كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل رياضي٣

المحاضرة : الثانية عشر/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

القسم: الرياضيات

السنة: الثانية — المحاضرة: 11 نظري

المادة: تحليل رياضي 3

① الدوال الدورية:

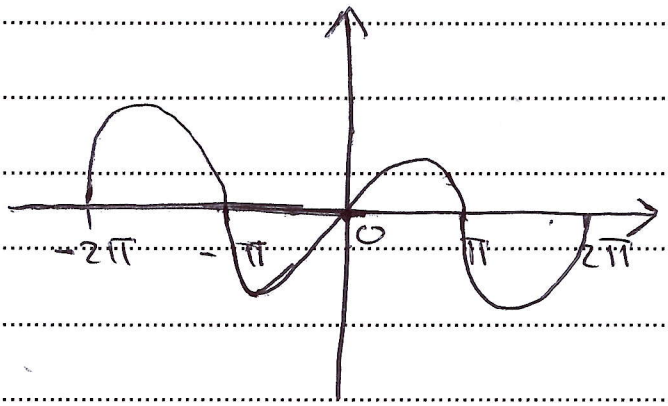
نقول عنه $f(x+T)=f(x)$ دالة دورية و T هو دور التابع.

مثال:

$\sin x \rightarrow T=2\pi$.

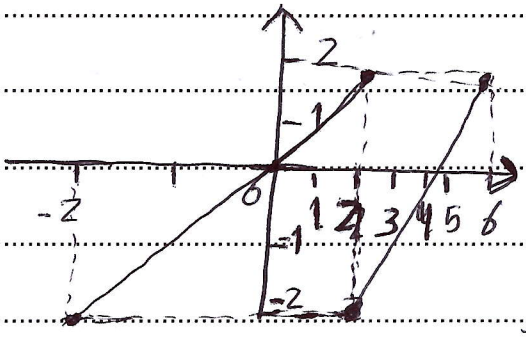
$\cos x \rightarrow T=2\pi$

دور $\sin x$ و $\cos x$ هو 2π



كل تابع يكرر نفسه على مجال ثابت (بطول ثابت)

مثال: $f(x)=x$ و $x\in[-2,2]$ دوري ودوره 4



نقطة الانقطاع

$$\frac{f(2^-)+f(2^+)}{2}=0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

يمكن للدالة الدورية أن تكون

فردية $f(-x) = -f(x)$

زوجية $f(-x) = f(x)$

يتم نشر الدالة الدورية بالاعتماد على متشور فوريه باستخدام التوابع $\sin x$ ، $\cos x$ على الشكل التالي:

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\frac{n\pi x}{2L} + b \sin\frac{n\pi x}{2L}$$

حيث L نصف الدور.

a_0 ، a_n ، b_n تدعى معاملات فوريه وحيث

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(x)dx$$

$$a_n = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(x)\cos\frac{n\pi x}{T}dx$$

$$b_n = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(x)\sin\frac{n\pi x}{T}dx$$

ملاحظات:

① إذا كان $f(x)$ زوجي فإن $f(x)=\cos\frac{n\pi x}{T}$ زوجي ويكون $f(x)=\sin\frac{n\pi x}{T}$ فردي

$$\Leftarrow b_n = 0 \text{ ، } a_0 = \frac{2}{T}\int_{0}^{T} f(x)dx$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{0}^{T} f(x)\cos\frac{n\pi x}{T}dx$$

② إذا كان $f(x)$ فردي فإن $f(x)=\sin\frac{n\pi x}{T}$ فردي و $f(x)=\frac{\cos n\pi x}{T}$ زوجي

$$\Leftarrow a_n = 0 \text{ ، } a_0 = 0$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{0}^{T} f(x)\sin\frac{n\pi x}{T}dx$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: $f(x)=x$ $\quad x\in[-\pi,\pi]$ دوري

فردي $\Rightarrow a_0=0$ ، $a_n=0$

$2T=2\pi \Rightarrow T=\pi$

$$b_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} x\sin\frac{n\pi x}{\pi}\,dx=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} x\sin nx$$

وتكامل ثم نعوض بالمنشور ونصل على النتيجة

ملاحظة:

$$\int_{-\pi}^{\pi}\cos nx\cdot\cos mx\,dx=\begin{cases}0 ; & m\neq n\\ \pi ; & m=n\neq 0\end{cases}$$

ونفس الأمر بالنسبة لـ $\sin x$

مثال:

$f(x)=|x|$ ، $x\in[-\pi,\pi]$

مفلقة.

هي زوجية على هذا المجال ويمكنه أيضاً نشرها وفق متسلسلة فورية حيث $T=2\pi$ وبما أن الدالة زوجية $\Rightarrow$ نحسب a_n و a_0 نحسب $b_n=0$

$\cos n\pi=(-1)^n$

$\sin n\pi=0$

$\cos n\frac{\pi}{2}=0$ ، $\sin n\frac{\pi}{2}=(-1)^n$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة