كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : ميكانيك فيزيائي٢

المحاضرة : التاسعة /نظري/كتابة

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

فصل ثالث:

النظريات العامة في تحليل مجموعة من النقاط المادية

المعادلات الأساسية في الميكانيك الفيزيائي هي القدرة على التنبؤ بموضع نقطة من الجسم.

المجموعة المادية: هي مجموعة من النقاط المادية التي تتعلق حركة كل منها بموضع وحركة باقي نقاط المجموعة

القوى المؤثرة: (الداخلية) $\vec{F}_i^{int}$ $i = 1, 2, \dots, N$

الخارجية $\vec{F}_i^{ext}$ $i = 1, 2, \dots, N$

المعادلات التفاضلية لحركة مجموعة مادية، من أجل كل نقطة i:

$$(i = 1, 2, \dots, N) \quad m_i \vec{a}_i = \vec{F}_i^{int} + \vec{F}_i^{ext}$$

إن المعادلات تمثل (N) معادلة شعاعية.

تواجه (3N) معادلة تفاضلية مرتبطة على المجاور الإحداثية الثلاث وهي معادلات تفاضلية من المرتبة الثانية يمكن حلها حيث سنحصل على شعاع الموضع لكل نقطة مادية أصبح تابع.

$\vec{r}_i = \vec{r}_i(t, c_1, c_2, \ldots, c_{6n})$ ← معادلة 3n

غير تفاعلية $(1, 2, 3, \ldots, N)$

باستقراء مرة يحصل على السرعة:

$\vec{v}_i = \vec{v}_i(t, c_1, c_2, \ldots, c_{6n})$ ← معادلة 3n

غير تفاعلية $(1, 2, 3, \ldots, N)$

إن عدد المعادلات (3n) غير متجاوبة.

باستقراء مرة واحدة بالنسبة للزمن يحصل على 3n معادلة للسرعة و

يصبح (6n) من الثوابت

هذه الثوابت يمكن التعبير عنها بدلالة الموضع: (وتسمى تكاملات الحركة)

$C_\alpha = C_\alpha(t, \vec{r}_1, \vec{r}_N, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_N)$

* المفاهيم الأساسية مفهوم مركز الكتلة:

يعرف مركز كتلة مجموعة بأنه نقطة التي متجاوبة موضوع يعطى بالشكل التالي:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

* لدينا جملة فاصية : جملة مركز كتلة إذا كان مبدأ هذه الجملة هو مركز كتلة هذه المجموعة أي .

ماهو شعاع موضع مركز كتلة المجموعة بالنسبة لجملة مركز كتلة

(أو موضع جملة مركز كتلة) $\vec{r}_{\circ} = 0$

بالنسبة لجملة مركز الكتلة $\pi \rightarrow (1) \rightarrow$

$$\vec{r}_{\circ} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i' = 0}$$ محققة في جملة مركز الكتلة

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i' = 0}$$ بالاشتقاق مرة واحدة

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{a}_i' = 0}$$ بالاشتقاق مرة ثانية :

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مفهوم عزم عطالة نقطة مادية: هو جداء كتلة هذه النقطة في مربع بعدها عن النقطة الأخرى

عزم عطالة مجموعة مادية = مجموع عزوم عطالة نقاط المجموعة

عزم عطالة مجموعة

بالنسبة النقطة (o): $I_o = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$ (البعد الأول مربع)

بالنسبة للمحور (D): $I_D = \sum_{i=1}^{N} m_i h_i^2$

(h_i بعد النقطة I عن المستقيم D)

بالنسبة لمستوي π: $I_\pi = \sum_{i=1}^{N} m_i d_i^2$

(d_i بعد I عن π)

أما بالنسبة لوسط مستمر

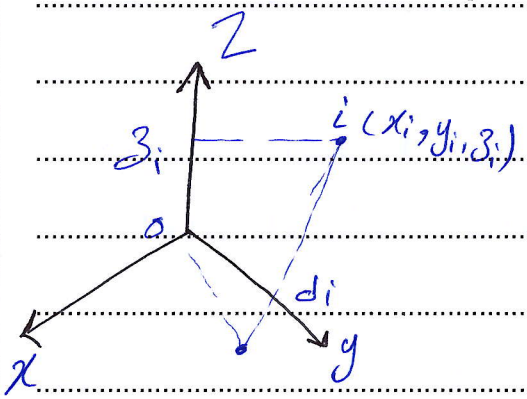
$I_D = \int_V h^2 \rho \, dV$ ، $I_o = \int r^2 \underbrace{\rho \, dV}_{dm}$

ρ = إذا الجسم متجانس نخرج ρ خارج التكامل:

$I_\pi = \int_V d^2 \rho \, dV$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

من عزوم العطالة الخاصة:



I_{oz} , I_{oy} , I_{ox} , I_o

I_{zox} , I_{yoz} , I_{xoy}

$$I_{xoy} = \sum_{i=1}^{N} m_i z_i^2$$

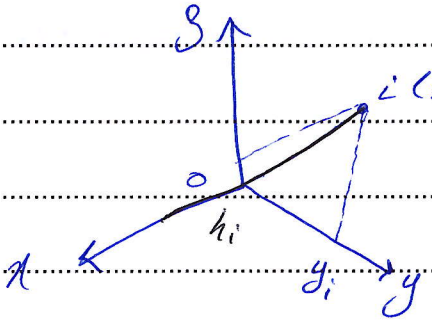
إذا كانت بوسط متقطع

$$I_{xoy} = \int_V z^2 \rho dV$$

الوسط مستمر

(عند حساب العزم بالنسبة لسطح)

عزم عطالة بالنسبة لمستقيم:



$$I_{ox} = \sum_{i=1}^{N} m_i (y_i^2 + z_i^2)$$

متقطع

$$I_{ox} = \int_V (y^2 + z^2) \rho dV$$

مستمر

العزم بالنسبة للمبدأ:

$$I_o = \sum (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) m_i$$

متقطع

$$I_o = \int_V (x^2 + y^2 + z^2) \rho dV$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

تمرين: تحقق من أن: $I_o = I_{ox} + I_{xoy} + I_{zox}$

وبيساوي نضعف ($I_{oz} + I_{oy} + I_{ox}$) بين أن عزم العطالة لأحد المحاور الإحداثية يساوي مجموع عزمي العطالة للمستويين الإحداثيين المحتويين له.

مثال: $I_{ox} = I_{xoy} + I_{zox}$

ملاحظة: عزم العطالة بالنسبة للمحاور الإحداثية تحقق المتراجحة التالية:

مجموع عزمي عطالة حول محورين إحداثيين أكبر أو يساوي عزم عطالة هذه المجموعة حول المحور الثالث.

ملاحظة مهمة: أن عزم عطالة مجموعة مادية بالنسبة لنقطة ما (o) تحقق ما يلي:

$$I_o = I_c + m d^2$$

حيث: I_c: هو عزم عطالة المجموعة المادية بالنسبة لمركز كتلتها.

أما d: فهو بعد مركز الكتلة (c) عن النقطة (o).

وكذلك بالنسبة لمستقيم D فإن I_D يساوي:

$$I_D = I_{D_c} + m d^2$$

حيث I_{D_c}: هو مستقيم موازي للمستقيم D ويمر بمركز ثقل الجسم.

أما d: بعد بين المستقيمين وكذلك بالنسبة للمستوي ξ:

$$I_B = I_{B_c} + m d^2$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

جداء العطالة: $I_{xy} = \int_v x\,y\,\rho\,dv$

مسألة:

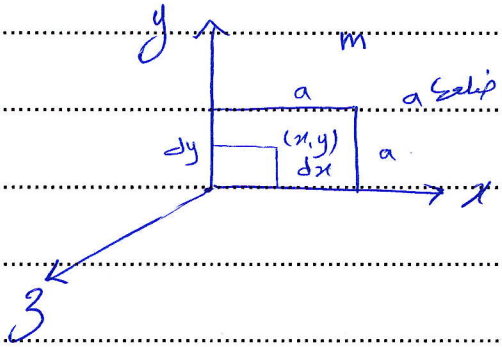
صفيحة معدنية مربعة كتلتها (m)

وطول ضلعها a

المطلوب: إيجاد عزوم العطالة

بالنسبة للمحاور الإحداثية وإيجاد

جداءات العطالة.



بأي صفيحة رقيقة نستخدم:

$$I_{ox} = \int_s (y^2 + z^2)\,\sigma\,ds$$

$$= \int_s y^2\,\sigma\,ds$$

حيث $z = 0$

$$I_{ox} = \int_0^d \int_0^y y^2\,\sigma\,dx\,dy$$

حيث: $ds = dx\,dy$

$$\sigma = \frac{m}{a^2}$$

$$I_{ox} = \frac{m}{a^2} \int_0^a \int_0^d y^2\,dx\,dy$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$I_{ox} = \frac{m}{a^2} \int_0^a \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^a dx$$

$$= \frac{m}{a^2} \int_0^a \frac{a^3}{3} dx$$

$$= \frac{m}{a^2} \cdot \frac{a^3}{3} \int_0^a dx = \frac{ma}{3} [x]_0^a = \frac{ma^2}{3}$$

بنفس الطريقة بالنسبة للمحور y :

العزم بالنسبة للمحور (Z) :

$$I_{oz} = \int_0^a \int_0^a (x^2 + y^2) \rho \, dx \, dy$$ (سنعوض)

$$I_{ox} + I_{oy} = \frac{2ma^2}{3}$$

اما مباعدات العطالة I_{yz} , I_{xz} فهي معدومة لأنه $z = 0$ وبعدت I_{xy}

$$I_{xy} = \int_0^a \int_0^a xy \sigma \, dx \, dy = \frac{m}{a^2} \cdot \frac{a^2}{2} \int_0^a y \, dy$$

$$= \frac{m}{a^2} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{ma^2}{4}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

تعريف كمية الحركة لمجموعة مادية $\vec{p}$

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i$$

ومن تعريف مركز الكتلة

$$\vec{r}_c = \sum_i \frac{m_i \vec{r}_i}{M}$$

حيث $M = \sum_i m_i$

$$\Rightarrow M\vec{r}_c = \sum_i m_i \vec{v}_i$$

$$\Rightarrow M\vec{v}_c = \sum_i m_i \vec{v}_i$$

$$\Rightarrow \vec{p} = M\vec{v}_c$$

$$\Rightarrow \vec{p} = M\vec{a}_c$$

$$M\vec{a}_c = \sum_i m_i \vec{a}_i = \sum_i \vec{F}_i$$

$$= \sum_i (\vec{F}_i^{int} + \vec{F}_i^{ext})$$

$$= \sum_i \vec{F}_i^{int} + \sum_i \vec{F}_i^{ext} = \sum_i \vec{F}_i^{ext}$$

الفعل الكتلة تساوي فقط محصلة القوى الخارجية المؤثرة في p

تعميم نظرية حركة الحركة $\vec{p} = \vec{f}_i^{ext}$

تفسر حركة الحركة بأثر القوة بزمن تطبيقها.

* استناداً الى هذه العلاقة فإن تغير متجه حركة مادية يرتبط فقط بالقوى الخارجية المؤثرة فإذا انعدمت القوى الخارجية $\vec{p} = 0 \Leftarrow p$ ثابت $p = const$

* وإذا كانت حركة الحركة ثابتة فتكون الحركة مستقيمة منتظمة

ملاحظة: إذا انعدمت محصلة القوى الخارجية على اتجاه ما فإن سرعة مركز الكتلة في ذلك الاتجاه تكون ثابتة أو معدومة.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z