كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل رياضي٣

المحاضرة : الحادية عشر/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

التمرين الأول: انشر الدالة $f(x)=\sin x$ في جوار $\pi$

$f(x)=\sin x$ ، $f(\pi)=0$

$f'(x)=\cos x$ ، $f'(\pi)=-1$

$f''(x)=-\sin x$ ، $f''(\pi)=0$

$f'''(x)=-\cos x$ ، $f'''(\pi)=1$

$f''''(x)=\sin x$ ، $f''''(\pi)=0$

$$f(x)=f(\pi)+\frac{f'(\pi)}{1!}(x-\pi)+\frac{f''(\pi)}{2!}(x-\pi)^2+\frac{f'''(\pi)}{3!}(x-\pi)^3$$

$$+\frac{f''''(\pi)}{4!}(x-\pi)^4+\cdots$$

$$=0+\frac{-1}{1}(x-\pi)+\frac{0}{2}(x-\pi)^2+\frac{1}{6}(x-\pi)^3+\frac{0}{24}(x-\pi)^4$$

$$=x-\pi+\frac{1}{6}(x-\pi)^3$$

② $f(x)=e^x$

انشر الدالة حول الصفر وفق ماك لوران

$f(x)=e^x \Rightarrow f(0)=1$

$f'(x)=e^x \Rightarrow f'(0)=1$ ، $f''(x)=e^x \Rightarrow f''(0)=1$

$$f(x) \sim f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots$$

$$= 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

$$e^x \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

تمرين: اوجد مجال ونصف قطر التقارب.

① $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n} \cdot x^n$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n \cdot 5^n}} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} = \frac{1}{5} \Rightarrow r = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5$$

مجال التقارب $]-5,5[$

$$x = -5 \Rightarrow \sum \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}(-5)^n$$

$$= \sum \frac{(-1)^{n-1} \cdot (-1)^n \cdot 5^n}{n \cdot 5^n} = \sum \frac{(-1)^{2n-1}}{n} = \sum -\frac{1}{n} = -\sum \frac{1}{n}$$

ومنه حسب ريمان المتسلسلة متباعدة.

$\Leftarrow x = 5$

$$\sum \frac{(-1)^{n-1} \cdot 5^n}{n \cdot 5^n} = \sum \frac{(-1)^{n-1}}{n}$$

حسب ليبنز متقاربة

$$a_n = \frac{1}{n} < a_{n+1} = \frac{1}{n+1}$$

مجال التقارب $]-5,5]$

③ $\sum_{n=1}^{\infty} n^5 \cdot x^n$

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^5} = \lim_{n\to\infty} (\sqrt[n]{n})^5 = 1$

مالقطة

$\lim_{n\to\infty} n^5 = +\infty$

السلسلة المعطاة متباعدة على $\mathbb{R}$ باستثناء $x=0$

انتهت المحاضرة .