + \frac{x}{u^2} \Rightarrow -u' = 3x^2u + x$$

$$u' + 3x^2u = -x \quad , \quad \mu = e^{\int 3x^2 dx} = e^{x^3} \Rightarrow$$

$$u = e^{-x^3}\left(c - \int x e^{x^3} dx\right) \Rightarrow y = x + \frac{e^{x^3}}{c - \int x e^{x^3}}$$

15

السؤال الثاني

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1 + 4xy \quad , \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 1 + 4xy$$

$$\Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \Rightarrow \text{المعادلة تامة}$$

تكامل العام

$$y^2 + \frac{x^3}{3} + x^2y^2 + xy = c$$

45

السؤال الثالث:

1-

$$(D^2+1)y = 3e^x(x+1) + \sin 2x$$

5

$$m^2+1=0 \Rightarrow m=\mp i \Rightarrow y_h(x) = c_1\cos x + c_2 \sin x$$

$$y_p(x) = \frac{1}{D^2+1}\left(3e^x(x+1) + \sin 2x\right)$$

5

$$= \frac{1}{D^2+1}\left(3e^x(x+1)\right) + \frac{1}{D^2+1}\sin 2x$$

$$= 3e^x \frac{1}{(D+1)^2+1}(x+1) + \frac{1}{-4+1}\sin 2x$$

2

$$= 3e^x\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}D\right)(x+1) - \frac{1}{3}\sin 2x = \frac{3}{2}xe^x - \frac{1}{3}\sin 2x$$

2 1

-2

$$y = 3y'x + 6y'^2y^2$$

5 $y' = p$

$$x = \frac{1}{3p}y - 2py^2$$

2

$$\frac{1}{p} = \frac{dx}{dy} = \frac{1}{3p} - 4py + \left(-\frac{y}{3p^2} - 2y^2\right)\frac{dp}{dy}$$

$$\frac{3-1}{3p} + 4py = -y\left(\frac{1}{3p^2} + 2y\right)\frac{dp}{dy}$$

2

$$\frac{2}{3p} + 4py = \frac{2(1+6p^2y)}{3p} = -y\frac{(1+6p^2y)}{3p^2}\frac{dp}{dy}$$

3 2

$$\frac{y}{p}\frac{dp}{dy} = -2 \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{-2dy}{y} \Rightarrow \ln p = -\ln y^2 + \ln c$$

$$py^2 = c$$

$$x y'' = (1+2x^2)\, y'$$

معادلة خالية من y لذا نفرض 5

$$y' = z \Rightarrow y'' = z'$$

$$x z' = (1+2x^2)\, z \Rightarrow x \frac{dz}{dx} = (1+2x^2)\, z \quad 3$$

$$\left(\frac{1+2x^2}{x}\right) dx = \frac{dz}{z} \Rightarrow \ln x + x^2 = \ln z + \ln c \quad 2 \quad 3$$

$$c_1 x e^{x^2} = z \Rightarrow y' = c_1 x e^{x^2}$$

$$y = \frac{c_1}{2} e^{x^2} + c_2 \quad 2$$

انتهى والسلام

سلم تصحيح

جامعة تشرين	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ١ >	الدرجة: ٧٥
كلية العلوم الثانية	لطلاب السنة الثانية	المدة: ساعتين
قسم الرياضيات	الفصل الثاني للعام الدراسي ٢٠١٤-٢٠١٥	

السؤال الأول: (١٥ درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$(2x+3y)dx+(y-x)dy=0$$

السؤال الثاني: (١٥ درجة)

بين أن المعادلة التفاضلية التالية تامة وأوجد تكاملها العام:

$$(x^3+3xy^2)dx+(y^3+3x^2y)dy=0$$

السؤال الثالث: (١٥ درجات)

أوجد المسارات التي تميل بزاوية $\frac{\pi}{4}$ على مجموعة الدوائر $x^2+y^2=c$

السؤال الرابع: (٣٠ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

١. $(D^2-2D+3)y=x^3+\sin x$

٢. $y=3y'x+6y'^2y^2$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر: د. منال حسين

3

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية 1 [illegible]

لطلاب سنة رياضيات ع2 2014 - 2015

السؤال الأول:

$$(2x+3y)\,dx+(y-x)\,dy=0$$

معادلة متجانسة نفرض $z=\frac{y}{x} \Leftarrow y=zx$ 5

$$dy=z\,dx+x\,dz$$

$$(2x+3xz)\,dx+(xz-x)(z\,dx+x\,dz)=0$$

$$(2x+3xz+xz^2-xz)\,dx+(z-1)x^2\,dz=0 \quad 5$$

$$x(2+2z+z^2)\,dx+(z-1)x^2\,dz=0$$

$$\frac{dx}{x}+\frac{z-1}{z^2+2z+2}\,dz=0 \quad 3 \Rightarrow \frac{dx}{x}+\left[\frac{1}{2}\,\frac{2z+2}{z^2+2z+2}-\frac{2}{z^2+2z+2}\right]$$

$$\ln x+\frac{1}{2}\ln(z^2+2z+2)-2\arctan(z+1)=c \quad 2$$

السؤال الثاني:

$$(x^3+3xy^2)\,dx+(y^3+3x^2y)\,dy=0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}=6xy\ ;\ \frac{\partial N}{\partial x}=6xy \Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial N}{\partial x} \quad 5$$ المعادلة تامة 5

$$x^3\,dx+y^3\,dy+(3xy^2\,dx+3x^2y\,dy)=0 \quad 3$$

$$\frac{x^4}{4}+\frac{y^4}{4}+\frac{3}{2}x^2y^2=c \quad 2$$

السؤال الثالث:

ميل مماس الدائرة $y'=-\frac{x}{y}$ 3 ، $\alpha=\frac{\pi}{4}$

وبالتالي فإن المعادلة التفاضلية لمسارات المطلوبة تعطى بالعلاقة $y'=\frac{f(x,y)+\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}\alpha\, f(x,y)}$ 3

$$=\frac{-\frac{x}{y}+1}{1+\frac{x}{y}}=\frac{y-x}{y+x} \quad 3 \Rightarrow$$

معادلة متجانسة بالحل نحصل على الحل:

$$x^2+y^2=c\,e^{2\operatorname{tg}^{-1}\frac{y}{x}}$$

$$y = 3y' x + 6y'^2 y^2$$

-2

نفرض $y' = p$

$$y = 3px + 6p^2 y^2 \qquad 3$$

$$x = \frac{1}{3p} y - 2py^2 \qquad 2$$

$$\frac{1}{p} = \frac{dx}{dy} = \frac{1}{3p} - 4py + \left(-\frac{y}{3p^2} - 2y^2\right)\frac{dp}{dy} \qquad 5$$

$$\frac{3-1}{3p} + 4py = \frac{2+12p^2y}{3p} = -y\left(\frac{1+6p^2y}{3p^2}\right)\frac{dp}{dy}$$

$$\frac{2(1+6p^2y)}{3p} = -y\,\frac{(1+6p^2y)}{3p^2}\,\frac{dp}{dy} \qquad 3$$

$$\frac{y}{p}\frac{dp}{dy} = -2 \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{2dy}{dy} \Rightarrow \ln p = -\ln y^2 + \ln c$$

2

$$py^2 = c$$

انتهى السلم

$$(y-x)\,dx-(y+x)\,dy=0 \quad (1)$$

$$y=xz \quad , \quad dy=x\,dz+z\,dx \quad (1)$$

$$(xz-x)\,dx-(xz+x)(x\,dz+z\,dx)=0$$

$$(z-1)\,dx-(z+1)(x\,dz+z\,dx)=0$$

$$[(z-1)-(z^2+z)]\,dx-x(1+z)\,dz=0$$

$$(-z^2-1)\,dx-x(1+z)\,dz=0$$

$$\frac{dx}{x}+\frac{1+z}{z^2+1}\,dz=0 \quad (1) \Rightarrow \ln x+\frac{1}{2}\ln(z^2+1)+\tan^{-1}z=\ln c \quad (2)$$

$$x^2(z^2+1)=c\,e^{-2\tan^{-1}z}$$

$$y^2+x^2=c\,e^{-2\tan^{-1}\frac{y}{x}} \quad (1)$$

السؤال الرابع :-

$$(D^2-2D+3)\,y=x^3+\sin x$$

$$D_{1,2}=1\mp i\sqrt{2} \quad (3)$$

$$y_h=e^{x}(c_1\cos\sqrt{2}\,x+c_2\sin\sqrt{2}\,x) \quad (2)$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & y_p=Ax^3+Bx^2+Cx+D+F\sin x+G\cos x \\ -2 & y_p'=3Ax^2+2Bx+C+F\cos x-G\sin x \\ 1 & y_p''=6Ax+2B-F\sin x-G\cos x \end{array} \quad (5)$$

$$3A=1\Rightarrow A=\frac{1}{3} \quad , \quad 3B-6A=0\Rightarrow 3B=2\Rightarrow B=\frac{2}{3} \quad (5)$$

$$C=\frac{2}{9} \quad , \quad D=\frac{-8}{27} \quad , \quad F=G=\frac{1}{4}$$

جامعة تشرين
كلية العلوم الثانية
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ١ >
لطلاب السنة الثانية
للعام الدراسي ٢٠١٤-٢٠١٥

الدرجة: ٧٥
المدة: ساعتين

السؤال الأول: (١٥ درجة)

برهن أن التابع $\frac{1}{x^3y^3}$ يمثل عامل تكميل للمعادلة

$$ydx + (x - 3x^3y^3)dy = 0$$

ومن ثم أوجد حلها العام.

السؤال الثاني: (٢٠ درجة)

أوجد الحل العام بطريقة المؤثر التفاضلي للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y'' + 4y' + 3y = 8xe^x - 6$$

السؤال الثالث: (٤٠ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

١. $$(x^2 + y^2 + x)dx + xydy = 0$$

٢. $$y'' = 2\sqrt{y'}$$

٣. $$y = 2xy' + y'^3$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

5

الدرجة : ٧٥
المدة : ساعتين

امتحان مقرر معادلات تفاضلية 1

لطلاب السنة الثانية - للعام الدراسي ٢٠١٤-٢٠١٥

- السؤال الأول : (١٥ درجة)

برهن أن التابع $\frac{1}{x^3y^3}$ يمثل عامل تكميل للمعادلة :

$$y\,dx + (x - 3x^3y^3)\,dy = 0$$

ومن ثم أوجد حلها العام.

- السؤال الثاني : (٢٠ درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية، إذا علمت أن لها حل خاص من الشكل $y = ax + b$

$$y' = xy^2 + x^2y - 2x^3 + 1$$

- السؤال الثالث : (١٠ درجات)

أوجد المسارات التي تميل بزاوية $\frac{\pi}{4}$ على مجموعة الدوائر $x^2 + y^2 = c^2$

- السؤال الرابع : (٣٠ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين :

$$(D^3 - 1)(D - 1)^2 y = x + e^x$$

$$y'' = 2\sqrt{y'}$$

مدرسة المقرر : د. منال حسين

٢-٢-٢٠١٥

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /1/ نظام ...

س1 2014 - 2015

السؤال الأول : $\boxed{15}$

$$\frac{x\,dy + y\,dx}{(xy)^3} - 3\,dy = 0$$

نفرض $\mu = \frac{1}{x^3y^3}$ نجد (3)

$$M = \frac{1}{x\,y} \quad , \quad N = \frac{1}{x^3y^2} - 3 \quad , \quad \frac{\partial M}{\partial y} \overset{(3)}{=} \frac{-2}{x^3y^3} \overset{(3)}{=} \frac{\partial N}{\partial x} \Rightarrow$$

(3) معادلة تامة

وبالتالي μ هو عامل تكميل لها

الحل العام

$$-\frac{1}{2}\,\frac{1}{(xy)^2} - 3y = c \quad (3)$$

السؤال الثاني $\boxed{20}$

$$y' = xy^2 + x^2y - 2x^3 + 1$$

$$y = ax + b$$

$$y^2 \overset{(1)}{=} a^2x^2 + 2abx + b^2 \quad , \quad y' \overset{(1)}{=} a$$

(2)

$$a = a^2x^3 + 2abx^2 + b^2x + ax^3 + bx^2 - 2x^3 + 1$$

$$= (a^2 + a - 2)x^3 + (2ab + b)x^2 + b^2x + 1$$

$a = 1$

$$b = 0 \Rightarrow y_1 = x \quad (3)$$

نفرض

$$(3)\; y = x + \frac{1}{u} \quad , \quad y^2 \overset{(1)}{=} x^2 + \frac{2x}{u} + \frac{1}{u^2}$$

$$(1)\; y' = 1 - \frac{u'}{u^2}$$

$$1 - \frac{u'}{u^2} \overset{(3)}{=} x^3 + \frac{2x^2}{u} + \frac{x}{u^2} + x^3 + \frac{x^2}{u} - 2x^3 + 1$$

$$-\frac{u'}{u^2} = \frac{3x^2}{u} + \frac{x}{u^2} \Rightarrow -u' = 3x^2u + x$$

$$u' + 3x^2u \overset{(3)}{=} -x \quad , \quad \mu = e^{\int 3x^2dx} \overset{(1)}{=} e^{x^3} \Rightarrow$$

$$u = e^{-x^3}\left(c - \int x e^{x^3}dx\right) \Rightarrow y = x + \frac{e^{x^3}}{c - \int x e^{x^3}dx} \quad (1)$$

السؤال الثالث : $\boxed{10}$ ميل مجموعة الدوائر $y' = -\frac{x}{y}$ (2)

وبالتالي فإن المعادلة التفاضلية للمسارات المتعامدة ...

$y' = \frac{y}{x}$ (2)

وهي معادلة ... بالحل نحصل على ... (3)

$$(D^3-1)(D-1)^2 y = x + e^x$$

نحل المعادلة بالمباشرة

$$(m^3-1)(m-1)^2 = 0$$

$$(m-1)(m^2+m+1)(m-1)^2 = 0 \quad (2)$$

$m_{1,2,3} = 1$ (1) مكرر ثلاث مرات (1)

$$m^2+m+1=0 \Rightarrow \Delta = -3 \Rightarrow m_{4,5} = \frac{-1 \mp \sqrt{3}\, i}{2} \quad (2)$$

$$y_h(x) = (c_1 + c_2 x + c_3 x^2)\, e^x + e^{-\frac{1}{2}x}\left(c_4 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + c_5 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x\right) \quad (1)\ (1)$$

$$y_p(x) = \frac{1}{(D^3-1)(D-1)^2}\, x + \frac{1}{(D^3-1)(D-1)^2}\, e^x \quad (1)\ (1)$$

$$= \frac{1}{-1+2D-D^2+D^3-2D^4+D^5}\, x + \frac{1}{(D-1)^3 (D^2+D+1)}\, e^x \quad (1)\ (1)$$

$$\begin{array}{l} -1-2D \\ \hline -1+2D-D^2+D^3-2D^4+D^5 \;\big)\; 1 \\ 1-2D+D^2-D^3+2D^4 \\ \hline 2D-D^2+D^3-2D^4 \\ 2D-4D^2+2D^3-2 \\ \hline 3D^2-D^3 \end{array}$$

$$= (-1-2D)\, x + \frac{1}{(D-1)^3} \cdot \frac{e^x}{3} = -x - 2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{e^x x^3}{3!} \quad (1)\ (1)\ (1)\ (1)$$

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x) \quad (1)$$

2 -

حل

$$y'' = 2\sqrt{y'}$$

نفرض $y' = z$ (2) $\Leftarrow y'' = z'$ (1)

$$z' = 2\sqrt{z} \Rightarrow \frac{dz}{2\sqrt{z}} = dx \Rightarrow \sqrt{z} = x + c_1 \Rightarrow \quad (2)\ (1)\ (2)$$

$$z = (x+c_1)^2 \Rightarrow y' = (x+c_1)^2 \Rightarrow dy = (x+c_1)^2\, dx \Rightarrow \quad (1)\ (1)\ (1)$$

$$y = \frac{1}{3}(x+c_1)^3 + c_2 \quad (2)$$

انتهى السلم

سلم تصحيح

جامعة تشرين
كلية العلوم الثانية
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < المعادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية - المستوى الثالث
الفصل الثاني للعام الدراسي 2014-2013

الدرجة: 60
المدة: ساعة و نصف

السؤال الأول: (15 درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$(x^2+y^2+x)dx+xydy=0$$

السؤال الثاني: (15 درجة)

أوجد الحل العام بطريقة المؤثر التفاضلي للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y''+4y'+3y=8xe^x-6$$

السؤال الثالث: (30 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

.1

$$(1+2x)^2y''-6(1+2x)y'+16y=8(1+2x)^2$$

.2

$$y'^2-(x^2y+\frac{1}{x})y'+xy=0$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

11-06-14

9

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /1/ سنة 2 رياضيات ف 2 3 4-2013

السؤال الأول

$$(x^2+y^2+x)\,dx + xy\,dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} \overset{③}{=} 2y \;,\quad \frac{\partial N}{\partial x} \overset{③}{=} y \qquad \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} \; ① = \frac{y}{xy} = \frac{1}{x} \; ① \Rightarrow \mu = e^{\int \frac{1}{x}dx} \; ② = x \; ①$$

$$(x^3 + xy^2 + x^2)\,dx + x^2 y\,dy = 0 \; ② \Rightarrow \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x^2y^2 = c \; ②$$

السؤال الثاني

$$y'' + 4y' + 3y = 8x e^{x} - 6$$

$$(D^2+4D+3)\,y \overset{②}{=} 8xe^{x} - 6 \Rightarrow (m+3)(m+1) = 0 \Rightarrow m_1 = -1 \;,\; m_2 = -3 \; ②$$

$$y_p(x) = \frac{1}{D^2+4D+3}(8xe^{x} - 6) \; ② \qquad \boxed{y_h(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-3x}} \; ④$$

$$= \frac{1}{(D+1)(D+3)} 8xe^{x} - \frac{1}{(D+1)(D+3)}(6) = 8e^{x}\left(\frac{1}{8} - \frac{6}{64}D\right)x - \frac{1}{3}(6) \; ① \; ① \; ①$$

$$= xe^{x} - \frac{6}{8}e^{x} - 2 \; ① \Rightarrow y_p = \frac{1}{4}e^{x}(4x-3) - 2 \Rightarrow y = y_h + y_p \; ①$$

السؤال الثالث:

1- نفرض $z = 1+2x$ ② ، $\frac{dz}{dx} = 2$ ،

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz}\frac{dz}{dx} \overset{①}{=} 2\frac{dy}{dz}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dz}\left(2\frac{dy}{dz}\right)\frac{dz}{dx} \overset{①}{=} 4\frac{d^2y}{dz^2}$$

$$4z^2y''_z - 12zy'_z + 16y = 8z^2 \Rightarrow z^2y''_z - 3zy'_z + 4y = 2z^2 \; ②$$

$$z^2y''_z \overset{①}{=} y''_t - y'_t \qquad zy'_z \overset{①}{=} y'_t \Leftarrow z = e^{t} \text{ نفرض } ②$$

$$y''_t - y'_t - 3y'_t + 4y \overset{①}{=} 2e^{2t} \;,\; m^2 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ جذر مضاعف}$$

$$y_h(t) \overset{①}{=} (c_1 + c_2 t)e^{2t} \;,\quad y_p \overset{①}{=} At^2e^{2t}$$

$$y'_p = 2Ate^{2t} + 2At^2e^{2t}$$

$$y''_p = 2Ae^{2t} + 8Ate^{2t} + 4At^2e^{2t}$$

$$\Rightarrow 2Ae^{2t} = e^{2t} \Rightarrow A = 1 \; ① \Rightarrow y_p(t) = t^2e^{2t}$$

$$= (c_1 + c_2 t)e^{2t} + t^2e^{2t} \Rightarrow y(z) = (c_1 + c_2 \ln z)z^2 + (\ln z)^2 z^2$$

$$y(x) = (c_1 + c_2 \ln(1+2x))(1+2x)^2 + (\ln(1+2x))^2(1+2x)^2 \; ①$$

جامعة تشرين
كلية العلوم الثانية
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية - المستوى الثالث
للعام الدراسي 2013-2014

الدرجة: 60
المدة: ساعة و نصف

السؤال الأول: (15 درجة)

برهن أن التابع $\frac{1}{x^3y^3}$ يمثل عامل تكميل للمعادلة

$$ydx + (x - 3x^3y^3)dy = 0$$

ومن ثم أوجد حلها العام.

السؤال الثاني: (15 درجة)

أوجد الحل العام بطريقة المؤثر التفاضلي للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y'' + y = 3e^x(x+1) + \sin 2x$$

السؤال الثالث: (30 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين.

.1
$$(1+2x)^2y'' - 6(1+2x)y' + 16y = 8(1+2x)^2$$

.2
$$y = 2xy' + y'^3$$

مدرسة المقرر : د. منال حسين

مع تمنياتي لكم بالنجاح

2014 - 01 - 26

8

$y'^2 - (x^2 y + \frac{1}{x})y' + xy = 0$ (2) $y' = p$

$p^2 - (x^2 y + \frac{1}{x})p + xy = 0$ (1)

$\Delta = (x^2 y + \frac{1}{x})^2 - 4(xy)$ (2)

$= x^4 y^2 + 2xy - 4xy + \frac{1}{x^2}$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = (x^2 y - \frac{1}{x})$ (1) $p_1 = \frac{x^2 y + \frac{1}{x} + x^2 y - \frac{1}{x}}{2}$, $p_2 = \frac{x^2 y + \frac{1}{x} - x^2 y}{2}$

(2) $p_1 = x^2 y$, $p_2 = \frac{1}{x}$ (2)

$\frac{dy}{y} = x^2 dx$, $dy = \frac{dx}{x}$

$c + \ln y = \frac{x^3}{3}$ (1) $\Rightarrow g_1(x, y, c) = \ln y - \frac{x^3}{3} + c = 0$ (1)

$c + y = \ln x$ (1) $\Rightarrow g_2(x, y, c) = y - \ln x + c = 0$ (1)

$\Rightarrow (\ln y - \frac{x^3}{3} + c)(y - \ln x + c) = 0$ (1)

انتهى السلم

س2 رياضيات
2014 - 2013
ف1

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /1/

السؤال الأول:

نضرب بـ $\mu = \frac{1}{x^3y^3}$ (3) نجد:

$$\frac{x\,dy + y\,dx}{(xy)^3} - 3\,dy = 0$$

$$M = \frac{1}{x^3y^2} \ ,\ N = \frac{1}{x^2y^3} - 3 \quad (2)$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} \ (3) = -\frac{2}{x^3y^3} \ (3) = \frac{\partial N}{\partial x} \Rightarrow$$ أصبحت المعادلة تامة

وبالتالي الطرفان تكامل لـ

الحل العام هو: $-\frac{1}{2}\frac{1}{(xy)^2} - 3y = c$ (4)

السؤال الثاني:

$$(D^2+1)y = 3e^x(x+1) + \sin 2x \quad (2)$$

$$m^2+1 = 0 \Rightarrow m = \mp i \quad (2)$$

$$y_h(x) = c_1\cos x + c_2\sin x \quad (4)$$

$$y_p(x) = \frac{1}{D^2+1}\left(3e^x(x+1)\right) \ (1) + \frac{1}{D^2+1}\sin 2x \ (1) = 3e^x \ (1)\ \frac{1}{(D+1)^2+1}(x+1) \ (1) + \frac{1}{-4+1}\sin 2x \ (1)$$

$$= 3e^x\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}D\right)(x+1) \ (1) - \frac{1}{3}\sin 2x = \frac{3}{2}xe^x - \frac{1}{3}\sin 2x$$

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x) \quad (1)$$

السؤال الثالث: نفرض $z = 1+2x$ (2) ، $\frac{dz}{dx} = 2$ ،

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz}\cdot\frac{dz}{dx} = 2\frac{dy}{dz} \quad (1)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dz}\left(2\frac{dy}{dz}\right)\cdot\frac{dz}{dx} = 4\frac{d^2y}{dz^2} \quad (1)$$

$$4z^2y''_z - 12zy'_z + 16y = 8z^2 \Rightarrow z^2y''_z - 3zy'_z + 4y = 2z^2 \quad (2)$$

نفرض $z = e^t$ (2)

$$z^2y''_z = y''_t - y'_t \ (1) \quad ,\quad zy'_z = y'_t \ (1)$$

$$y''_t - y'_t - 3y'_t + 4y = 2e^{2t} \quad (1)$$

$$y''_t - 4y'_t + 4y = 2e^{2t}$$

$$m^2 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow (m-2)^2 = 0$$

$m = 2$ جذر مضاعف

$$y_h(t) = (c_1 + c_2t)e^{2t} \ (1) \quad ,\quad y_p = At^2e^{2t} \ (1)$$

$$y'_p = 2Ate^{2t} + 2At^2e^{2t}$$

$$y''_p = 2Ae^{2t} + 8Ate^{2t} + 4At^2e^{2t}$$

$$A = 1 \Leftarrow 2Ae^{2t} = 2e^{2t} \quad (1)$$

2- نفرض $y' = p$

$$y = 2xy' + y'^3$$

$$y = 2xp + p^3 \quad (1)$$

نشتق بالنسبة لـ x

$$p = 2p + (2x + 3p^2)\frac{dp}{dx} \quad (2)$$

$$(2x + 3p^2)\frac{dp}{dx} + p = 0 \Rightarrow \frac{dx}{dp} + \frac{2}{p}x = -3p \quad (3)$$

$$\mu = e^{\int \frac{2}{p}dp} = e^{\ln p^2} = p^2 \Rightarrow x = \frac{1}{p^2}\left(c + \int p^2(-3p)\,dp\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{p^2}\left(-\frac{3}{4}p^4 + c\right) \quad (4)$$

الحل العام

$$y = 2px + p^3 \quad (1)$$

$$x = -\frac{3}{4}p^2 + \frac{c}{p^2}$$

محاضرات

سلم تصحيح

جامعة تشرين
كلية العلوم الثانية
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ١ >
لطلاب السنة الثانية - المستوى الثالث
الفصل الثالث للعام الدراسي 2012-2013

الدرجة: 60
المدة: ساعة و نصف

السؤال الأول: (15 درجة)

أوجد بطريقة عامل التكميل التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y(1+xy)dx + x(1-xy)dy = 0$$

السؤال الثاني: (15 درجة)

أوجد الحل العام بطريقة المؤثر التفاضلي للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y'' + y = x\cos x$$

السؤال الثالث: (30 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

١. $$x^2y'' - 2xy' + 2y = 4x^3$$

٢. $$y = 2xy' + y'^3$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر د. منال حسين

22-8-2013

١٥

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /1/

لطلاب السنة الثانية - المستوى الثالث - الفصل الثالث 2012 - 13

السؤال الأول : 15

نفرض $xy = z$ 3

$$y(1+xy)\,dx + x(1-xy)\,dy = 0$$

$$\Leftarrow y = \frac{z}{x} ,\quad x\,dy = dz - \frac{z}{x}\,dx \quad 2$$

$$(1+z)\,dx + (1-z)\left(dz - \frac{z}{x}\,dx\right) = 0 \Rightarrow 3$$

$$\frac{2z^2}{x}\,dx + (1-z)\,dz = 0 \Rightarrow \frac{2dx}{x} + \left(\frac{1}{z^2} - \frac{1}{z}\right)dz = 0 \quad 2$$

$$2\ln x - \frac{1}{z} - \ln z + \ln c = 0 \Rightarrow c\frac{x^2}{z} = e^{1/z} \Rightarrow e^{1/xy} = c\frac{x}{y} \quad 3 \quad 2$$

السؤال الثاني : 15

$$y'' + y = x\cos x$$

$$(D^2+1)y = x\cos x \Rightarrow m^2 + 1 = 0 \Rightarrow m = \mp i \quad 3 \quad 3$$

$$y_h(x) = c_1\cos x + c_2\sin x \quad 3$$

$$y_p(x) = \frac{1}{D^2+1}(x\cos x) = \frac{1}{D^2+1}\left(x\,\frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}\right) \quad 2 \quad 1$$

$$= \frac{1}{2}e^{ix}\frac{1}{D(D+2i)}x + \frac{1}{2}e^{-ix}\frac{1}{D(D-2i)}x = \frac{1}{2}e^{ix}\frac{1}{D}\left(\frac{1}{2i} + \frac{1}{4}D\right)x + \frac{1}{2}e^{-ix}\frac{1}{D}\left(\frac{1}{2i} - \frac{1}{4}D\right) \quad 1 \quad 1$$

$$= \frac{1}{2}e^{ix}\left(\frac{1}{4i}x^2 + \frac{1}{4}x\right) + \frac{1}{2}e^{-ix}\left(\frac{1}{4i}x^2 - \frac{1}{4}x\right) = \frac{1}{4i}x^2\cos x + \frac{1}{4}x\sin x \quad 1$$

$$y = y_p + y_h$$

السؤال الثالث : 30

-1

معادلة كوشي أولر لذا نفرض

$$x^2y'' - 2xy' + 2y = 4x^3$$

$$x^2y'' = y_t'' - y_t' \quad,\quad xy' = y_t' \quad 2 \quad \Leftarrow x = e^t \quad 2$$

$$t = \ln x$$

$$y_t'' - 3y_t' + 2y = 4e^{3t} \Rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Rightarrow m_1 = 1 ,\ m_2 = 2 \quad 3 \quad 2$$

$$y_h(t) = c_1e^t + c_2e^{2t} \Rightarrow y_h(x) = c_1x + c_2x^2 \quad 2$$

$$y_p(t) = Ae^{3t} \Rightarrow y'(t) = 3Ae^{3t} ,\quad y''(t) = 9Ae^{3t} \Rightarrow 9A - 9A + 2A = 4 \quad 2$$

$2x\, y' + y'^3$

نفرض $y' = p$ (3)

$y = 2xp + p^3$ (3)

نشتق بالنسبة لـ x (2)

$$p = 2p + (2x + 3p^2)\frac{dp}{dx} \quad (3)$$

$$(2x + 3p^2)\frac{dp}{dx} + p = 0 \Rightarrow \frac{dx}{dp} + \frac{2}{p}x = -3p \quad (2)$$

$$= e^{\int \frac{2}{p}dp} = p^2 \ (1) \Rightarrow x = \frac{1}{p^2}\left(c + \int p^2(-3p)\,dp\right) \ (1)$$

$$= \frac{1}{p^2}\left(-\frac{3}{4}p^4 + c\right)$$

$\Rightarrow$ الحل
$$\begin{cases} y = 2px + p^3 \\ x = -\frac{3}{4}p^2 + \frac{c}{p^2} \end{cases}$$

//

جامعة تشرين
كلية العلوم الثانية
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 1 >
لطلاب السنة الثانية ـ المستوى الثالث
للعام الدراسي 2012-2013

الدرجة: 60
المدة: ساعة و نصف

السؤال الأول: (30 درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلتين التفاضليتين التاليتين:

.1

$$x\frac{dy}{dx} = x^2 + 3y$$

.2

$$y' = \frac{x^2 - xy + y^2}{xy}$$

السؤال الثاني: (15 درجة)

أوجد الحل العام بطريقة المؤثر التفاضلي للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y''' + 2y'' - 3y' = x + e^x$$

السؤال الثالث: (15 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$x^2 y'' + 6xy' + 6y = \ln x$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

١٩ - ١ - ٢٠١٣

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /1/

لطلاب السنة الثانية رياضيات - المستوى الثالث

2013 - 2012

$\boxed{30}$

السؤال الأول

$$x\frac{dy}{dx} = x^2+3y \Rightarrow -x\,dy + (x^2+3y)\,dx = 0 \quad (3)$$

$$M = x^2+3y \ ,\ N = -x \Rightarrow \frac{\partial M}{\partial y} = 3 \ ,\ \frac{\partial N}{\partial x} = -1 \Rightarrow \frac{\frac{\partial M}{\partial y}-\frac{\partial N}{\partial x}}{N} = -\frac{4}{x} \quad (2)$$

$\Rightarrow$ عامل التكامل تابع لـ x $\Rightarrow \frac{d\mu}{\mu} = -\frac{4}{x}\,dx \Rightarrow \mu = \frac{1}{x^4} \quad (3)$

$$-\frac{dy}{x^3} + \frac{dx}{x^2} + \frac{3y}{x^4}\,dx = 0 \Rightarrow -\frac{1}{x} - \frac{y}{x^3} = c_1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{y}{x^3} = c \quad (5)$$

$$y' = \frac{x^2-xy+y^2}{xy}$$

$$xy)\,dy - (x^2-xy+y^2)\,dx = 0$$

مسألة متجانسة كلا نفرض $z = \frac{y}{x}$ (5) $\Rightarrow dy = x\,dz + z\,dx$

$$(x^2z)(x\,dz + z\,dx) - (x^2 - x^2z + z^2x^2)\,dx = 0 \Rightarrow$$

$$x^3z\,dz - x^2\,dx + x^2z\,dx = 0 \quad (3) \Rightarrow x^2[xz\,dz + (z-1)\,dx] = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{z}{z-1}\,dz + \frac{dx}{x} = 0 \Rightarrow \frac{z-1}{z-1}\,dz + \frac{dz}{z-1} + \frac{dx}{x} = 0 \Rightarrow \quad (2)$$

$$z + \ln(z-1) + \ln x + \ln c = 0 \Rightarrow z + \ln cx(z-1) = 0 \Rightarrow \quad (4)$$

$$-\frac{z}{x} = -\frac{y}{x} = \ln c(y-x) \quad (1)$$

$\boxed{15}$

السؤال الثاني :

$$y''' + 2y'' - 3y' = x + e^x$$

$$m^3 + 2m^2 - 3m = 0 \Rightarrow m(m^2+2m-3) = 0 \Rightarrow m(m+3)(m-1) = 0$$

$$\Rightarrow m = 0 \ ,\ m = -3 \ ,\ m = 1 \quad (3)$$

$$\Rightarrow y_h(x) = c_1 + c_2e^{-3x} + c_3e^{x} \quad (2)$$

$$y_p(x) = \frac{1}{D(D+3)(D-1)}(x+e^x) \ (2) = \frac{1}{D}\,\frac{1}{-3+2D+D^2}\,x \ (1) + \frac{1}{D-1}\,\frac{1}{D(D+3)}\,e^x \ (1)$$

$$= \frac{1}{D}\left(-\frac{1}{3} - \frac{2}{9}D\right)x \ (1) + \frac{1}{D-1}\,\frac{e^x}{4} \ (1) = -\frac{1}{3}\,\frac{1}{D}\left(x + \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{4}\,x e^x$$

آفاق

$$y_p(x) = -\frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}x\right)+\frac{1}{4}xe^{x}$$ (1) (1)

$$\Rightarrow y(x)= c_1+c_2e^{-3x}+c_3e^{x}-\frac{1}{6}x^2-\frac{2}{9}x+\frac{1}{4}xe^{x}$$ (2)

$\boxed{15}$

السؤال الثالث:

$$x^2y''+6xy'+6y=\ln x$$

نفرض $x=e^t \Rightarrow t=\ln x$ (3)

$$xy'_x = y'_t$$ (2)

$$x^2y''_x = y''_t - y'_t \Rightarrow y''_t - y'_t + 6y'_t + 6y = t$$

$$y''_t + 5y'_t + 6y = t$$ (2) $$\Rightarrow m^2+5m+6=0 \Rightarrow (m+3)(m+2)=0 \Rightarrow$$ (2)

$$m=-2,\ m=-3 \Rightarrow y_h(t) = c_1e^{-2t}+c_2e^{-3t}$$ (2)

$$y_p(t) = A_1t+A_0$$ (2) $$\Rightarrow y'_p(t)=A_1,\ y''_p(t)=0 \Rightarrow$$

$$5A_1+6A_1t+6A_0=t \Rightarrow A_1=\frac{1}{6},\ A_0=-\frac{5}{36}$$

$$\Rightarrow y_p(t)=\frac{1}{6}t-\frac{5}{36}$$

$$y(t)=c_1e^{-2t}+c_2e^{-3t}+\frac{1}{6}t-\frac{5}{36} \Rightarrow$$ (1)

$$y(x) = c_1\cdot\frac{1}{x^2}+c_2\cdot\frac{1}{x^3}+\frac{1}{6}\ln x-\frac{5}{36}$$ (1)

انتهى

ملاحظات: السؤال الأول - الجزء الأول يمكن أن يحل كمعادلة خطية من المرتبة الأو

$y'-\frac{3}{x}y=0 \longrightarrow$ (درجتان)

$y_h=cx^3 \longrightarrow$ (ثلاث درجات)

الحل الخاص $\longrightarrow$ (خمس درجات)

الحل العام $\longrightarrow$ (خمس درجات)