كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : بنى جبرية١

المحاضرة : الحادية عشر/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التمرينة الأولى: $G=\{a+b\sqrt{n} ; a,b\in\mathbb{Z}\}$

$H=\{a+b\sqrt{5} ; a,b\in\mathbb{Z}\}$

أثبت أن H زمرة جزئية من $(G,+)$

الحل:

$\Phi \neq H \subseteq G$

$\forall x,y\in H \Rightarrow x+y\in H$

$x=a_1+b_1\sqrt{5} ; a_1,b_1\in\mathbb{Z}$

$y=a_2+b_2\sqrt{5} ; a_2,b_2\in\mathbb{Z}$

$x+y=a_1+b_1\sqrt{5}+a_2+b_2\sqrt{5}=\underbrace{(a_1+a_2)}_{\in\mathbb{Z}}+\underbrace{(b_1+b_2)}_{\in\mathbb{Z}}\sqrt{5}\in H$

$\forall x\in H \Rightarrow x^{-1}\in H$

$\forall x=a_1+b_1\sqrt{5} \Rightarrow x^{-1}=-a-b_1\sqrt{5}\in H.$

ومنه H زمرة جزئية من $(G,+)$

~~التمرينة الثانية~~

التمرينة الثانية: لتكن $(G,*)$ زمرة تبديلية وليكن $(H,*)$ زمرة جزئية منها

$S(H)=\{x\in G ; x*x\in H\}$

برهن أن $(S(H),*)$ زمرة جزئية من $(G,*)$

الجملة: $S(H) \subseteq G$ وذلك سبب تعريف $S(H)$
بما أنّ G زمرة فيها العنصر الحيادي e

$e \in G$

$e * e = e \in H$

و e هو العنصر الحيادي من الزمرة الجزئية $(H, *)$

$\varphi \neq S(H) \subseteq G$

① $\forall x, y \in S(H) \quad x * y \in S(H)$

$(x * y) * (x * y)$

$x * (y * x) * y$

$x * (x * y) * y$

$(x * x) * (y * y) \in S(H)$

$\in H \quad \in H$

② $x * x \in H \quad \forall x \in S(H)$

$x^{-1} * x^{-1} = x * (x^{-1} * x^{-1}) * x$

$= (x * x^{-1}) * (x^{-1} * x) = e * e = e \in H \Rightarrow x^{-1} \in S(H)$

التمرين الحالي:

$f_1(x) = x, \quad f_2(x) = \frac{1}{x}, \quad f_3(x) = 1 - x, \quad f_4(x) = \frac{x-1}{x}$

$f_5(x) = \frac{x}{x-1}, \quad f_6(x) = \frac{1}{1-x}$

① برهن أنّ هذه المجموعات زمرة بالنسبة لعملية التركيب متعينة بجدول كايلي.

② أوجد رتبة الزمرة وأوجد رتبة كل عنصر منه عناصرها ما عدا العنصر الحيادي.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\circ$	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
f_1	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
f_2	f_2	f_1	f_6	f_5	f_4	f_3
f_3	f_3	f_4	f_1	f_2	f_6	f_5
f_4	f_4	f_3	f_5	f_6	f_2	f_1
f_5	f_5	f_6	f_4	f_3	f_1	f_2
f_6	f_6	f_5	f_2	f_1	f_3	f_4

~~$f_2 \circ f_3 = f_6$~~

① $\circ$ (تركيب) مغلقة لأنه

$\forall f,g \in G \Rightarrow f \circ g \in G$

جميع عناصر الجدول من G

② $\circ$ عملية تجميعية

$\forall f,g,k \in G \Rightarrow (f \circ g) \circ k = f \circ (g \circ k)$

③ f_1 هو العنصر المحايد

$\forall f \in G \Rightarrow f \circ f_1 = f$

تكرر جميع العناصر المقابلة لـ f_1 وبنفس التركيب

وتكرر جميع عناصر العمود المقابلة لـ f_1 وبنفس الترتيب

④

العنصر	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
النظير	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$o(G) = |G| = 6$

ايجاد رتبة f_2

$f_2 \circ f_2 = f_2(f_2(x)) = f_1 = e$

$o(f_2) = 2$

ايجاد رتبة f_3

$f_3 \circ f_3 = f_3(f_3(x)) = f_1 = e \Rightarrow o(f_3) = 2$

ايجاد رتبة f_4

$f_4 \circ f_4 = f_4(f_4) = f_6 \neq f_1 = e$

$f_4 \circ (f_4 \circ f_4) = f_4(f_6) = f_1 = e$

ايجاد رتبة f_5

$o(f_5) = f_5(f_5) = f_1 \Rightarrow o(f_5) = 2$

ايجاد رتبة f_6

$o(f_6) = f_6(f_6) = f_4 \neq f_1 = e$

$f_6(f_6 \circ f_6) = f_6(f_6) \circ f_6 = f_4 \circ f_6 = f_1 = e$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z